OKTATÁSI HIVATAL

NAT 2020

9–10

I. kötet

Fizika

tankönyv

Fizika 9–10.

a középiskolák számára

I. KÖTET

OKTATÁSI HIVATAL

A kiadvány 2021. február 12-től tankönyvi engedélyt kapott a TKV/340-7/2021. engedélyszámon.

A tankönyv megfelel a Kormány 5/2020. (I. 31.) Korm. rendelete a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módosításáról megnevezésű jogszabály alapján készült Kerettanterv a gimnáziumok 9–12. évfolyama számára megnevezésű kerettanterv fizika tantárgy előírásainak.

A tankönyvvé nyilvánítási eljárásban közreműködő szakértő: Kondor László

Tananyagfejlesztők: Csajági Sándor, dr. Fülöp Ferenc, Póda László, Simon Péter, Urbán János

Kerettantervi szakértő: dr. Ádám Péter

Lektor: Varga Balázs

Illusztrációk: Szűcs Édua • Szakgrafika: Hegedűs-Egeresi Ilona Lilla, Szalóki Dezső

Tipográfiai terv: Ökrös Zoltán / Pozitív Logika

Fotók:

Szerkesztették az Oktatási Hivatal Tankönyvfejlesztési Osztályának munkatársai.

A tankönyv szerkesztői ezúton is köszönetet mondanak azoknak a tanároknak, íróknak, költőknek, képzőművészeknek, akiknek munkái/alkotásai tankönyveinket gazdagítják.

A könyvben felhasználtuk a Fizika 9–10. című művet. Raktári szám: NT-17105.
A könyvben felhasználtuk a Fizika 10–11. című művet. Raktári szám: NT-17205.

ISBN 978-615-6256-14-0

Oktatási Hivatal • 1055 Budapest, Szalay utca 10–14.
Telefon: (+36-1) 374-2100 • E-mail: tankonyv@oh.gov.hu

A kiadásért felel: Brassói Sándor mb. elnök • OH-FIZ910TB/I
Tankönyvkiadási osztályvezető: Horváth Zoltán Ákos • Műszaki szerkesztő: Marcsek Ildikó
Grafikai szerkesztő: Nagy Áron • Nyomdai előkészítés: Buris László
Terjedelem: 29,36 (A/5) ív • Tömeg: 580 gramm • 1. kiadás, 2021

Gyártás: Könyvtárellátó Nonprofit Kft.
Nyomtatta és kötötte az Alföldi Nyomda Zrt., Debrecen
Felelős vezető: György Géza vezérigazgató
A nyomdai megrendelés törzsszáma:

magyar nyomdatermék
NYOMDA- ÉS PAPÍRIPARI SZÖVETSÉG

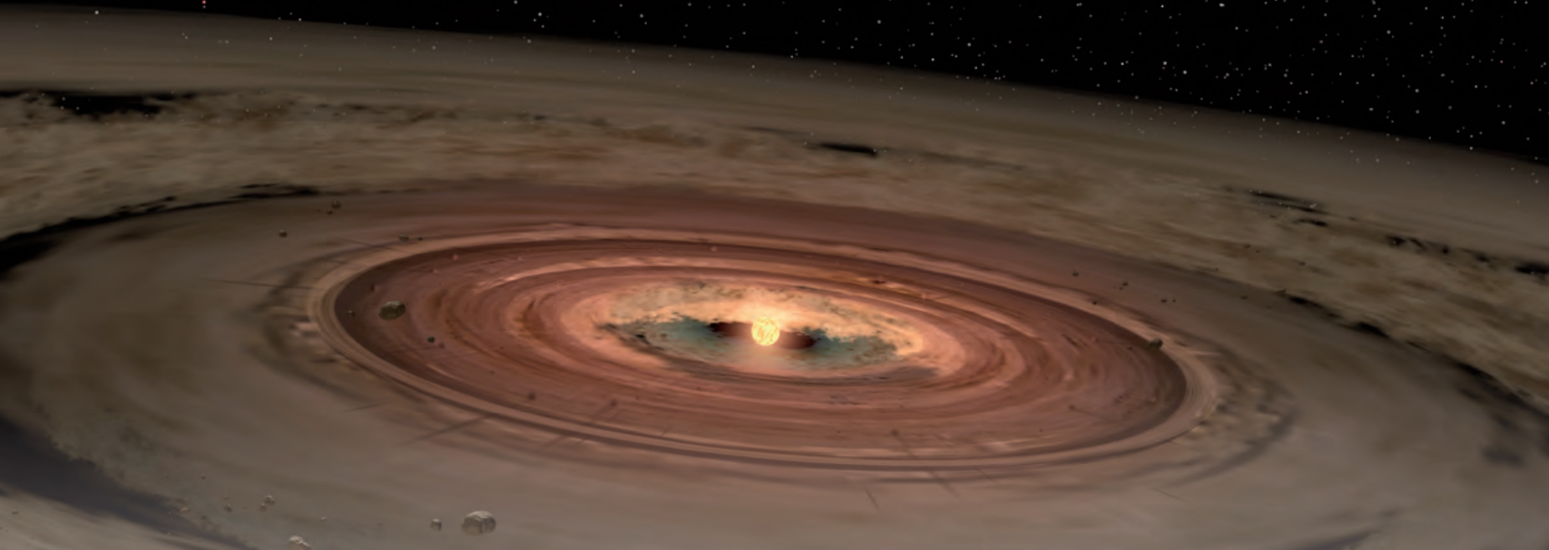
Ez a tankönyv a Széchenyi 2020 Emberi Erőforrás Fejlesztési Operatív Program EFOP-3.2.2-VEKOP-15-2016-00001. számú, „A köznevelés tartalmi szabályozóinak megfelelő tankönyvek, taneszközök fejlesztése és digitális tartalomfejlesztés” című projektje keretében készült. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

SZÉCHENYI 2020

MAGYARORSZÁG KORMÁNYA

Európai Unió
Európai Szociális Alap

BEFEKTETÉS A JÖVŐBE



Előszó

Mintegy négymilliárd-hatszázmillió évvel ezelőtt galaxisunknak azon részén, ahol most a Naprendszerünk található, a gáz- és poranyagú kozmikus felhő sűrűsödni kezdett. Ez a forgásban lévő porfelhő szétlapult, és néhány tízmillió év alatt több száz darab bolygócsíra állt össze, melyek a begyulladó ős-nap körül keringtek. Újabb évmilliók alatt a kis méretű bolygócsírák folyamatos összeütközéséből megszülettek Naprendszerünk bolygói, köztük a Föld.

Körülbelül kétmillió éve jelent meg az első előemberfaj, és nagyjából harmincezer évvel ezelőtt az emberré válás hosszú folyamata lezárult, kialakult a mai ember. A Föld korához képest felfoghatatlanul rövid időre, mindössze harmincezer évre volt szükség ahhoz, hogy az ember felkeljen barlangjának poros talajáról, kilépjen a világűrbe, és otthagyja lábnyomát a Hold porában.

A kíváncsiságtól hajtott ember a világegyetem számtalan fizikai törvényszerűségére rájött, megannyi hasznos felfedezést tett, és sok-sok találmánya volt: a keréktől a mozgásegyenleteken át a számítógépig.

E tankönyv segítségével te is felfedezheted mindazoknak a *fizikai törvényszerűségeknek az alapjait*, amelyeket az emberiség eddig felismert a körülöttünk lévő bonyolult, csodákkal teli világból. Ezeknek az alapoknak az ismerete szükséges ahhoz, hogy megértsd mindannak a fizikáját, amit te is mindennap megtapasztalhatsz, magad körül láthatsz.

Hogyan segítünk neked ebben a felfedezésben?

A tankönyv leckéiben kérdéseket teszünk fel, válaszokat keresünk, éppúgy, ahogy minden korban a gondolkodó emberek, tudósok, köztük Arisztotelész, Arkhimédész, Galilei, Kepler, Newton vagy Eötvös Loránd is tették. Mi is magyarázatokat keresünk mindarra, ami körülöttünk van, mozog, változik, történik.

A XVI. századtól vált jellemzővé, hogy a tudósok méréseket végeztek a természet megismerésére, és a kísérletek eredményeiből matematikai arányosságokat írtak fel. Mi is kísérleteket végzünk, majd a kísérletek tapasztalataiból igyekszünk levonni általános szabályokat, törvényszerűségeket.

A szövegben kiemeltük a lényeget, vagyis azokat a gondolatokat, összefüggéseket és törvényeket, amelyeket érdemes alaposan megjegyezned, mert szükséged lesz rá a továbbiak megértéséhez.

Az olvasmányokban a fizikusok – gyakran kalandos – életéről, továbbá érdekes jelenségekről, tárgyakról olvashatsz. Kidolgozott feladatban mutatjuk meg egy-egy, a témához kapcsolódó feladat megoldásának menetét. A leckék végén kérdéseket és feladatokat találsz, amelyeket az adott leckéből szerzett tudásod segítségével tudsz megválaszolni vagy megoldani.

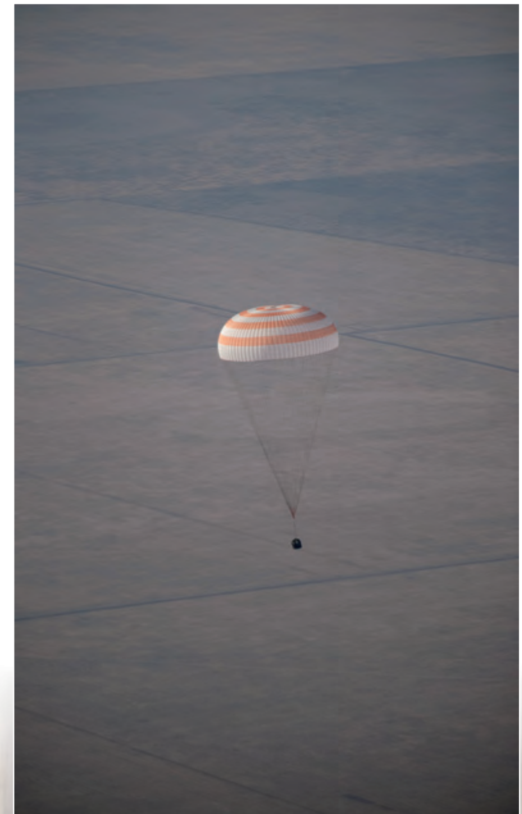
Az emelt szintű kidolgozott és házi feladatokat sárga alnyomattal jelöltük.

Kalandos felfedezést kívánnak
a tankönyv készítői

Tartalom

TERMODINAMIKA

FOLYADÉKOK, GÁZOK MECHANIKÁJA



Előző oldal: A Szojuz–TMA 15 űrhajó startja (2009. május)
Fent: A visszatérő űrkabin hatalmas sebességgel halad át a Föld légkörén, majd a felszín felett néhány kilométerrel kinyílik az ejtőernyője
Lent: A földet érő űrkabinhoz helikopterekkel érkezik a műszaki és orvosi segítség
Jobbra: Orvoscsoport vizsgálja az űrhajósokat

Bevezetés

Miről szól a fizika?

A fizika helye a tudományágak között

A világról szerzett ismereteinket két alapvető tapasztalati tudományág, a természettudomány és a társadalomtudomány valamelyikébe sorolhatjuk. A fizika a kémiával együtt a természettudományok egyik csoportját, az élettelen természettudományokat alkotja.

A fizika szó a görög fűzisz (φύσις) szóból származik, jelentése: természet.

A fizikát a legalapvetőbb természettudománynak tekinthetjük, mert a tárgykörébe tartozó jelenségek, fogalmak (például erőhatás, hőmérséklet, elektromos töltés, áram, elektromágneses hullámok) és törvények más területeken is megjelennek. A műszaki tudományok szilárd pillére a fizika. Más tudományágak a tárgykörük egyre mélyebb megismerése során kerülnek közvetlenül kapcsolatba a fizikával. Így alakulnak ki az úgynevezett interdiszciplináris tudományok: fizikai kémia, biofizika, orvosi fizika, geofizika, kvantumkémia.

Rengeteg szaktudomány használja fel a fizika módszereit, ismereteit a maga területén. A régészet, a geológia, az antropológia, a meteorológia, az etológia, a pszichológia vagy a matematika számos fontos eredménye a fizika nélkül nem születhetett volna meg.

A Föld legmagasabb épülete a 828 m magas, 160 emeletes Burdzs Kalifa (Kalifa-torony, Dubaj, Egyesült Arab Emírségek). Az épület megtervezése és kivitelezése elképzelhetetlen lett volna a fizika törvényeinek ismerete nélkül

A fizika tantárgy felépítése

A fizika tudománya az univerzum szinte felfoghatatlan méreteitől és korától, a környezetünk naponta tapasztalt jelenségein át, a hihetetlenül nagyszámú, láthatatlanul kicsi részecskék folyamatosan mozgó, alakuló rendszeréig tekinti át a világot. A fizika tantárgyban a jelenségeket célszerűen csoportosítva tárgyaljuk. Sajnos nagyon sok izgalmas témakör, jelenség kimarad középiskolai tanulmányainkból, de napjainkban az érdeklődő olvasó számára szinte korlátlanul rendelkezésre áll a világháló gigantikus méretű adatbázisa.

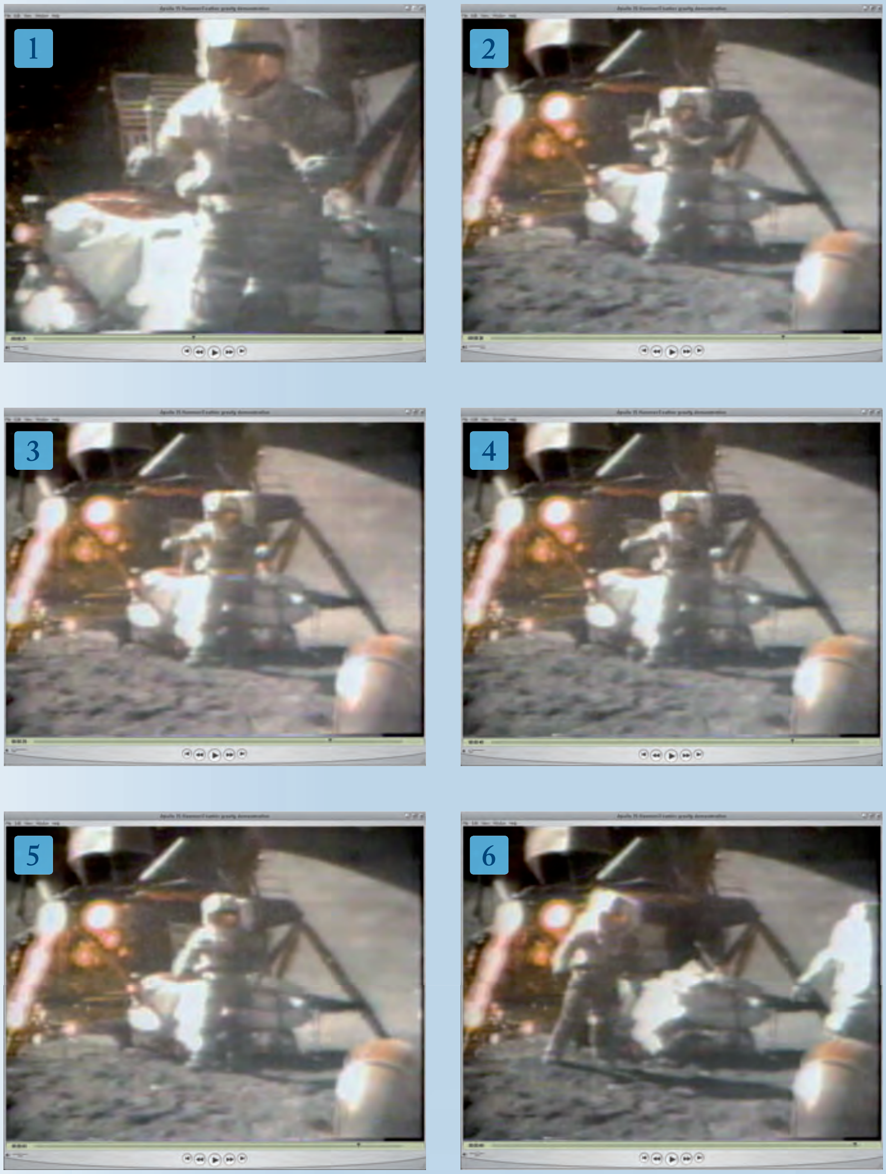
Kilencedik osztályban a *mechanikában* megtanuljuk a legfontosabb, köznapi életben is használt fogalmak pontos definícióját, megismerjük a mozgások leírásának módját *(egyszerű mozgások)*, vizsgáljuk a testek közötti erőhatásokat *(erőtan, egyensúly)*, valamint a *munka, energia* fogalmának fizikai tartalmát elemezzük. Megismerkedünk a *folyadékok és gázok* hasonló és különböző mechanikai tulajdonságaival, megtudjuk például, hogy a levegőnek is van súlya.

A tizedik osztályban sorra kerülő *elektromosságtan* talán a legizgalmasabb fejezete a fizikának. Mindennapi életünket mára teljesen behálózták az elektromos eszközök, készülékek. Az elektromosságtanban az alapvető mennyiségek (töltés, feszültség, elektromos áram) megismerése után az elektromos és mágneses jelenségeket, az ezeket felhasználó eszközöket tanulmányozzuk. Megértjük az elektromos áram előállításának módját, a mosógépnek vagy szobánk világításának a működését. A *hőtanban* a hőmérséklet és hőmennyiség fogalmainak tisztázása után a szilárd testek, folyadékok és gázok hőmérséklet-változás hatására létrejövő változásait vizsgáljuk. Megtanuljuk, hogy az elvont fogalmak hogyan kapcsolhatók az anyagot alkotó atomok, molekulák tulajdonságaihoz, állapotaihoz.

Az *optikában* az elektromágneses hullámokat, ezen belül is a látható fényt tanulmányozzuk. Megismerjük a legfontosabb fénytani törvényeket, az optikai eszközöket és a szemünk „optikai" működését. A *modern fizika* a XX. században felfedezett új jelenségeket és a megértésükhöz szükséges új gondolkodásmód legfontosabb elemeit ismerteti. Az *atomfizikában* az atomok felépítésére vonatkozó ismereteink fejlődéséről és a napjaink technológiai színvonalát alapvetően meghatározó szilárd anyagok szerkezetéről tanulunk. Az *atommagfizika* leckéiben a magok rejtélyes viselkedéseinek megismerése segít megérteni azok gyógyító és egészségkárosító hatásait, az egyesítéses (fúziós) és hasadásos (fissziós) energiatermelés alapjait. A fizika tantárgyat záró *csillagászat* fejezet kitekintést ad szokásos léptékű világunkból. A másodperc törtrészétől milliárd évekig, az elemi részecskék méretétől fényévekig kalandozunk a világegyetemben.

A szivárvány jelenségét fénytani törvényekkel magyarázhatjuk

Kalapács és tollpihe szabadesése a Holdon



- *Egyenes vonalú mozgás*
- *Átlagsebesség*
- *Szabadesés*

Egyszerű mozgások

Könyvünk első fejezetének a címe *Egyszerű mozgások*, más szóval *Mozgástan*. Az *Egyszerű mozgások* fejezet a bennünket körülvevő világban lejátszódó haladó mozgások térbeli és időbeli leírásával foglalkozik. A mozgások értelmezéséhez egyenleteket írunk fel, azonban nem vizsgáljuk a mozgások változásának okát, a testekre ható erőket.

1. lecke

Fizikai kísérletek, mérések, mértékegység-rendszerek

Miért van szükségünk mérésre és mértékegységekre?

Talán nem is tudatosul bennünk, hogy amikor buszon, villamoson kapaszkodás nélkül próbálunk talpon maradni, egyensúlyi *kísérletet* végzünk. Ilyenkor azt próbáljuk kitalálni, hogy a gyorsulás, lassulás, kanyarodás során mennyire kell előre-, hátra- vagy oldalt dőlni, hogyan feszítsük lábunk izmait, hogy ne essünk el. Gyakran végzünk *mérést*, melyek során adott mennyiség „pontos” vagy többé-kevésbé „pontos” nagyságát szeretnénk megtudni. Megmérjük testhőmérsékletünket, ha betegnek érezzük magunkat, megmérjük szobánkban a szabad helyet, ahová új polcot szeretnénk vásárolni. *Milyen fizikai kísérleteket és milyen méréseket végeztél az elmúlt napokban?*

Kísérletek és mérések

A természet megismerésének egyik módja a *jelenségek megfigyelése,* a másik a *kísérletek elvégzése.* Kísérletet akkor végzünk, amikor a természetben tőlünk függetlenül lezajló jelenségek pontos lefolyását szeretnénk megérteni. A kísérletekben olyan körülményeket teremtünk, amelyekben a vizsgált jelenség jól megmutatkozik, egyéb hatások csak kismértékben jelentkeznek.

Például egy megfigyelhető jelenség lehet a havas domboldalon egy szánkó lecsúszása. A jelenség kicsit esetleges, mert a hó nem egyenletes a domboldalon, néha nem is indul el a szánkó, csak ha picit meglökjük. A jelenség általánosítása nyilván a testek lejtőn történő mozgása. Ennek kísérleti vizsgálatát úgy tervezzük meg, hogy a kemény, egyenletes, sima, elég hosszú ferde felületen engedünk lecsúszni kemény, sima felületű hasábot. Változtatjuk a lejtő hajlásszögét, és különböző kenőanyagokat viszünk a lejtő felületére. Ezzel kiiktatjuk a folyamat szempontjából nem lényeges jelenségeket, és megteremtjük a lényeges paraméterek változtatásának a lehetőségét.

A kísérletekből szerzett *tapasztalatainkat* rendszerezve következtethetünk a jelenség lényegére. A kísérletekből szerzett tapasztalataink következményeként úgynevezett *kvalitatív* (minőségi, a jelenség jellegére vonatkozó) összefüggéseket, megállapításokat tehetünk. A szánkós példánk esetén a

kvalitatív tapasztalatunk, hogy a hajlásszög növelésével gyorsabban csúszik le a test a lejtőn.

A kísérletek magasabb szintje, amikor a jelenség pontos lefolyásáról *méréssel* szerzünk adatokat. Ezáltal *kvantitatív* (mennyiségi) összefüggéseket tudunk megállapítani, egyenletekkel megfogalmazva a *fizikai törvényeket*. Esetünkben például ez azt jelenti, hogy megadjuk a lejtőn lecsúszó test gyorsulásának értékét a hajlásszög függvényében.

Mérés, mértékegységrendszerek

Napjainkban a fizika az a tudomány, amely területének csaknem minden részén egzakt, vagyis a mérésekkel alátámasztott törvények alkalmazásával írja le a világot. Biztosak lehetünk abban, hogy a törvények saját hatókörükön belül mindig ugyanúgy működnek, és alkalmazásaik mindig ugyanazokra az eredményekre vezetnek. A mérések tehát alapvető szerepet játszanak a fizika területén, de mindennapjaink során mi magunk is rendszeresen végzünk méréseket. Ugyanakkor tudnunk kell, hogy a mérés soha nem lehet „abszolút pontos", minden mérést valamilyen hibával végzünk el, minden mérési eredményt valamekkora hiba terhel.

A fizikai mennyiség mindig egy mérés eredménye. A mérés során összehasonlítást végzünk: a mérendő mennyiséget hasonlítjuk össze az egységnyi mennyiséggel. Így a mérés azt fejezi ki, hogy a mért mennyiség hányszorosa egy megállapodás szerinti mértékegységnek. (Például 17 méter tizenhétszer akkora hosszúságot jelent, mint az egységnek tekintett 1 méter hosszúság.)

A **mérési eredmény** egy mérőszám és a mértékegység szorzata. Mérési eredmény lehet: pl. 5,1 kg, 52 m, 0,045 cm, 0,3 liter, 0,05 s, 0,1 mol.

A hétköznapokban és a kereskedelemben használt mértékegységek sokféleségének és pontatlanságának kiküszöbölésére először a franciák tettek kísérletet a francia forradalom idején. 1799-ben platinából elkészítették a hosszúság és a tömeg mértékegységét: az ősmétert és az őskilogrammot. Önkényes választásuk szerint: 1 méter a Föld Párizson átmenő délkör hosszának 40 milliomod része, illetve 1 kilogramm az 1 dm^3 tiszta víz tömege a legsűrűbb állapotában.

1875-ben született meg a méteregyezmény, melyet 17 ország írt alá, elfogadva ezt a két mértékegységet egységes és szabványos mértékegységként. Az aláíró országok mindegyike kapott egy másolatot az ősméterről és az őskilogrammról.

A XX. század elején új mértékegységet definiáltak, az idő mértékegységét: 1 másodperc a Nap két delelése között eltelt idő 86 400-ad része.

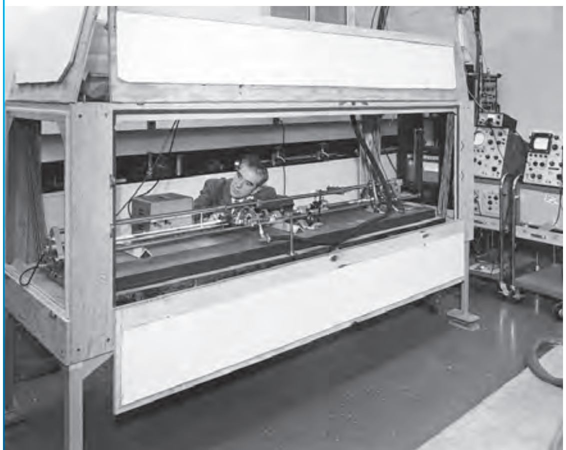
1960-ig újabb alapmértékegységek meghatározására került sor (amper, kelvin, kandela).

1960-ban a méteregyezményt átnevezték SI-re (Système International d'Unités), nemzetközi mértékegységrendszerre.

Az 1970-es évek elején új taggal bővült az SI: az új alapmértékegység a mól. Ekkor újították meg az idő mértékegységét is: 1 másodperc az alapállapotú céziumatom két hiperfinom energiaszintje közötti átmenethez tartozó sugárzás 9 192 631 770 periódusának időtartama.

1983-ban Bay Zoltán magyar fizikus javaslatára a méter új, pontosabb meghatározást kapott: 1 méter a vákuumban terjedő fény 1/299 792 458 s alatt megtett távolsága.

Az őskilogrammról több számozott hiteles másolat készült, a képen a 16. sorszámú, magyar tömegetalon látható



Bay Zoltán lézerkísérletezés közben Washingtonban, 1971-ben

Napjainkban is folytatódnak a munkálatok egy SI-alapmértékegység, a kilogramm meghatározásának pontosítására.

SI-mértékegységrendszer

Az 1960-ban elfogadott mértékegységrendszer, az SI hét **alapmennyiség**re, illetve **alapmértékegység**re épül.

Fizikai mennyiség		Mértékegység	
Neve	Jele	Neve	Jele
hosszúság	l	méter	m
tömeg	m	kilogramm	kg
idő	t	másodperc	s
elektromos áramerősség	I	amper	A
hőmérséklet	T	kelvin	K
anyagmennyiség	n	mól	mol
fényerősség	I_v	kandela	cd

Az SI-mértékegységrendszer alapegységei

A további mértékegységek az alapegységekből származtathatók, ezért **származtatott mértékegységek**nek nevezzük őket. Származtatott mértékegysége van például a sebességnek, a sűrűségnek vagy az elektromos feszültségnek. (Pl. 3,8 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, 2,1 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, 3,4 V.)

Az SI-egységek a gyakorlatban sokszor túlságosan kicsinek vagy nagynak bizonyulnak. Ezért az SI lényeges eleme, hogy az egységek 10 hatványaival kifejezett többszöröseit és törtrészeit az egység elé írt egyezményes betűkkel jelöljük.

A mértékegységek többszöröseit és törtrészeit az egység elé illesztett, egy-egy szorzót jelentő SI-prefixumok egyikével képezzük. (Például a megawatt: 1 MW = 10^6 W, a nanométer: 1 nm = 10^{-9} m.)

Prefixum	Jele	Nagysága
exa-	E	1 000 000 000 000 000 000 = 10^{18}
peta-	P	1 000 000 000 000 000 = 10^{15}
tera-	T	1 000 000 000 000 = 10^{12}
giga-	G	1 000 000 000 = 10^{9}
mega-	M	1 000 000 = 10^{6}
kilo-	k	1 000 = 10^{3}
hekto-	h	100 = 10^{2}
deka-	dk	10 = 10^{1}
deci-	d	0,1 = 10^{-1}
centi-	c	0,01 = 10^{-2}
milli-	m	0,001 = 10^{-3}
mikro-	µ	0,000 001 = 10^{-6}
nano-	n	0,000 000 001 = 10^{-9}
piko-	p	0,000 000 000 001 = 10^{-12}
femto-	f	0,000 000 000 000 001 = 10^{-15}
atto-	a	0,000 000 000 000 000 001 = 10^{-18}

Prefixumok az SI-mértékegységrendszerben

SI-től eltérő mértékegységrendszerek

A Brit Birodalomban és gyarmatain önálló brit mértékegységrendszert hoztak létre, amelynek tömegegysége a font (libra, lb), hosszegysége a láb (foot, ft) és ezek származtatott egységei. Energiaegysége a British Thermal Unit (BTU). Ilyen mértékegységgel például a klímaberendezéseknél találkozhatunk. Az USA-ban és több brit nemzetközösségi államban (Ausztrália) ma is használatos mértékegységrendszer. Jelenleg Kínában és Oroszországban is használnak egyéb mértékegységeket.

Egy elveszített Mars-szonda története

Olvasmány

A különböző mértékegységek egymás melletti használatának következményét jól mutatja a következő eset. Az Egyesült Államokban 1998-ban felbocsátották a Mars Climate Orbiter nevű űrszondát, aminek feladata a Mars légkörének tanulmányozása volt. Az űrszonda 1999 szeptemberében a bolygót elérte, megkezdte a légkörbe való leereszkedést, amikor is a földi vezérlőközpont elveszítette vele a kapcsolatot. A szonda által küldött utolsó adatok elemzéséből kiderült, hogy a tervezettnél nagyobb sebességgel haladt, és feltehetően a Mars felszínébe csapódott. A hiba abból adódott, hogy az űrszondát tervező egyik csoport az erőt SI- (newton), egy másik csoport angolszász (pound-force, lbf, 1 N = 0,224 lbf) egységekben számította, és az egymásnak átadott adatok során ezt nem vették figyelembe. A program teljes költsége 125 millió USD volt!

Fizikai mennyiségek

A fizikai mennyiségek két nagy elkülönült csoportot alkotnak. Az olyan fizikai mennyiséget, amelyet nagysága (mérőszám és mértékegység) egyértelműen meghatároz, **skalármennyiség**nek nevezzük. Skalármennyiség például a tömeg, a hosszúság, az idő, a térfogat vagy a hőmérséklet. A fizikai mennyiségek másik csoportjában a mennyiségeknek nagyságuk és irányuk is van. Az ilyen mennyiséget **vektormennyiség**nek (röviden vektornak) nevezzük. Vektormennyiség például az elmozdulás.

Mérj te is!

Ma már szinte mindenkinek van okostelefonja. Ezekben az eszközökben sokféle érzékelő található, gondoljunk csak a beszélgetéshez használt mikrofonra (hangérzékelő), a fényképezésnél használt megvilágításérzékelőre (ez határozza meg a „vaku” megvilágítási idejét és az expozíciós időt). Található bennük mágnesestér-érzékelő, gyorsulásérzékelő és némelyekben nyomásérzékelő is. Az elemlámpaként használatos fényforrás (LED) és a hanggenerátorként alkalmazható hangszóró az érzékelőkkel együtt egy kis fizikalaboratóriumnak tekinthető, vagyis csak a felhasználó leleményességen múlik, hogy milyen méréseket végez el a telefonnal. Természetesen kell egy megfelelő alkalmazási program is, mint például a Phyphox (Physical Phone Experiments), ami Android és iOS operációs rendszer alatt működő telefonra is ingyenesen letölthető. A mért adatokat XLS vagy CSV formátumban tudjuk a számítógépünkre küldeni, ahol kiértékelhetjük azokat. Az okostelefon lehetőséget ad minden tanuló számára, hogy maga végezzen kísérleteket, méréseket.

Tudnivalók a mérések elvégzéséhez, kiértékeléséhez Olvasmány

A mérésekhez kapcsolódó fogalmak

Ha elvégzünk egy mérést, az eredményt tekintjük a test tömegének, hosszúságának, a hatóerő nagyságának, tehát az eredménnyel azonosítjuk a mennyiséget. Tapasztalatból tudjuk, hogy egy mérés többszöri, a legkörültekintőbb módon történő elvégzése során is különböző eredményeket kaphatunk. Ez a mérési módszer és a mérőműszer tökéletlenségének, valamint a külső körülmények változásának és a mérést végző személy elkerülhetetlen hibázásainak a következménye. Sok mérés adatából számított számtani átlag lesz a **legvalószínűbb érték**, amit a *mérésünk eredményének* tekintünk, ez közelíti meg legjobban a mérendő mennyiség **valódi érték**ét. Tehát ha a mérési eredményeink például: m_1, m_2, … m_7, a legvalószínűbb érték $M = \dfrac{m_1 + m_2 + \ldots + m_7}{7}$ lesz. Mivel tudjuk, hogy mérési eredményünk nem pontos, meg kell adnunk a **hibát**. Mivel a hiba oka nagyon sokféle lehet, és az eredményben az egyes hatások is különböző súllyal jelennek meg, a hibaszámítás és becslés bonyolult, sok számítást igénylő folyamat, most csak egy nagyon leegyszerűsített számítási módot mutatunk. Az egyes mérések hibájának a legvalószínűbb érték (M) és a mért érték különbségét tekintjük, és szokásosan Δ-val jelöljük, és abszolút hibának nevezzük:

$\Delta m_1 = M - m_1$, $\Delta m_2 = M - m_2$, … $\Delta m_i = M - m_i$.

A legnagyobb Δm_i értéket a mérés abszolút hibájának tekintjük.

A mérés jó vagy rossz minőségét, pontosságát jobban jellemzi a relatív hiba, ami az abszolút hibának a mért értékhez viszonyított nagysága, és δ-val jelölünk:

$$\delta m_1 = \frac{\Delta m_1}{M}, \quad \delta m_2 = \frac{\Delta m_2}{M}, \quad \ldots \quad \delta m_7 = \frac{\Delta m_7}{M}.$$

Ha például egy tábla csokoládé tömegének sokszori lemérése után a legvalószínűbb értékre 98 g-ot kapunk, a mért eltérés 3 g, akkor azt mondhatjuk, hogy a csoki tömege 98 gramm, ±3 gramm hibával. Egy jelenség sokszori mérésekor előfordul, hogy néhány eredmény nagyon különbözik a többitől. Ezek valami jelentős pillanatnyi külső hatás miatt keletkeztek, így célszerű kihagyni a további számolásból.

A mérésünk folyamán számos olyan tényező lehet, ami befolyásolja a mérés eredményét, és hibát okoz, ezeket három csoportba oszthatjuk:

– *rendszeres (szisztematikus) hiba*

Ilyen hiba például a mérőműszer tökéletlenségéből származik. Ezek mindig ugyanúgy jelentkeznek (mindig azonos irányban változtatják a mérés eredményét), nagyságuk felső értékére a műszerek hitelesítési adatlapjáról vagy a műszerkönyvekből kapunk információt. Rendszeres hibát okoznak azok az elhanyagolt külső tényezők (hőmérséklet, légmozgás, háttérfény, páratartalom, mechanikai rezgések, elektromágneses zaj), amelyek nagyságáról nincs pontos információnk.

– *véletlen hiba*

A mérés körülményeiben bekövetkező hirtelen, véletlenszerű változások összessége, hatása a mérési eredményre pozitív és negatív irányú is lehet. Véletlen hiba az észlelési (leolvasási, beavatkozási) hiba is. Ez az észlelő személy adottságaitól, pillanatnyi állapotától függ. Ezen hibaforrások nagyságát a mérések számának növelésével lehet csökkenteni.

– *statisztikus hiba*

A jelenség jellegéből következően a mért mennyiség is változik egy kicsit, de hosszú idő átlagában egy állandó értékkel azonosítható. Az ettől az értéktől eltérő pillanatnyi érték a statisztikus hiba.

Egyszerű mérésnél az a jellemző, hogy csak egy vagy két hibaforrás van, amit figyelembe kell venni a hiba becslésénél. Távolságmérésnél például a mérőeszköz (tolómérő, vonalzó) felbontóképessége, egy digitális kijelzésű mérlegnél a mérleg adatlapján közölt pontosságérték.

Fontos jellemzője egy mérőeszköznek, mérőműszernek az érzékenysége. Az érzékenység az a legkisebb mennyiség, amit már lehet mérni az eszközzel. Analóg kijelzés esetén a legkisebb skálaosztás értéke, digitális megjelenítésnél a legkisebb helyérték egységnyi értéke. Ha például egy analóg kijelzőn végkitérésben 100 V-ot olvashatunk le, és a skála 100 részre van osztva, akkor egy osztás 1 V-nak felel meg, tehát a skála első vonása 1 V mért feszültséget jelent, ennyi a műszer érzékenysége. Ennél kisebb értéket is megállapíthatunk, mert leolvashatjuk a mutató helyzetét például 0,6 V-nak, de ez már csak becslés. Ha egy digitális kijelzőn 0001 áll, és a készülék grammokban mutatja a mért tömeget, akkor a legkisebb kijelzett szám értéke 1 gramm, ez a mérleg érzékenysége.

Kérdések és feladatok

1 Keress az interneten öt olyan mértékegységet, amelyet ma már nem használunk! Nézz utána, régebben milyen területen használták őket!

2 Az otthonunkban található technikai eszközökön megtaláljuk a rájuk jellemző technikai jellemző adatokat. Ilyet láthatunk például a villanybojleren, a hajszárítón, a vízmelegítőn, az akkumulátoron. Az eszközök áramfelvételére, teljesítményére vonatkozó számok mögött más-más mértékegységek állnak. Gyűjtsd össze az otthonodban használatos eszközökön feltüntetett adatokat! Van-e valamilyen kapcsolat az egyes mértékegységek között? Nézz utána az interneten!

2. lecke

Egyenes vonalú egyenletes mozgás

Miért látjuk mellettünk gyorsan elsuhanni a szemben haladó autót?

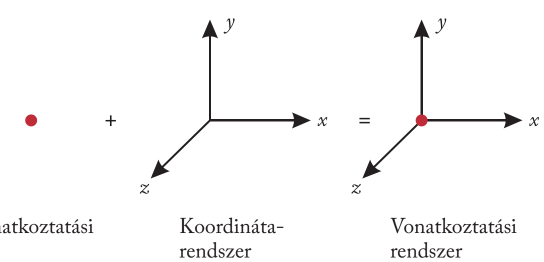
A bennünket körülvevő világban *minden állandó változásban, mozgásban* van. A természetben előforduló mozgások lehetnek többek között fizikai változások (pl. mechanikai mozgások, a Föld forgása), kémiai változások (pl. mészégetés) és biológiai változások (pl. élő sejtek anyagcseréje). Mi a fizika tantárggyal való ismerkedést a testek mechanikai mozgásának vizsgálatával kezdjük.
Mondjunk minél több példát a mechanikai mozgásra! Mi a közös ezekben a mozgásokban?

Mechanikai mozgás, vonatkoztatási rendszer

A **mechanikai mozgás** során a testek helyüket vagy helyzetüket változtatják meg más testekhez képest. Ilyen mozgás lehet például a gépjárművek haladó mozgása, a bolygók keringése a Nap körül, vagy az autó kerekének haladó és a kerék középpontja körüli forgómozgása.

Vizsgáljuk meg a testek haladó mozgását! Egy autó helyét, **mozgásállapot**át mindig valamely más testhez viszonyítva tudjuk megadni, például kilométerkőhöz vagy az előtte haladó autóhoz. Az autó helye tehát **viszonylagos**, hiszen egy másik test szükséges annak meghatározásához.

A testek helyét mindig más testekhez viszonyítva adjuk meg. Azt a testet, amelyhez a többiek helyét viszonyítjuk, vonatkoztatási testnek nevezzük. Az ehhez a testhez viszonyított helyet egyértelműen, számszerű adatokkal határozzuk meg, ezért koordináta-rendszert rögzítünk hozzá. Ezt vonatkoztatási rendszernek nevezzük.



Vonatkoztatási rendszer

Vonatkoztatási test sok minden lehet. Vonatkoztatási rendszert rögzíthetünk például egy atommaghoz, egy kísérleti asztalhoz, a Földhöz, a keringő űrállomáshoz, a Naphoz vagy éppen az állócsillagokhoz.

A valóságban lejátszódó jelenségeket általában a Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben vizsgáljuk. A Földön kívüli mozgások, például az űrhajók mozgásának leírásakor a távoli állócsillagokhoz rögzített vonatkoztatási rendszert használjuk.

Vizsgáljuk meg a Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben a testek mozgását! A Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben az utcán lévő házak, fák nyugalomban vannak, mozgásállapotuk megegyező. A Földhöz képest mozgásban lehetnek például az emberek és a járművek. Ha ugyanezeket a mozgásokat a Naphoz viszonyítanánk, akkor a Föld forgása és keringése miatt igen bonyolult mozgást írnának le a Föld felszínén lévő élőlények és tárgyak.

A nyugalom – mint a testek mozgásállapota – mindig viszonylagos. Ez azt jelenti, hogy a nyugalomban lévő test mozgásállapota megegyezik a választott vonatkoztatási rendszer mozgásállapotával.

A nyugalom viszonylagos

Mi van nyugalomban: a vonat vagy az állomás épülete?

KIDOLGOZOTT FELADAT

Vizsgáljuk meg egy mozgó vonaton lévő utas helyzetét a vonat fékezése közben!

A vonathoz rögzített vonatkoztatási rendszerben a fékezés előtt az utas nem végez mozgást. Fékezés közben az utas mozgásállapota megváltozik, hiszen a fékezés miatt előredől. Más testekkel nem lépett kölcsönhatásba, így mozgásállapota megváltozásának (az előredőlésnek) a vonathoz rögzített vonatkoztatási rendszerben nem tudjuk az okát megtalálni. Hogyan magyarázható az utas előredőlése a talajhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben?

MEGOLDÁS

A talajhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben észleljük, hogy a vonat fékezett, lassult. Innen tudjuk, hogy a vonat lassulása idézte elő az utas mozgásállapotának megváltozását, azaz az előredőlését. Tehát megtaláltuk az okot, hogy miért dőlt előre az utas.

A mozgásokhoz, illetve a testek mozgásállapotának leírásához célszerű olyan vonatkoztatási rendszert választanunk, amelyben könnyen magyarázhatók a mozgások okai.

A földön álló, illetve vonatban ülő megfigyelő számára máshogy mozog a vonatban feldobott labda

Milyen vízszintes irányú sebességgel mozog a vonatban feldobott labda a földön álló megfigyelő számára?

A mechanikai mozgás térbeli jellemzői: a pálya, a megtett út és az elmozdulás

A testek haladó mozgásuk során kiterjedésüknél jóval nagyobb távolságokat tesznek meg, ezért a testeket leegyszerűsítve kiterjedés nélküli, pontszerű testnek, **anyagi pont**nak (tömegpontnak) képzeljük el.

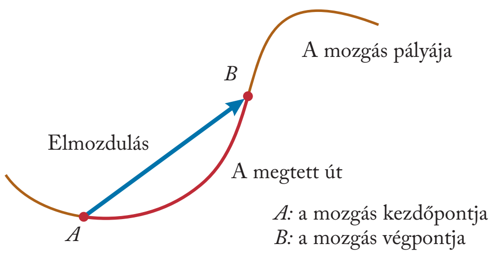
Ezeket a **pontszerű test**eket tekintjük a valóságos testek modelljeinek. Segítségükkel a mozgások legfontosabb jellemzőit tudjuk vizsgálni, és számításokat tudunk végezni. Pontszerűnek tekintjük a mozgás folyamán például a gépkocsi vagy a hajó helyzetét a térképen, a repülőgép helyét a radarernyőn, valamint Földünket a Nap körüli pályáján mozogva.

A **mozgás pályája** az a vonal, amelyet a test a mozgása folyamán befuthat. A pályát egy geometriai vonalnak tekintjük. Ilyen lehet például egy főútvonal, egy légi folyosó vagy egy villamossínpálya.

Azt a pálya mentén mért távolságot, amelyet a test az adott idő alatt ténylegesen befut, **megtett út**nak nevezzük. Megtett út lehet például az M7-es autópálya Budapest és Siófok közötti szakaszának hossza.

A megtett út jele az *s* (vagy Δ*s*), ami a latin spatium ('útszakasz') szóból származik. Mértékegysége: méter (m).

Az **elmozdulás** a mozgás kezdőpontjából a végpontjába mutató vektor.



A mozgás pályája, a megtett út és az elmozdulás

Miben különbözhet egymástól a megtett út és a mozgás pályája?

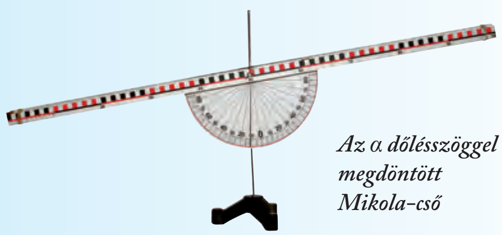
Mindennapi tevékenységünk során szükségünk van helyünk pontos meghatározására. Sokszor elegendő, ha egy **térképen** közelítőleg meghatározzuk pillanatnyi helyünket. A városok közötti távolságok **úthálózat mentén km-ben** megadott értékét internetes lekérdezéssel tudhatjuk meg. Az autózás során gépkocsinkban **GPS**-t használunk, amely a ma ismert legpontosabb helymeghatározást teszi lehetővé.

Az egyenes vonalú egyenletes mozgás kísérleti vizsgálata

Az egyenes vonalú egyenletes mozgás kísérleti vizsgálatára a Mikola-cső szolgál. Ez vízzel töltött üvegcső, amelyben egy légbuborék mozog. Vizsgáljuk meg Mikola-csővel az egyenes vonalú egyenletes mozgást!

KÍSÉRLET

Végezzünk méréseket Mikola-csővel! Különböző dőlésszög (10°, 20°, 30°) mellett mérjük meg a különböző utak (20, 40, 60 és 80 cm) megtételéhez szükséges időtartamokat! Foglaljuk táblázatba mérési eredményeinket! Állapítsuk meg, hogy milyen kapcsolat van a buborék által megtett út és az út megtételéhez szükséges idő között!



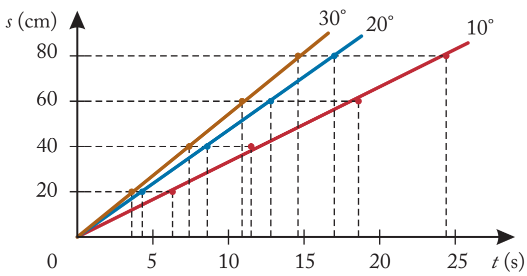
Az α dőlésszöggel megdöntött Mikola-cső

TAPASZTALAT

Út (cm) / Hajlásszög	20	40	60	80
10°	6,3 s	12,5 s	18,6 s	24,4 s
20°	4,3 s	8,6 s	12,8 s	17,0 s
30°	3,6 s	7,4 s	10,9 s	14,6 s

Az egyes utak megtételéhez tartozó időtartamok különböző hajlásszögek esetén

Ábrázoljuk a megtett utakat az eltelt idő függvényében!



A buborék mozgásának út–idő grafikonja

Adott dőlésszög esetén a megtett út egyenesen arányos az út megtételéhez szükséges idővel. A megtett út jelölése: Δs, az út megtételéhez szükséges időtartam jelölése: Δt. Jelöléssel: $\Delta s \sim \Delta t$, vagyis hányadosuk állandó.

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \text{állandó}$$

A $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ = állandó azt jelenti, hogy a mozgás **egyenletes mozgás**.

Egyenes vonalú egyenletes mozgásnak nevezzük a mozgást akkor, ha a mozgás pályája egyenes vonal, és a megtett út egyenesen arányos az út megtételéhez szükséges idővel.

Sebesség

Különböző hajlásszögek esetén különböző $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ értéket kapunk. Tehát a $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ hányados alkalmas mennyiség az egyenletes mozgás jellemzésére. E mennyiség neve a **sebesség**.

A sebesség a megtett út és az út megtételéhez szükséges időtartam hányadosa.
Jele: v, a latin velocitas ('sebesség') szó kezdőbetűje.

$$\textbf{sebesség} = \frac{\textbf{megtett út}}{\textbf{eltelt idő}} \qquad v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

A sebesség mértékegysége: $\frac{\text{m}}{\text{s}}$. A sebesség vektormennyiség, iránya minden pillanatban megegyezik a test mozgásának irányával.

A hétköznapi életben a sebességet sokszor $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-ban adjuk meg (szélsebesség, autók sebessége stb.). A két mértékegység közötti átváltás a következő:

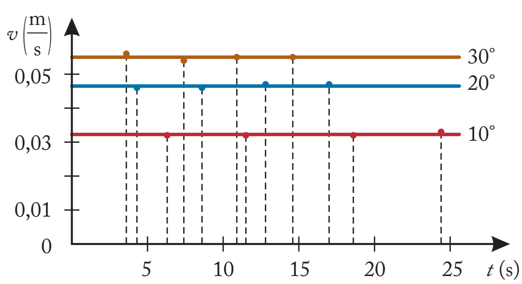
$$1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{0{,}001\ \text{km}}{\frac{1}{3600}\,\text{h}} = 3{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Határozzuk meg az egyes hajlásszögekhez tartozó sebességeket az első értéktáblázatba foglalt összetartozó út-idő értékpárokból!

Hajlásszög \ Út (cm)	20	40	60	80
10°	0,032 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,032 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,032 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,033 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$
20°	0,046 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,046 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,047 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,047 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$
30°	0,056 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,054 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,055 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,055 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$

A Mikola-cső különböző hajlásszögeihez tartozó sebességek

A táblázat adatai alapján látható, hogy az egyes hajlásszögek esetében a sebesség közel állandó értéket

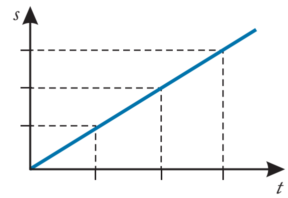


A buborék mozgásának sebesség–idő grafikonjai

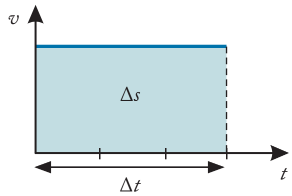
Figyeljük meg, hogy a sebesség-idő grafikonok párhuzamosak az időtengellyel, és *a grafikonok alatti területek mérőszáma a megtett út nagyságát adja.* Ugyanerre a következtetésre jutunk, ha a sebesség definícióját vizsgáljuk: $v = \frac{s}{t} \rightarrow s = v \cdot t$.

Egyszerű mozgások

Az egyenes vonalú egyenletes mozgás grafikonjai:



A mozgás út-idő grafikonja. A megtett út egyenesen arányos az eltelt idővel



A mozgás sebesség-idő grafikonja

A $v = \frac{s}{t}$ összefüggésből megállapítható:

– a nagyobb sebességű testek messzebbre jutnak el ugyanannyi idő alatt, mint a kisebb sebességűek;
– a nagyobb sebességű testek rövidebb idő alatt futnak be egy meghatározott távolságot, mint a kisebb sebességűek.

A mozgásokat célszerű úgy vizsgálni, hogy a mozgás kezdőpontjához rögzítjük a vonatkoztatási rendszert. Így egyszerűbben le tudjuk írni a mozgást.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy személygépkocsi sebességkorlátozás miatt útjának első felét $54\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel 15 perc alatt, majd a második felét $90\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel tette meg.

a) Számítsuk ki a gépkocsi által megtett utat!
b) Rajzoljuk fel a mozgás út-idő és sebesség-idő grafikonját!

MEGOLDÁS

Adatok:

$v_1 = 54\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$t_1 = 15\ \text{min} = 900\ \text{s}$

$s = ?$

a) Számítsuk ki a megtett út első felét!

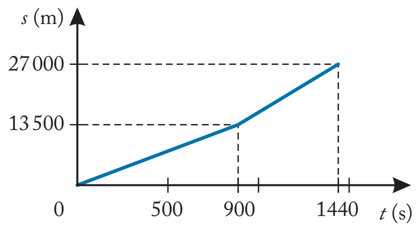
$s_1 = v_1 \cdot t_1 = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 900\ \text{s} = 13\,500\ \text{m} = 13{,}5\ \text{km}$

Az út második fele: $s_2 = s_1$
A teljes út: $s = 2 \cdot s_1 = 27\ \text{km}$

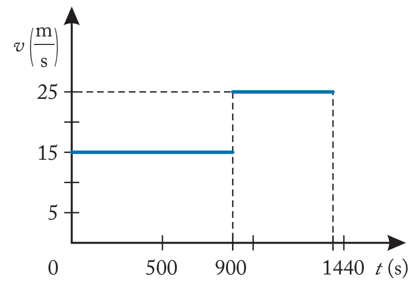
b) Az út második felének megtételéhez szükséges idő:

$$t_2 = \frac{s_2}{v} = \frac{13\,500\ \text{m}}{25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 540\ \text{s}$$

A mozgás grafikonjai:



A mozgás út–idő grafikonja



A mozgás sebesség–idő grafikonja. A grafikon segítségével is kiszámíthatjuk a megtett utat

A sebességvektor

A sebesség vektormennyiség, irányát az elmozdulásvektor segítségével megadott definícióból kapjuk.

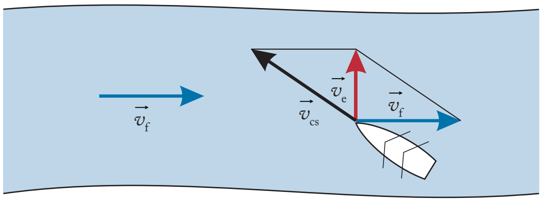
A sebességvektor a Δt idő alatti $\Delta\vec{r}$ elmozdulásvektor és a Δt időtartam hányadosa. Jele: $\vec{v}$.

sebességvektor = $\frac{\textbf{elmozdulásvektor}}{\textbf{eltelt időtartam}}$ $\quad \vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

Mértékegysége: $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Egyenes vonalú mozgásoknál a sebességvektornak és az elmozdulásvektornak közös hatásvonala van (egy egyenesen fekszenek). Az elmozdulásvektor irányát pozitívnak választva, a sebességet ehhez képest előjelesen írjuk fel. Ezzel a vektorösszegzés

előjeles algebrai mennyiségek összeadására egyszerűsödik. Ha egy test eredő sebessége több, egymástól különböző irányú sebességből tevődik össze, akkor a sebességvektorokat vektorként összegezzük.



Az eredő sebesség két különböző irányú sebességből tevődik össze ($\vec{v}_\mathrm{f}$: a folyó sebessége; $\vec{v}_\mathrm{cs}$: az evezés sebessége)

Milyen irányba kell evezniük a csónakban ülőknek, hogy az indulási helyükkel szemben érjék el a túlsó partot?

Relatív mozgások

A sebesség nagysága a vonatkoztatási rendszertől is függ. Így az egyik vonatkoztatási rendszerben ugyanaz a mozgás egy helyben álló lehet, míg a másikban egyenletes mozgást végez a test. Például a folyón úszó fadarab a parthoz képest egyenletes sebességgel halad, ugyanakkor a folyón úszó csónakhoz képest áll, azaz sebessége nulla. Fontos megjegyezni, hogy *a sebességváltozások mindig állandó nagyságúak*, vagyis azok függetlenek a vonatkoztatási rendszer választásától.

Az **egymással párhuzamos**, egyenes vonalú mozgások irányát előjelesen különböztetjük meg. Az egyik test mozgásirányát tekintjük pozitívnak, míg a vele ellentétes irányt negatívnak.

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. Az országúton 80 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ sebességgel haladó autót egy 100 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ sebességgel haladó motor követi. Fölöttük, de tőlük lemaradva 250 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ sebességgel velük egyező irányban egy helikopter halad alacsonyan.
a) Mekkora sebességgel látják közeledni a helikoptert a személygépkocsi és a motor utasai?
b) Mekkora sebességűnek látja a helikopterben ülő pilóta az autót és a motort?

MEGOLDÁS

Adatok:
$v_\mathrm{a} = 80\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$; $v_\mathrm{m} = 100\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$; $v_\mathrm{h} = 250\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$; $s = 0{,}5$ km

Legyen pozitív a helikopter sebességének iránya!
a) Rögzítsük a vonatkoztatási rendszert először az autóhoz, majd a motorhoz! Az autóhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben a földön lévő tárgyak a gépkocsi haladási irányával ellentétesen $-v_\mathrm{a}$ sebességgel haladnak. Ebben a vonatkoztatási rendszerben a helikopternek egy $-v_\mathrm{a}$ és egy v_h sebessége van, amelynek eredője $v_\mathrm{h} - v_\mathrm{a} = 170\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$. Hasonlóan belátható, hogy a motoron lévő utas $v_\mathrm{h} - v_\mathrm{m} = 150\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ sebességgel látja közeledni a helikoptert.
b) Rögzítsük a vonatkoztatási rendszert a helikopterhez! Ekkor a helikopter előtt a földön álló tárgyak $-v_\mathrm{h}$ sebességgel haladnak a helikopter felé. A két haladó járműnek van $-v_\mathrm{h}$ sebessége, továbbá az autónak v_a, míg a motornak $\vec{v}_\mathrm{m}$ sebessége is. Az eredő sebességük a két sebességvektor különbsége lesz, vagyis az autót $v_\mathrm{a} - v_\mathrm{h} = -170\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, míg a motort $v_\mathrm{m} - v_\mathrm{h} = -150\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ sebességgel látja közeledni a helikopterben ülő pilóta.

2. Két egymásra merőleges úton halad egy-egy motoros, az egyik 60 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, a másik 80 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ sebességgel. Mekkora az egymáshoz viszonyított – relatív – sebességük, vagyis mekkora sebességűnek látja az egyik motoros a másikat?

MEGOLDÁS

Adatok: $v_1 = 60\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, $v_2 = 80\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$, $v_\mathrm{rel} = ?$

A $v_2 = 80\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ sebességű motoroshoz rögzített koordináta-rendszerben a relatív sebességvektor $\vec{v}_\mathrm{rel} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$. A vektorok kivonásáról tanultak szerint ennek a vektoregyenletnek az ábrája egy v_1 és v_2 befogójú, v_rel átfogójú derékszögű háromszög. Alkalmazzuk Pitagorasz tételét: $v_\mathrm{rel}^2 = v_1^2 + v_2^2$.

A numerikus adatok behelyettesítése után a relatív sebességre $v_\mathrm{rel} = 100\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ érték adódik.

Olvasmány

Mikola Sándor (1871–1945)

Mikola Sándor a Budapesti Tudományegyetemen szerzett matematika–fizika szakos tanári diplomát. A Fasori Evangélikus Gimnáziumban tanított. Arra törekedett, hogy a diákok közreműködésével végzett kísérletekkel ismertesse meg a fizika alapfogalmait. Róla nevezték el az egyenes vonalú egyenletes mozgást bemutató laboratóriumi berendezést.

Mikola Sándor-emlékérem. A kísérletezésen alapuló iskolai fizikatanításban, a korszerű módszerek alkalmazásában kimagasló eredményt elérő fizikatanárok nyerhetik el ezt az emlékérmet

Projektfeladat

1 Egyenes vonalú egyenletes mozgás vizsgálata Mikola-csővel

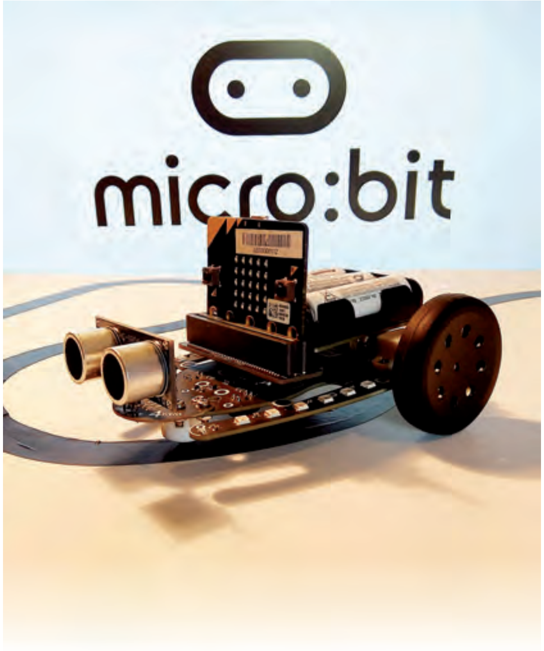
A Mikola-cső 10°-os, 20°-os és 30°-os helyzeténél mérjük meg, hogy mennyi idő alatt tesz meg a csőben lévő buborék 20 cm, 40 cm, 60 cm, 80 cm és 100 cm utat. Határozzuk meg az egyes szakaszon a buborék sebességét!

Igazoljuk, hogy a buborék mozgása egyenes vonalú egyenletes mozgás! Rajzoljuk fel a mozgás grafikonjait! Nézzük meg, hogy mérési hibákat hol követhettünk el a mérés során!

2 Sebességmérés vonalkövető robotautóval

Robotautók egyik fajtája a vonalkövető autó (line following car), mely egy fekete vonalat követ, amit egy fehér padlóra rajzoltak. Lehet saját építésű is, legó is, lehet például a népszerű bit:bot is. Működésének lényege, hogy a kocsi alján van egy érzékelő, mely figyeli a fényerősséget, megkülönbözteti a világos és sötét területeket. Ezt kihasználva, egy megfelelő program segítségével, követni tudja a fekete vonalat.

Az autó vezérlője a micro:bit, melyre számtalan program található az interneten, hogyan lehet akár a legegyszerűbb blokkos felületen programozni. Ha kész, mérhetitek a sebességét egyenes szakaszon is, vagy kanyarban.



1. lépés: fekete szigetelőszalaggal készítsetek pályát vagy a padlón, vagy egy rajzlapon!
2. Programozd be a kisautót vonalkövetésre!
3. Jelölj ki szakaszokat, mérd le a hosszukat, a futási idejüket, és határozd meg az átlagsebességüket az egyes szakaszokon! Foglald táblázatba, és ábrázold diagramon!

Irodalom

https://4tronix.co.uk/blog/?p=1490

Kérdések és feladatok

1 Milyen vonatkoztatási rendszerben érdemes leírni
a) a Hold keringését,
b) a Föld keringését,
c) a repülőgépek mozgását?

2 Egy 20 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességű motoros és egy 90 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességű autós
a) azonos, *b)* ellentétes irányban haladnak. Mekkora a motoros sebességének nagysága az autóhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben?

3 Egy tavon két hajó mozog, 2 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ azonos nagyságú sebességgel. Az egyik hajóhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben milyen határok közötti a nagysága a másik hajó sebességének?
Lehet-e 2 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ ez a sebesség? Mikor?

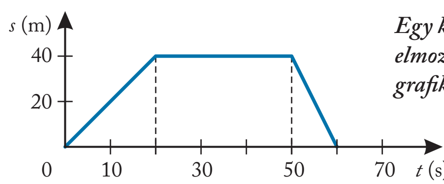
4 A budavári siklót eredetileg 3 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességűre építették ki, de ezt a tempót 1988-ban az utasok kérésére a felére csökkentették. A pálya hosszúsága közel 100 méter. Az alsó és felső állomás közti szintkülönbség mintegy 50 méter.
a) Mennyi idő alatt ér a sikló a célállomásra?
b) Készítsük el a budavári sikló út-idő és sebesség-idő grafikonját!

Az eredetileg gőzüzemű siklót 1870-ben avatták fel. A második világháborúban elpusztult, és csak 1986-ban építették fel újra. 1987 óta a világörökség része

5 Válaszoljunk a következő kérdésekre!
a) A földön állva egy helikoptert látunk elrepülni a fejünk felett. Milyen mozgást végez a helikopter légcsavarjának egy pontja a helikopterhez és hozzánk képest?
b) Lehetséges-e, hogy az Egyenlítőn álló megfigyelő nyugalomban lát egy mesterséges holdat?
c) Egy mozgó járműben leejtünk egy pénzérmét. Vajon álló járműben is ugyanannyi idő alatt esik le a pénzérme?

6 Egy gépkocsi először 3 óráig 90 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, ezután 2 óráig 60 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladt.
a) Mennyi utat tett meg a gépkocsi az indulástól számított 4 óra alatt?
b) Mennyi idő alatt tett meg a gépkocsi az elindulási helytől mérve 360 km utat?
c) Mennyi utat tett meg összesen a gépkocsi?
d) Ábrázoljuk a mozgást út-idő és sebesség-idő grafikonon!

7 Az ábra egy kerékpáros elmozdulás-idő grafikonját mutatja.
a) Határozzuk meg, hogy az egyes szakaszokhoz milyen mozgás tartozik!
b) Mekkora a megtett út?
c) Ábrázoljuk a kerékpáros mozgását sebesség-idő grafikonon!



Egy kerékpáros elmozdulás-idő grafikonja

8 Egyenes pályán vonat, a sínpályával párhuzamos úton személyautó halad. Adott időpillanatban a vonat d = 3 km-rel jár az autó előtt. Mennyi idő alatt és mekkora úton éri utol az autó a vonatot, ha az autó sebessége 90 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, a vonat sebessége 54 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$?

Egyszerű mozgások

3. lecke

Változó mozgások: átlagsebesség, pillanatnyi sebesség

Milyen szituációkban változtatja a sebességét egy motorkerékpáros?

Vizsgáljuk meg egy autóbusz mozgását! A megállóból elindulva felgyorsul, majd a forgalomtól függően változtatja a sebességét, hol gyorsabban, hol lassabban halad, és a következő megállóban megáll. A távolsági buszok egy része minden megállóban megáll, míg a gyorsjáratok csak bizonyos helyeken. ***Melyik buszra szállsz, ha az a célod, hogy minél hamarabb érj a végállomásra? Keressünk olyan fizikai mennyiséget, amelynek alapján el tudjuk dönteni, hogy melyik közlekedési eszközre szálljunk fel!***

Átlagsebesség

Azt a mozgást, amelynek sebessége a mozgás során változik, változó mozgásnak nevezzük. A mindennapi életben leggyakrabban ilyen mozgásokkal találkozunk. Nézzük meg, milyen fizikai jellemzőkkel vizsgálhatjuk ezeket a mozgásokat!

Az autóbusz valódi mozgását helyettesítsük egy olyan mozgással, amelynek állandó sebessége van a két megálló között! Ennek a helyettesítő mozgásnak a sebességét nevezzük az eredeti mozgás **átlagsebesség**ének.

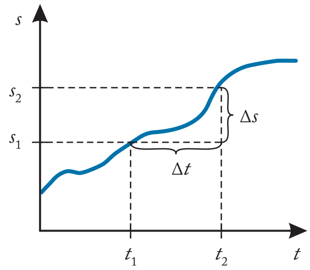
Az átlagsebesség a mozgás során megtett összes út és a közben eltelt idő hányadosa.
Jele: $\overline{v}$, vagy $v_{\text{átl}}$.

$$v_{\text{átl}} = \frac{\text{összes megtett út}}{\text{összes eltelt idő}} \qquad v_{\text{átl}} = \frac{s_ö}{t_ö}$$

Az átlagsebesség mértékegysége: $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Az átlagsebességen tehát azt a sebességet értjük, amellyel a test egyenletesen mozogva ugyanazt az utat ugyanannyi idő alatt tenné meg, mint változó mozgással.

Ábrázoljuk út-idő grafikonon a forgalomban haladó autóbusz mozgását! Az ábrán az útkülönbséget jelöljük Δs-sel, míg az eltelt időt Δt-vel.



Az átlagsebesség értelmezése

Az átlagsebességet $\bar{v} = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ alakban írhatjuk fel.

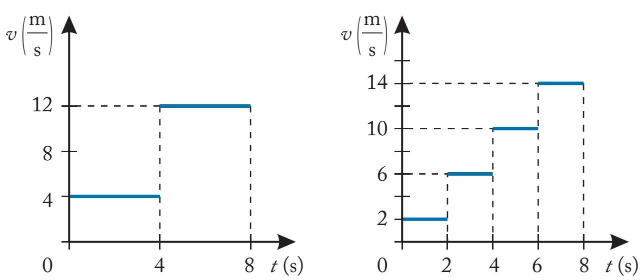
Fontos megjegyezni, hogy az átlagsebesség általában nem egyenlő a sebességek átlagával!

$$v_{\text{átl}} \neq \frac{v_1 + v_2}{2}$$

Pillanatnyi sebesség

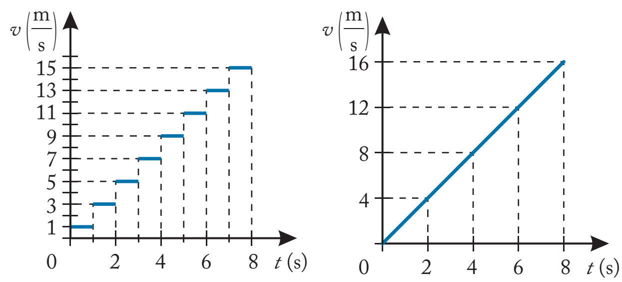
Az autó haladásakor *sebessége pillanatról pillanatra változik*, azaz sebességének minden időpillanatban más értéke van. Hogyan lehet meghatározni, hogy egy adott pillanatban mekkora az autó sebessége?

Tanórán, kísérletezéskor a megtett út és az idő mérésével *átlagsebességet* kapunk. Ez nem egy bizonyos időpillanatra, hanem egy időtartamra jellemző. Ha az eltelt időtartamot kisebb részekre osztjuk fel, akkor az e rövid időintervallumokhoz tartozó átlagsebességeket kapjuk meg.



Az eltelt időtartamot kisebb részekre osztjuk fel

Az időintervallumok további részekre osztásával egyre pontosabban nyomon követhetjük a test mozgását. Ezek az átlagsebesség-értékek közelítenek a pillanatnyi sebesség értékéhez. Ez alapján definiálni tudjuk a pillanatnyi sebességet.



A pillanatnyi sebesség közelítése egyre rövidebb időtartamú egyenletes mozgásokkal

A pillanatnyi sebességen egy nagyon rövid időtartamhoz tartozó átlagsebességet értünk.
Jele: v_p.
A pillanatnyi sebesség is vektormennyiség.
A pillanatnyi sebesség azt mutatja meg, hogy ha a mozgás a vizsgált pillanatban egyenletessé válna, akkor a test azzal a sebességgel mozogna egyenletesen tovább.

A pillanatnyi sebesség értékét mutatják a gépjárművek sebességmérő műszerei.

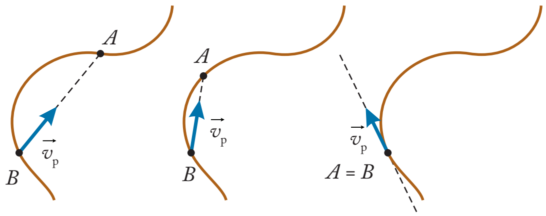
Egyenes vonalú mozgásoknál a pillanatnyi sebesség iránya megegyezik az elmozdulásvektor irányával, mert egy egyenesbe esnek. Egyenes vonalú mozgásnál egy test sebessége mindig arrafelé mutat, amerre a test mozog.

Vizsgáljuk meg, hogy általános esetben mit jelent a **pillanatnyi sebességvektor**!

Egy adott mozgás esetén vizsgáljuk meg az egyre rövidebb időtartamokhoz tartozó elmozdulásvekto-

rokat! Minden esetben a mozgás pályájának két pontját összekötő szakasz az elmozdulás nagyságát adja. Egyre kisebb időtartamok esetén az elmozdulások nagysága is egyre kisebb lesz, határesetben a lehető legrövidebb időtartamhoz tartozó elmozdulás már nem a pálya húrja, hanem az érintője lesz.

A pillanatnyi sebességvektor iránya a mozgás pályájának érintőjébe esik.



A pillanatnyi sebességvektor irányának meghatározása

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy autó az első 60 km-t 45 perc alatt, míg a következő 30 km-t 30 perc alatt tette meg.
a) Mekkora az egész útra számított átlagsebesség?
b) Ábrázoljuk a sebesség-idő grafikonon az egyes szakaszokra és az egész útra számított átlagsebességeket!

MEGOLDÁS

Adatok:

$s_1 = 60$ km

$t_1 = 45$ perc $= \frac{3}{4}$ h

$s_2 = 30$ km

$t_2 = 30$ min $= \frac{1}{2}$ h

$v_{\text{átl}} = ?,\quad v_{1,\text{ átl}} = ?,\quad v_{2,\text{ átl}} = ?$

a) Az átlagsebesség definícióját alkalmazzuk a teljes útra:

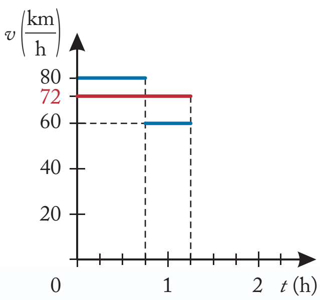
$$v_{\text{átl}} = \frac{60\text{ km} + 30\text{ km}}{\frac{3}{4}\text{ h} + \frac{1}{2}\text{ h}} = 72\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$$

b) Az ábrázoláshoz szükséges az első és a második szakasz átlagsebessége is.

Az első szakaszra: $v_{1,\text{ átl}} = \dfrac{60\text{ km}}{\frac{3}{4}\text{ h}} = 80\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$

A második szakaszra: $v_{2,\text{ átl}} = \dfrac{30\text{ km}}{\frac{1}{2}\text{ h}} = 60\,\dfrac{\text{km}}{\text{h}}$

Az átlagsebességeket a sebesség-idő grafikonon ábrázolhatjuk.



Az egyes szakaszokra és az egész útra számított átlagsebességek

Figyeljük meg, hogy az átlagsebesség általában nem egyenlő a sebességek átlagával!

A közlekedő autók sebessége nem állandó

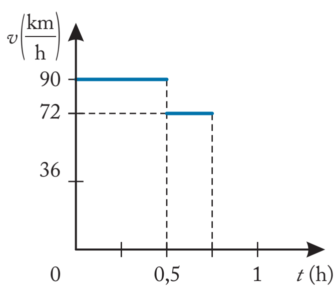
Kérdések és feladatok

1 Feltétlenül egyenletesen mozog-e az a kerékpáros, aki időegységenként egyenlő utakat tesz meg?

2 Magyarországon az ügetőverseny rekordját a Hitelező nevű kanca tartja, ideje 1 perc 17,6 másodperc. A derbi távja 1900 méter, indítása autóstarttal történt. (Nézz utána az interneten, mit jelent egy derbi esetén az autóstart!) Mekkora volt a győztes ló átlagsebessége?

3 Egy gépkocsi a Budapest–Pécs közötti 210 km-es utat 3 óra alatt teszi meg. Az út első felében 60 $\frac{km}{h}$ átlagsebességgel haladt.
a) Mekkora az egész útra számított átlagsebesség?
b) Mekkora az autó átlagsebessége az út második felében?

4 Az ábrán egy személygépkocsi sebesség-idő grafikonja látható. Mekkora a teljes időre számított átlagsebesség?



A személygépkocsi sebesség-idő grafikonja

5 Carlos Sastre Candill lett a 21 szakaszból álló 2008-as Tour de France győztese. A verseny részeredményeit hetes bontásban az alábbi táblázat tartalmazza. Számítsuk ki, hogy mekkora átlagsebességgel nyerte meg a versenyt!

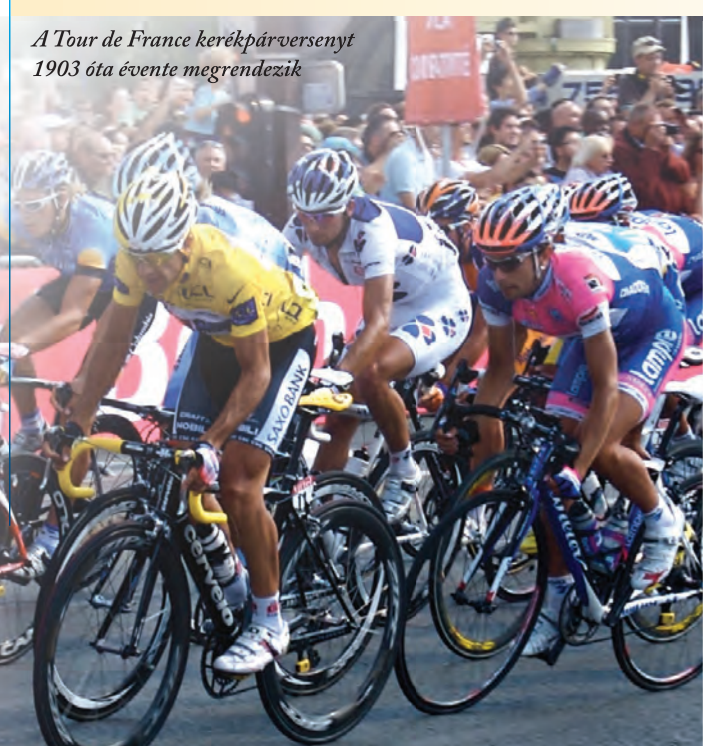
	1. hét	2. hét	3. hét
Út	1186 km	1265 km	1108,5 km
Idő	28 h 25 min 14 s	30 h 31 min 9 s	28 h 56 min 29 s

A győztes részeredményei hetes bontásban

6 Egy autós a 6-os főútvonalon 40 percig 90 $\frac{km}{h}$ sebességgel halad, majd utolér egy 72 $\frac{km}{h}$ sebességgel haladó teherautót. 15 percig nem tudja megelőzni, így követi azt.
a) Mekkora az összes megtett út?
b) Mekkora az autó átlagsebessége a mozgás teljes ideje alatt?
c) Rajzoljuk fel ugyanabban a koordináta-rendszerben a sebesség-idő és az átlagsebesség-idő grafikont!
d) Rajzoljuk fel a mozgás út-idő grafikonját!

7 Debrecenből az autópályán Budapest felé indul egy motor állandó 120 $\frac{km}{h}$ sebességgel. Negyedórával korábban ugyanonnan egy személygépkocsi már elindult, egyenletes 100 $\frac{km}{h}$ sebességgel. Mikor és hol éri utol a motor az autót?

8 Egy jármű útjának egyharmadát 90 $\frac{km}{h}$, kétharmadát 120 $\frac{km}{h}$ átlagsebességgel tette meg. Mekkora a teljes útra számított átlagsebesség?



A Tour de France kerékpárversenyt 1903 óta évente megrendezik

4. lecke

Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás

Ha megfigyeljük a lejtőn fékezés nélkül lefelé haladó kerékpárost vagy a szánkópályán lecsúszó gyerekeket, akkor azt tapasztaljuk, hogy sebességük pillanatról pillanatra változik. A lejtőn lefelé a kerékpár, illetve a szánkó egyre nagyobb sebességgel halad. ***Hogyan mozognak a magasabb helyről alacsonyabb hely felé haladó testek?***

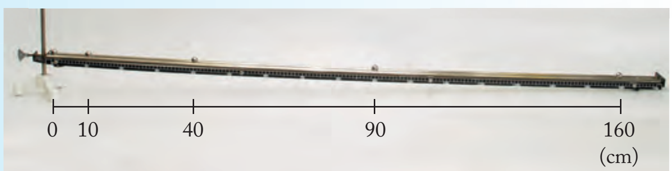
Utolérhetem-e a szánkópályán előttem lecsúszó barátomat?

Az egyenletesen gyorsuló mozgás kísérleti vizsgálata

KÍSÉRLET

Vizsgáljuk meg a lejtőn legördülő golyó (pl. egy acélgolyó) mozgását! Figyeljük meg, hogyan mozog a golyó! Azt tapasztaljuk, hogy a lejtőn legördülő golyó sebessége folyamatosan nő, a golyó gyorsul.

A metronóm időmérő műszer, amelyet egy inga segítségével a percenként előírt kattanásszámra lehet beállítani



A lejtőn legördülő golyó egyenletesen gyorsuló mozgást végez

Mérjük meg, hogy a golyó az indulásától számítva mekkora utat tesz meg 2, 4, 6 és 8 másodperc alatt! Jegyezzük fel táblázatba a mérési eredményeket, majd hasonlítsuk össze a 2, 4, 6 és 8 másodperc alatt megtett utakat!

Idő (s)	2	4	6	8
Út (m)	0,1	0,41	0,94	1,63

A lejtőn legördülő golyó út-idő értékpárjai

TAPASZTALAT

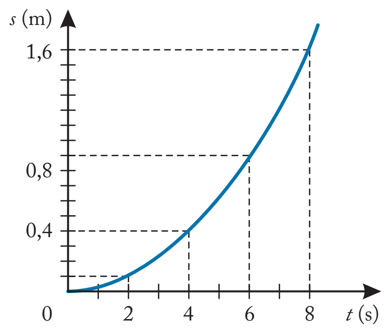
A mozgás kezdetétől számított utakat vizsgálva azt tapasztaljuk, hogy a 2, 4, 6 és 8 s alatt megtett utak úgy aránylanak egymáshoz, mint 1 : 4 : 9 : 16.

KÖVETKEZTETÉS

A lejtőn legördülő golyó mozgására igaz, hogy a megtett utak egyenesen arányosak az eltelt idők négyzetével:

$\Delta s \sim \Delta t^2$

A lejtőn legördülő golyó mozgását egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgásnak nevezzük. A mozgás út-idő grafikonja félparabolaív:



Az egyenletesen gyorsuló mozgást végző test út–idő grafikonja félparabolaív

Az egyenletesen változó mozgás gyorsulása

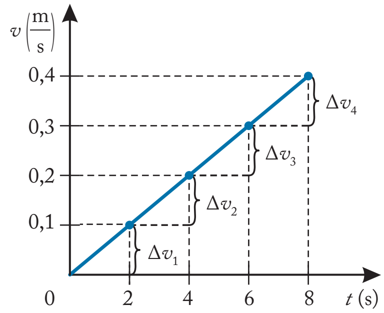
Keressünk kapcsolatot az álló helyzetből induló, lejtőn legördülő golyó sebessége és a legördülés közben eltelt idő között! Számítsuk ki a kísérletben mért adatokból az átlagsebességeket!

Idő (s)	2	4	6	8
Út (m)	0,1	0,41	0,94	1,63
Átlagsebesség $\left(\frac{m}{s}\right)$	0,05	0,10	0,15	0,20

A lejtőn legördülő golyó átlagsebesség–idő értékpárjai

A lejtőn legördülő golyó álló helyzetből indul, sebessége – itt most nem részletezett okok miatt – a mozgás folyamán állandóan és egyenletesen nő. Így a 2, 4, 6 és 8 másodperc végén elért végsebessége az ugyanahhoz az időtartamhoz tartozó átlagsebesség kétszerese lesz. Ez egyben a golyó 2, 4, 6 és 8 másodperc végén elért pillanatnyi sebessége.

Ábrázoljuk a golyó pillanatnyi sebességét az idő függvényében!



A lejtőn legördülő golyó pillanatnyi sebessége az idő függvényében

A grafikonon látjuk, hogy az egyenletesen gyorsuló mozgást végző testek esetében egyenlő időtartamok alatt mindig *ugyanannyival változik a sebesség*. Ez azt is jelenti, hogy ahányszorosára növeljük a Δt időtartamot, ugyanannyiszorosára növekszik a Δv sebességváltozás nagysága is. Ezért a sebességváltozás nagysága egyenesen arányos a közben eltelt idővel, vagyis hányadosuk állandó.

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{állandó}$$

A sebesség megváltozásának és a közben eltelt időtartamnak a hányadosát gyorsulásnak nevezzük.
Jele: *a*, a latin acceleratio (’gyorsulás’) szó kezdőbetűje.

$$\text{gyorsulás} = \frac{\text{sebességváltozás}}{\text{sebességváltozás időtartama}} = \frac{v_{vég} - v_{kezdeti}}{t_{vég} - t_{kezdeti}}$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

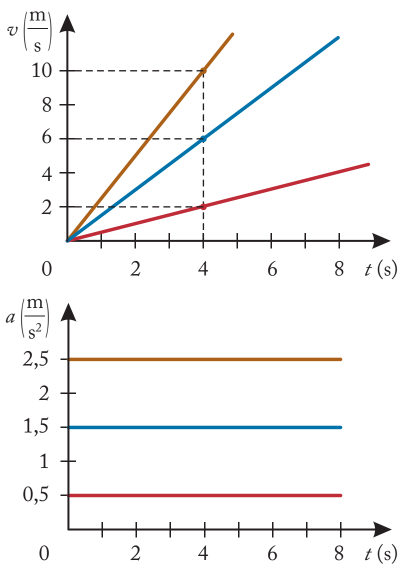
A gyorsulás mértékegysége: $\frac{m}{s^2}$.

A gyorsulás vektormennyiség, iránya a sebességváltozás irányával egyezik meg.
Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás során a gyorsulás és a sebesség iránya egy egyenesbe esik, ezért a vektor jelölést elhagyjuk.

Az egyenletesen változó mozgás gyorsulása állandó.
A gyorsulás mérőszáma megmutatja, hogy egységnyi idő alatt mennyivel változik meg a sebesség nagysága.

Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgásnak nevezzük a mozgást, ha a mozgás pályája egyenes vonal, és a mozgás folyamán a test sebessége egyenlő időtartamok alatt egyenlő mértékben változik.

Láthatjuk a következő grafikonokon, hogy az egyenletesen változó mozgások esetén a nagyobb sebességváltozáshoz nagyobb gyorsulás tartozik. Figyeljük meg a sebesség-idő és a gyorsulás-idő grafikonok közötti összefüggést!



Az egyenletesen gyorsuló mozgások esetében, ha a sebesség–idő grafikon meredekebb, akkor a gyorsulás nagysága is nagyobb

A pillanatnyi sebesség és a megtett út kiszámítása

Nézzük meg, hogy milyen összefüggésekkel számítható ki az egyenletesen változó mozgást végző golyó pillanatnyi sebessége és a golyó által megtett út!

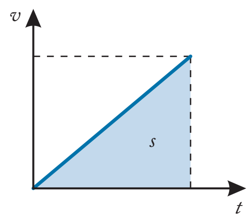
Az álló helyzetből, azaz $v_0 = 0$ kezdősebességgel induló golyó pillanatnyi sebességét az $a = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ összefüggés alapján határozhatjuk meg.

$v_p = a \cdot t$

Egyenes vonalú egyenletesen változó mozgásnál a pillanatnyi sebesség egyenesen arányos a mozgás során eltelt idővel.

Az egyenletesen gyorsuló test sebessége az idővel arányosan változik, ezért a sebesség és az idő összefüggését az origóból induló félegyenessel ábrázoljuk. *A görbe alatti terület nagysága a megtett út mérőszámával egyenlő.* Az egyenletesen gyorsuló mozgást végző testeknél a grafikon alatti terület egy háromszöget határoz meg. A grafikon alapján kiszámíthatjuk a megtett utat.

$$s = \frac{v \cdot t}{2} = \frac{a \cdot t \cdot t}{2} = \frac{a \cdot t^2}{2}, \quad \text{azaz} \quad s = \frac{a}{2} \cdot t^2.$$

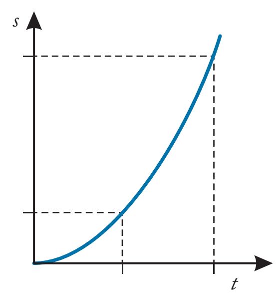


Az egyenletesen gyorsuló test mozgásának sebesség–idő grafikonja

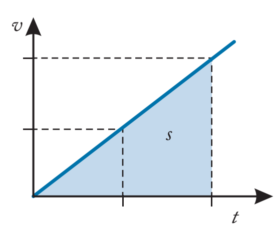
Mit ad meg a grafikon alatti terület nagysága?

Az egyenletesen változó mozgások esetében a megtett út arányos az eltelt idő négyzetével. Ezért ezt az összefüggést négyzetes úttörvénynek szokás nevezni. $s = \dfrac{a}{2} \cdot t^2$

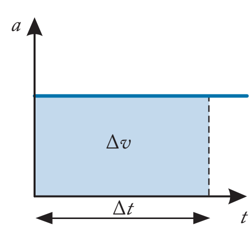
Az egyenletesen változó mozgás grafikonjai:



Az egyenletesen változó mozgás során a megtett út a mozgás megtételéhez szükséges idő négyzetével arányos



Az egyenletesen változó mozgás során a pillanatnyi sebesség egyenesen arányos a mozgás megtételéhez szükséges idővel



Az egyenletesen változó mozgás során a gyorsulás állandó

KIDOLGOZOTT FELADAT

Az álló helyzetből induló gépkocsi 8 s alatt 10 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességre gyorsul fel.

a) Mennyi a gyorsulása?

b) Mennyi ideig kell gyorsulnia ahhoz, hogy sebessége 54 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ legyen?

MEGOLDÁS

Adatok:

$\Delta t = 8\ \text{s}$

$v_0 = 0\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_1 = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad v_2 = 54\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

a) $a = ?$

b) $t = ?$

a) A gyorsulás nagyságát a most tanult definíció alapján határozhatjuk meg:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - v_0}{\Delta t} = \frac{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{8\ \text{s}} = 1{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) A gyorsulás időtartama a $v = a \cdot t$ összefüggésből számítható ki:

$$t = \frac{v_2}{a} = \frac{15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1{,}25\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 12\ \text{s}$$

A gépkocsi gyorsulása 1,25 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, és 12 s ideig kell gyorsulnia ahhoz, hogy a sebessége 54 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ legyen.

Projektfeladat

Fékút mérése féknyom alapján

Egy osztálytársad kerékpárjával az aszfalton úgy fékez, hogy féknyomot hagy.

a) Hogyan határoznád meg egy stopperrel és mérőszalaggal a kerékpáros fékezés kezdetekor meglévő sebességét és a kerékpáros lassulásának értékét? Rögzítsd az adatokat táblázatban!

b) Határozd meg a kerékpáros fékezés megkezdésekor meglévő sebességét!

c) Ábrázold a mozgás megtett út-idő és sebesség-idő grafikonját!

	s (m)	t (s)	a (m/s²)	v_0 (m/s)
1.				
2.				
3.				
Átlag				

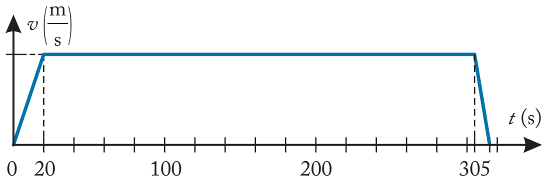
Kérdések és feladatok

1 Egy személygépkocsi a sebességét 15 s alatt $5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$-ról $20\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$-ra növeli.
a) Mekkora a gyorsulása?
b) Mekkora utat tesz meg a mozgás ezen időszakában?

2 Egy kezdősebesség nélkül induló, egyenletesen gyorsuló test 6 s alatt 9 m utat tesz meg.
a) Mekkora a mozgó test gyorsulása?
b) Mekkora a test sebessége 6 s eltelte után?
c) Mekkora utat tett meg a test az ötödik másodperc végéig?
d) Mekkora utat tett meg a mozgás ötödik és hatodik másodperce között?

3 Milyen hosszú kifutópálya szükséges a MiG–29 katonai repülőgép felszállásához, hogy a repülőgép egyenletesen gyorsuló mozgással elérje a földön a felszálláshoz szükséges $225\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességet, ha teljes terhelés esetén a maximális gyorsulása $4\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$?

4 Egy villamos két állomás között 3000 m utat tesz meg. Sebességének nagyságát az alábbi ábra mutatja. Mekkora volt a villamos sebessége a két állomás között?



A villamos mozgásának sebesség–idő grafikonja

5 Egy $500\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel haladó puskagolyó keményfában 3 cm-es úton egyenletesen lassulva fékeződik le. Mekkora a lassulása, és mennyi ideig tartott a lefékeződés?

6 Egy autópályán a $108\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladó autó 150 m úton fékeződik le egyenletesen lassulva.
a) Mennyi idő alatt állt meg az autó?
b) Mekkora út megtétele után csökken a jármű sebessége az eredeti sebesség felére? Ábrázoljuk grafikonon a mozgást!

5. lecke

Szabadesés

Milyen mozgást végez a bungee jumping ugró?

Az ejtőernyősök nagy magasságban ugranak ki az őket szállító repülőgépből. Először ejtőernyő nélkül zuhannak a föld felé, majd az ejtőernyőt kinyitva ereszkednek tovább. Ekkor sebességük jelentősen csökken, és aránylag kis sebességgel érnek földet. ***Mi a jelenség oka? Mi jellemzi az ejtőernyősök mozgását az ejtőernyő kinyitása előtt és után?***

Testek esése

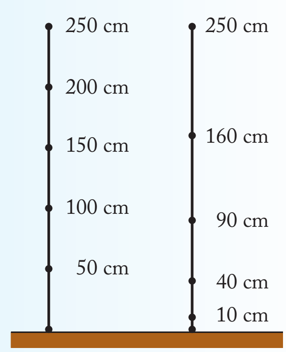
Az ejtőernyő nélkül zuhanó ejtőernyős mozgása folyamán egyre nagyobb sebességre tenne szert, szabadon esne a föld felé. Az ejtőernyő kinyitásával a levegő ellenállásának fékező hatása jelentősen megnő, ezért az ejtőernyős sebessége csökken. Ha a levegő fékező hatását kiiktatnánk, akkor az ejtőernyős az ejtőernyővel és anélkül is egyforma sebességgel érne földet. Ez azt jelenti, hogy a **légüres térben a testek egyformán esnek**, hiszen itt nem lép fel a levegő fékező hatása.

Ha egy testre csak a Föld vonzóereje hat (az egyéb, mozgást akadályozó hatások elhanyagolhatók), akkor a test mozgását szabadesésnek nevezzük.

Keressük meg a szabadesés jelenségére jellemző út-idő, sebesség-idő és gyorsulás-idő összefüggéseket!

KÍSÉRLET

A szabadesés jelenségének tanulmányozásához különböző magasságból leejtett golyók mozgását vizsgáljuk. A golyókat az ábrán megadott távolságra rögzítjük egymástól az ejtőzsinóron. A golyók magasságát a talajtól számítjuk. A kétféle távolságban rögzített golyók talajon való koppanását vizsgáljuk.



Szabadesés vizsgálata ejtőzsinórral

TAPASZTALAT

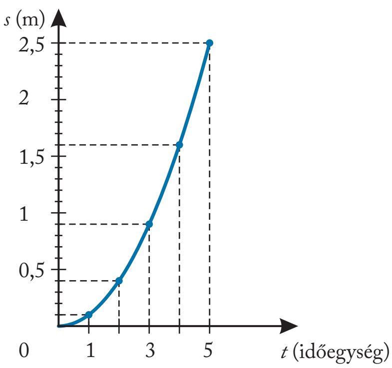
Az első esetben a golyók koppanásai egyre szaporábban követik egymást, míg a második esetben megfigyelhetjük, hogy egyenlő időközönként érkeznek a talajra a golyók. A mozgás kezdetétől számított utakat vizsgálva azt kapjuk, hogy az 1, 2, 3, 4 és 5 egységnyi időtartamhoz tartozó megtett utak úgy aránylanak egymáshoz, mint 1 : 4 : 9 : 16 : 25.

KÖVETKEZTETÉS

A szabadon eső testek által megtett utak egyenesen arányosak az esési idők négyzetével:

$\Delta s \sim \Delta t^2$

A mozgás út-idő grafikonja félparabolaív.



Szabadon eső test által megtett út az idő függvényében

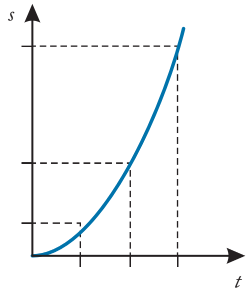
A szabadon eső testek mozgása is egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás. Mivel a Föld egy adott helyén a gyorsulás értéke állandó, ezért megkülönböztetésül g-vel jelöljük.

A szabadesés gyorsulása: $\vec{g}$, értéke Magyarországon: $g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Neve nehézségi gyorsulás. A nehézségi gyorsulás függőleges irányú, és megközelítőleg a Föld középpontja felé mutat.

A szabadesésre az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgásnál megtanult összefüggések érvényesek.

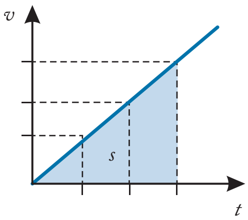
$$s = \frac{g}{2} \cdot t^2, \quad v = g \cdot t, \quad g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A mozgás grafikonjai:

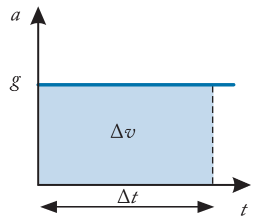


Egyenletesen gyorsuló mozgás-e a szabadon eső test mozgása?

A szabadon eső test út–idő grafikonja



A szabadon eső test sebesség–idő grafikonja egyenes



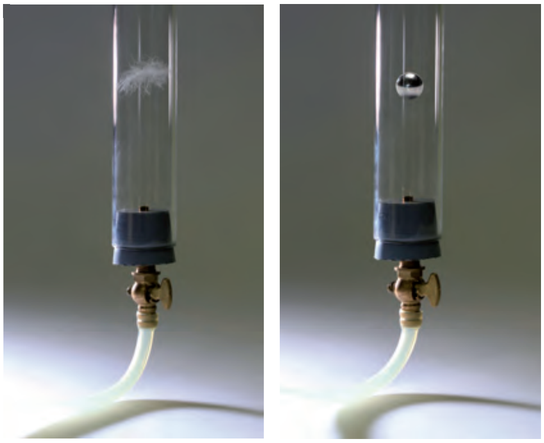
A szabadon eső test gyorsulása állandó

A Föld különböző helyein kissé eltérő a g értéke. A $g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ érték a mi szélességi körünkre és a tengerszintre vonatkozik. A g értéke függ a földrajzi szélességtől (az Egyenlítőtől a sarkokig $9{,}78\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$-ről $9{,}83\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$-re növekszik), a magasságtól (a Föld középpontjától távolodva csökken az értéke) és más tényezőktől (eltérő sűrűségű föld alatti rétegek) is.

A szabadesés jelensége

A szabadesés jelenségét használja ki például a bungee jumping (mélyugrás) extrém sport. A sport rajongói szabadeséssel zuhannak a mélybe, de az utolsó étereken egy erős, rugalmas kötél fékezi le őket, amely az ugrót a felszín előtt visszafogja.

Figyeljük meg egy fémgolyó és egy tollpihe esését levegőben! Azt tapasztaljuk, hogy a fémgolyó előbb ér földet. Ha ugyanezt a fémgolyót és tollpihét egy-egy légritkított csőbe tesszük, akkor a két test egyidejűleg ér a cső aljára. E kísérletből is azt láthatjuk, hogy minél jobban elhanyagolható a levegő ellenállásának fékező hatása, annál jobban megközelíti egymást az egyes mozgások esési ideje.



Tollpihe és golyó esése vákuumcsőben

A légkör nélküli Holdon nem kell a levegő fékező hatásával számolnunk, így ez tökéletes helyszín a szabadesés jelenségének vizsgálatához. 1971-ben az Apollo–15 amerikai űrhajó parancsnoka, David Scott ejtési kísérletet végzett a Holdon: egyik kezébe madártollat, míg a másikba kalapácsot fogott, és azonos magasságból egyszerre elejtette őket. A két tárgy ugyanakkor „ért holdat”, azaz ért le a Hold felszínére. A kísérlet igazolta Galileo *Galilei* állítását, miszerint a különböző tömegű testek azonos gyorsulással esnek.

Kalapács és tollpihe esése a Holdon

Visszatérés az űrből

Olvasmány

Az amerikai hadsereg tudósai azt kutatják, hogy milyen magasságban van még értelme a pilótáknak katapultot használni, vagyis milyen magasságból lehet az űrjárművekből az űrhajósokat sikeresen kimenekíteni. 1960-ban Joseph Kittinger tesztpilóta speciális hőlégballonnal 31 333 m magasságba emelkedett, majd onnan ejtőernyős ugrással sikeresen földet ért.

2012. október 14-én Felix Baumgartner bázisugró 39 045 m magasságból, a sztratoszférából hajtott végre ejtőernyős ugrást. Az ugrásnak tudományos jelentősége is van, hiszen új űrhajósöltözékek és új űrbéli mentési technikák kifejlesztéséhez járulhat hozzá. Baumgartner számára a hangsebesség terhelését is kibíró szkafandert készítettek. Az ugrás a sztratoszférából indult, ahol az alacsony nyomásból következően kisebb a légellenállás és a súrlódás. A bázisugró 4 perc 19 másodpercen át szabadon zuhant, ekkor ejtőernyője kinyílt. A zuhanás közbeni csúcssebessége 1342,8 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ volt. Ezzel 265 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladta meg a hangsebességet.
Az ejtőernyő a földet érésig egyenletesen lassította le az ejtőernyőst. A teljes ugrás 9 perc 6 másodpercig tartott.

Baumgartner ugrása

Olvasmány

Galileo Galilei (1564–1642)

Galilei Pisában született. Firenzében tanult fizikát, itt ismerkedett meg Arkhimédész tanaival. A pisai katedrális csillárjának lengését tanulmányozva 19 éves korában rájött, hogy az *inga* alkalmas az idő mérésére, mert a lengések időtartama állandó.

A mozgások vizsgálata során szabadon eső testekkel, lejtőn legördülő golyókkal, ingamozgással és hajításokkal foglalkozott. Galilei a pisai dómban felfigyelt a dóm egyik gyertyatartójának lassú, egyenletes lengésére. Szívverése ütemét az idő mérésére használva meghatározta, mennyi ideig tart a csillár egy lengése, miközben az inga lengése egyre csillapodott. *Hipotézist* állított fel, hogy az inga mindig ugyanannyi idő alatt végez egy teljes lengést, függetlenül attól, hogy nagyobb vagy kisebb a kitérése. Ezek után sikerült bebizonyítania, hogy az inga lengésideje sem a lengő test súlyától, sem a kitérés nagyságától nem függ, csak az inga hosszától. Galilei a jelenség megfigyelése után megjósolt egy tudományos törvényszerűséget, amit megfigyelésekkel és számításokkal ellenőrzött, ezáltal igazolta hipotézise helyességét. Ez a *valódi természettudományos módszer legátütőbb erejű alkalmazása*. Ezt először Galilei alkalmazta tudományos felfedezései során.

Galileo Galilei (Justus Sustermans festménye, 1636)

A pisai ferde toronyból végzett híres ejtési kísérleteit nem ő, hanem az arisztotelészi iskola egyik híve végezte el, aki éppenséggel cáfolni szerette volna Galilei azon állítását, mely szerint a különböző súlyú testek azonos sebességgel esnek.

Amikor Galilei értesült a Hollandiában szerkesztett első távcsőről, ő is épített magának egyet 1609-ben. Galilei volt az első, aki távcsövet használt csillagászati megfigyelésekhez. 1610-ben tette közzé távcsővel végzett megfigyeléseit *Sidereus Nuntius* című művében, amelyek a *heliocentrikus* (napközpontú) *világkép* elsődlegességét igazolták.

Galilei heliocentrikus világmodellre vonatkozó tanait a római inkvizíció megtiltotta (1616), és nézeteinek megtagadására kényszerítette (1633). Élete utolsó éveiben írta meg *Discorsi* (Matematikai érvelések és bizonyítások) című könyvét, mely az újkori fizika egyik legjelentősebb műve.

KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Mennyi idő alatt és mekkora sebességgel ér földet egy 45 m magasról szabadon eső, 0,2 kg tömegű tégladarab?

MEGOLDÁS

Adatok:

h = 45 m, m = 0,2 kg

t = ?, v = ?

A szabadon eső test mozgására a $h = \frac{g}{2} \cdot t^2$ összefüggés érvényes. A szabadesés ideje:

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 45\ \text{m}}{10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 3\ \text{s}$$

A szabadon eső test sebessége t = 3 s végén:

$$v = g \cdot t = 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3\ \text{s} = 30\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A szabadon eső test tömegére nem volt szükségünk a feladat megoldásakor. Ez is megerősíti azt, hogy **minden szabadon eső test egyformán esik.**

2. Határozzuk meg a h magasságból eső test sebességét!

MEGOLDÁS

Az előző kidolgozott feladat alapján a h magasságból történő esés ideje:

$$h = \frac{g}{2} t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

A $v = g \cdot t$ összefüggésbe behelyettesítve:

$$v = g \cdot t = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

A sebesség tehát a megtett út négyzetgyökével arányos.

Projektfeladat

100a Szolnok — Cegléd — Budapest

Km	MÁV-START Zrt.	❄O 7009 2.◆ 91 34		E 2859 2899 2.◆ 92	❄O S 6007 2.◆ 91	❄E 2717 2.◆	❄E 2559 2.◆		O IC 709 R◆ 93	❄E 2617 2.◆	E 2869 2.◆ 30	❄O 6039 2.◆	❄O S 7207 2.◆	O IC 609 R	E 2727 2.◆ 30	❄E 2517 2.◆	❄O IC 719 R◆ 93
	Kiindulási állomás				Debrecen							Nyíregyháza	Szentes	Nyíregyháza			
0	Szolnok 82,86,100,120a,120,130,145	...	...	Ⓐ 5 45	6 05	...	6 22	...	...	...	Ⓐ 6 55	7 11	7 16	◘ 7 22	...	...	...
11	Abony	...	...	5 55	6 15	...	6 32	...	...	...	7 05	7 21	7 26		...	...	...
27	Cegléd ○	...	...	6 06	6 26	...	6 43	...	...	...	7 16	7 32	7 37	7 41	...	...	...
	Szeged 140	4 36	...	...	...	...	...	...	◘ 5 47	...	...	...	...	...	...	...	◘ 6 45
	Kiskunfélegyháza	5 23	...	...	...	...	...	...	◘ 6 31	...	...	...	...	...	...	...	◘ 7 31
	Kecskemét	5 39	...	...	...	...	...	...	◘ 6 48	...	...	...	...	...	...	...	◘ 7 48
	Cegléd ○	6 06	...	...	...	...	...	...	7 12	...	...	...	...	...	...	...	8 12
	Cegléd	6 08	...	6 13	6 28	...	6 48	...	◘ 7 13	...	7 18	...	7 38	◘ 7 43	...	7 48	◘ 8 13
34	Budai út	6 14	...	6 19	6 34	...	6 54	...	TORONTÁL	...	7 24	...		CÍVIS	...	7 54	NAPFÉNY
38	Ceglédbercel-Cserő	6 18	...	6 23	6 38	...	6 58	...		...	7 28	...			...	7 58	
40	Ceglédbercel	6 21	...	6 26	6 41	...	7 01	...		...	7 31	...			...	8 01	
45	Albertirsa	6 25	...	6 30	6 45	6 50	7 05	...		...	7 35	...			...	8 05	
52	Pilis	6 31	...	6 36	6 51	6 56	7 11	...		...	7 41	...			...	8 11	
56	Monorierdő	6 35	...	6 40	6 55	7 00	7 15	...		...	7 45	...			...	8 15	
62	Monor ○	6 40	...	Ⓐ 6 45	7 00	7 05	7 20	...		...	7 50	...			...	8 20	
	Monor	6 41	...	6 47	7 01	7 07	7 21	...		7 37	7 51	...			Ⓐ 8 07	8 21	
67	Hosszúberek-Péteri		...	6 51		7 11		...		7 41		...			8 11		
71	Üllő		...	6 55		7 15		...		7 45		...			8 15		
77	Vecsés-Kertekalja		...	7 00		7 20		...		7 50		...			8 20		
78	Vecsés		...	7 03		7 23		...		7 53		...			8 23		
82	Ferihegy ✈	6 55	...	7 07	7 15	7 27	7 35	...	7 45	7 57	8 05	...	8 10	8 15	8 27	8 35	8 45
84	Szemeretelep		...	7 09		7 29		...		7 59		...			8 29		
86	Pestszentlőrinc		...	7 12		7 32		...		8 02		...			8 32		
89	Kőbánya-Kispest 150 ○	7 00	...	7 15	7 20	7 35	7 40	...	7 50	8 05	8 10	...	8 15◖	8 20	8 35	8 40	8 50
	Kőbánya-Kispest 142	7 01	...	7 16	7 21	7 36	7 41	...	7 51	8 06	8 11	...	8 16	8 21	8 36	8 41	8 51
92	Kőbánya alsó	7 05	...	7 20	7 25	7 40	7 45	...		8 10	8 15	...			8 40	8 45	
95	Zugló	7 10	...	7 25	7 30	7 45	7 50	...	7 59	8 15	8 20	...	8 24◖	8 29	8 45	8 50	8 59
100	Budapest-Nyugati ○	7 17	...	7 32	7 37	7 52	7 57	...	8 07	8 22	Ⓐ 8 27	...	8 32	8 37	Ⓐ 8 52	8 57	9 07
	Végállomás																

1 Menetrend vizsgálata

a) Rajzold fel a Szolnok és Budapest között közlekedő 609. számú gyorsvonat megtett út-idő grafikonját!

b) Határozd meg a teljes útra számított átlagsebességet!

c) Rajzold fel a gyorsvonat átlagsebesség-idő grafikonját!

d) Számítsd ki a 2559. számú személyvonat átlagsebességét Szolnok és Budapest Nyugati pályaudvar között!

e) Rajzold fel Szolnok és Budapest Nyugati pályaudvar között a személyvonat megtett út-idő és az átlagsebesség-idő grafikonokat a személyvonat mozgására!

f) Hasonlítsd össze a két vonat átlagsebességét! Hány százalékkal gyorsabb a gyorsvonat a személyvonatnál?

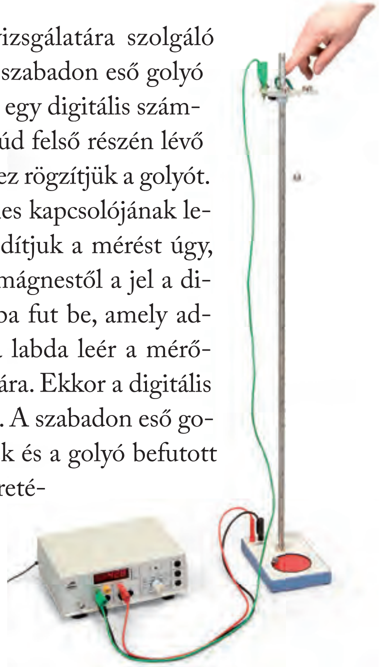
2 Kerékpáros reakcióidejének mérése fékezéskor

Készítsetek tervet, és mérjétek meg fékezéskor egy kerékpáros reakcióidejét! Reakción értjük a fékezés szükségességének észlelése és a fékezés megkezdése között eltelt időtartamot. Mennyivel lesz hosszabb a megállásig megtett út?

3 Mélységmérés

Tervezd meg és mérd meg, hogy milyen mélyen van egy kútban a víz felszíne, egy kavics és egy stopper segítségével! Készíts táblázatot, melyben a mért adatokat rögzíted! Az esés idejét és a nehézségi gyorsulás (9,81 m/s^2) értékét használd fel a feladat megoldásához! Becsüld meg a mérés pontosságát! Milyen mérési hibák léphettek fel a mérés során?

4 Szabadesés mérése digitális mérőműszerrel



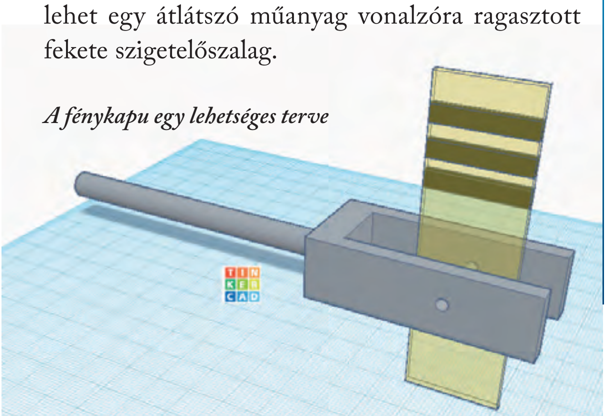
A szabadesés vizsgálatára szolgáló mérőkészülék a szabadon eső golyó esési idejét méri egy digitális számlálóval. Az ejtőrúd felső részén lévő elektromágneshez rögzítjük a golyót. Az elektromágnes kapcsolójának lenyomásával elindítjuk a mérést úgy, hogy az elektromágnestől a jel a digitális számlálóba fut be, amely addig mér, amíg a labda leér a mérőműszer alsó lapjára. Ekkor a digitális számláló megáll. A szabadon eső golyó esési idejének és a golyó befutott útjának az ismeretében a nehézségi gyorsulás meghatározható.

5 Szabadesés mérése micro:bittel

A mérési feladat elvégzéséhez előkészületre van szükség.

1. Tervezd meg, hogy milyen érzékelőt használnál az idő- és távolságmérésre! Egy ötlet: Tervezz optikai kaput 3D nyomtatóval (https://www.tinkercad.com/)! A fényforrás (3 mm átmérőjű LED) és a detektor (3 mm átmérőjű LDR fotoellenállás). A fénykapu érzékelői között áteső fényszaggató lehet egy átlátszó műanyag vonalzóra ragasztott fekete szigetelőszalag.

A fénykapu egy lehetséges terve



Érzékelőként szóba jöhet még:

Indukciós hurkon áteső mágnes. Itt az indukciós feszültséget mérheted. Mikrofon egy golyó esési idejének lehallgatásához (emeltfizika-érettségi mérések). Elektromágnes, vasgolyó, mikrokapcsoló (az esési idő méréséhez).

2. Illeszd a kiválasztott szenzorokat, vezérlőket a mérést vezérlő hardverhez (micro:bit).

3. A hardver összeállítása és tesztelése után tervezd meg, kódold le, majd teszteld a mérést vezérlő programot, amelyik a mikrovezérlőn fog majd futni! Ezt a mikrovezérlőre írt programot fel kell majd tölteni a mérést vezérlő mikrokontrollerre. A mikrovezérlő (micro:bit panel) programozásához az interneten keress példákat! Ezeket a kis paneleket a scratchhez hasonlóan egy ún. blokkeditorban is lehet programozni. A megírt programot *.hex kiterjesztésű fájlként feltöltjük a micro:bitre.

4. Telepítsd az Excel programba a Microsoft Data Streamert. Ezzel az Excelbe épülő modullal valós idejű érzékelők adatainak rögzítését, megjelenítését és elemzését végezheted majd el Excel-táblázatokban.

A Data Streamer feladata a mérés dokumentálásában

A telepített Data Streamer modul így adatokat küldhet a mikrovezérlőből az Excelbe. Szükség esetén a folyamat vezérléséhez (indítás) az Excel is adatokat küldhet vissza a mikrovezérlőre. A mérés összeállításához segítséget találsz az interneten (pl. support.office.com és az Excel Data Streamer Help menüjében), ahol a mérés működési elvét is megtalálod.*

* Bővebben: https://support.microsoft.com/hu-hu/office/mi-az-adatk%c3%bcld%c5%91-1d52ffce-261c-4d7b-8017-89e8ee2b806f?ui=hu-hu&rs=hu-hu&ad=hu

5. Csatlakoztasd a mikrovezérlőt (micro:bit) a számítógéped USB-portjához. Miután a programod elindult a mikrovezérlőn, az átküldi az adatokat az Excelbe az USB-porton keresztül.

6. A mért adatokból az Excelben számítsd ki a nehézségi gyorsulás értékét! Az Excelben ábrázold a mozgás grafikonjait!

Irodalom
https://pilath.wordpress.com/

3 Szabadesés vizsgálata a Tracker videoelemző program használatával

A mérés célja: Elemezd egy videóelemző szoftverrel egy szabadon eső test mozgását!

Készítsd el a mozgás út-idő, sebesség-idő és gyorsulás-idő grafikonjait!

A mérési módszer: A szabadon eső test mozgás közben egyenletesen gyorsul. A felvett képen megmérjük az 0,1 s, 0,2 s, 0,3, 0,4 s és 0,5 s alatt megtett utakat. Az eltelt időből és a megtett utakból az $s = \frac{a}{2}t^2$ összefüggésből számítjuk ki a test gyorsulását!

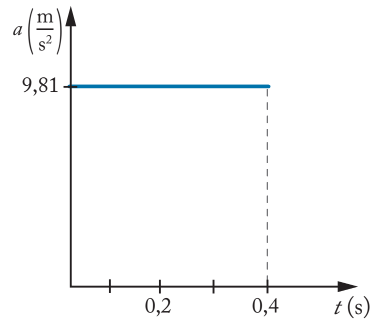
A mérés menete: Egy szabadon eső labda mozgását vegyük fel videókamerával. A képbe helyezzünk be egy méterrudat vagy egy ismert hosszúságú etalont! Ügyeljünk arra, hogy a mozgás pályája beleférjen a videókamera által felvett térrészbe, és a labda pályája minél jobban kitöltse a képmezőt! A kamerát állványra rögzítsd, míg a labda mögött világos hátteret biztosíts!

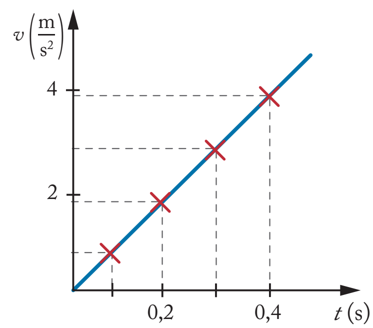
Határozd meg az eltelt időkhöz tartozó megtett utakat!

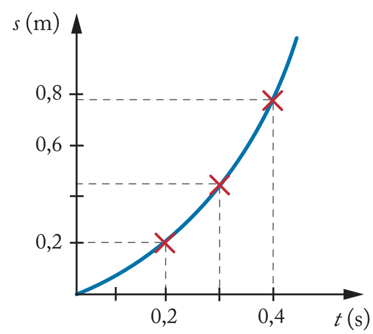
idő (s)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
megtett út (m) indulástól számítva					
gyorsulás értéke $\left(\frac{m}{s^2}\right)$					

Igazold, hogy a szabadesés egy egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás!

A labdát tömegpontnak tekintve készítsük el a mozgás út-idő, sebesség-idő és gyorsulás-idő grafikonját!







Ha egy kinematikai modellt felállítunk, méréssel ellenőrizhetjük annak helyességét.

Útmutató a program használatához: A Tracker egy ingyenes videóelemző és modellező eszköz a fizika oktatásához, mellyel egy filmre vett test mozgását elemezhetjük. A telepítő letölthető pl. a Tracker honlapjáról a www.cabrillo.edu/~dbrown/tracker/ vagy a ComPADRE nyílt forráskódú fizikagyűjteményéből: www.compadre.org/osp

Arisztotelész (i. e. 384–322)

Olvasmány

Arisztotelész görög filozófus Platón tanítványa, majd a fiatal Nagy Sándor, a későbbi makedón uralkodó nevelője volt. Arisztotelész mozgásokról alkotott felfogása az *arisztotelészi dinamika* (peripatetikus dinamika), amely a mindennapi élet megfigyeléseinek teljesen megfelel, azonban a mozgások alaptörvényeinek a tisztázására semmiféle kísérletet nem végzett.

Arisztotelész *a mozgást folyamatnak tekintette*, nem állapotnak. Úgy vélte, ha a testre irányuló hatás megszűnik, akkor megszűnik a mozgás is. Ha egy kocsit gyorsabban akarunk mozgatni, akkor több lovat kell elé befogni.

A görögök mozgásról alkotott felfogásukban alapvető törvénynek tekintették, hogy a testek esésekor a nehezebb testek gyorsabban, a könnyebbek lassabban esnek. Tehát ugyanakkora úton esési idejük egyenesen arányos a tömegükkel. Arisztotelésznek a természet megfigyelésével kapcsolatos tévedéseit, geocentrikus világképének hibáit később Galilei és Kopernikusz csillagászati felfedezései tárták fel.

Athéni iskola, Arisztotelész (jobbra) és Platón (Raffaello Santi, freskórészlet, 1509–1511)

Kérdések és feladatok

1 Egy 12 méter magas ugródeszkáról ugró versenyző számára mennyi idő áll rendelkezésre gyakorlatának bemutatásához? Mekkora sebességgel ér a vízbe?

2 A bungee jumpinggal mélybe ugró ember sebessége az egyik pontban 3 $\frac{m}{s}$, míg a másik pontban 6 $\frac{m}{s}$. Mennyi idő telik el, míg egyik pontból a másikba ér? Mekkora a két pont közötti távolság?

A pisai ferde torony

3 A pisai ferde torony magassága legalacsonyabb oldalán 55,68 m, a másik oldalán 56,70 m. Amennyiben Galilei ejtési kísérleteket végzett volna a ferde toronyból, mennyi idő alatt és milyen sebességgel értek volna le a vasgolyók? Mekkora lett volna az átlagsebességük?

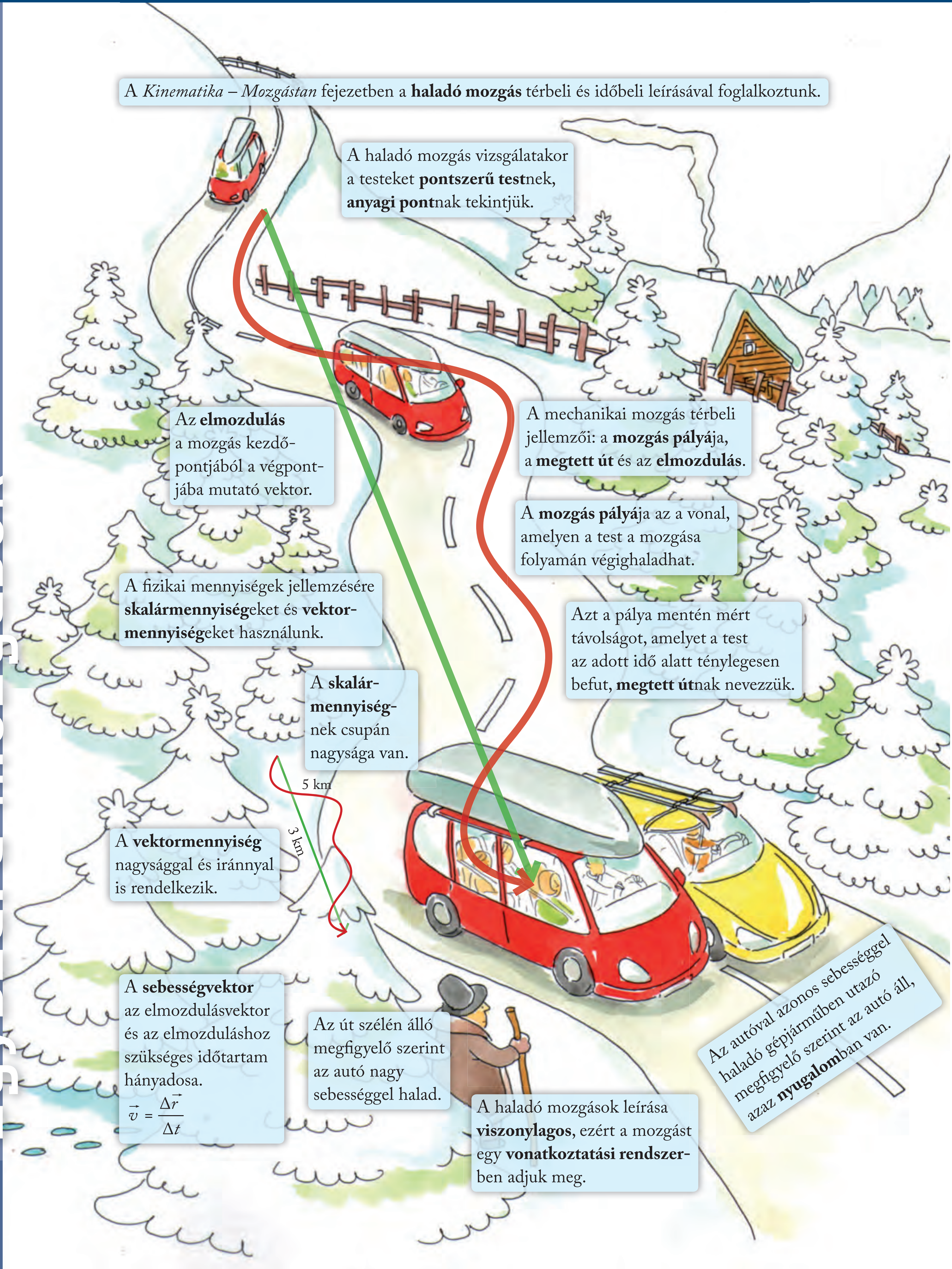
4 Egy személyfelvonó egyenletesen 12 $\frac{m}{s}$ sebességgel mozog lefelé. A felvonó mellett kavicsot ejtünk el. Mennyi idő múlva és hol találkozik a kavics újra a felvonóval? Mekkora a találkozáskor a kavics sebessége? Rajzoljuk fel a felvonó és a kavics út-idő és sebesség-idő grafikonját!

5 Egy test h = 80 m magasról esik. Osszuk fel az utat két olyan részre, amelyet a test egyenlő időközök alatt tesz meg!

6 Milyen magasról esett az a test, amely esésének utolsó másodpercében 25 m utat tett meg?

7 Szabadon eső test h = 180 m magasról esik. Osszuk fel az utat három olyan részre, amelyet a test egyenlő időközök alatt tesz meg!

Összefoglalás – Mozgások alapfogalmai



A *Kinematika – Mozgástan* fejezetben a **haladó mozgás** térbeli és időbeli leírásával foglalkoztunk.

A haladó mozgás vizsgálatakor a testeket **pontszerű test**nek, **anyagi pont**nak tekintjük.

A mechanikai mozgás térbeli jellemzői: a **mozgás pályá**ja, a **megtett út** és az **elmozdulás**.

Az **elmozdulás** a mozgás kezdőpontjából a végpontjába mutató vektor.

A **mozgás pályá**ja az a vonal, amelyen a test a mozgása folyamán végighaladhat.

A fizikai mennyiségek jellemzésére **skalármennyiség**eket és **vektormennyiség**eket használunk.

Azt a pálya mentén mért távolságot, amelyet a test az adott idő alatt ténylegesen befut, **megtett út**nak nevezzük.

A **skalármennyiség**nek csupán nagysága van.

A **vektormennyiség** nagysággal és iránnyal is rendelkezik.

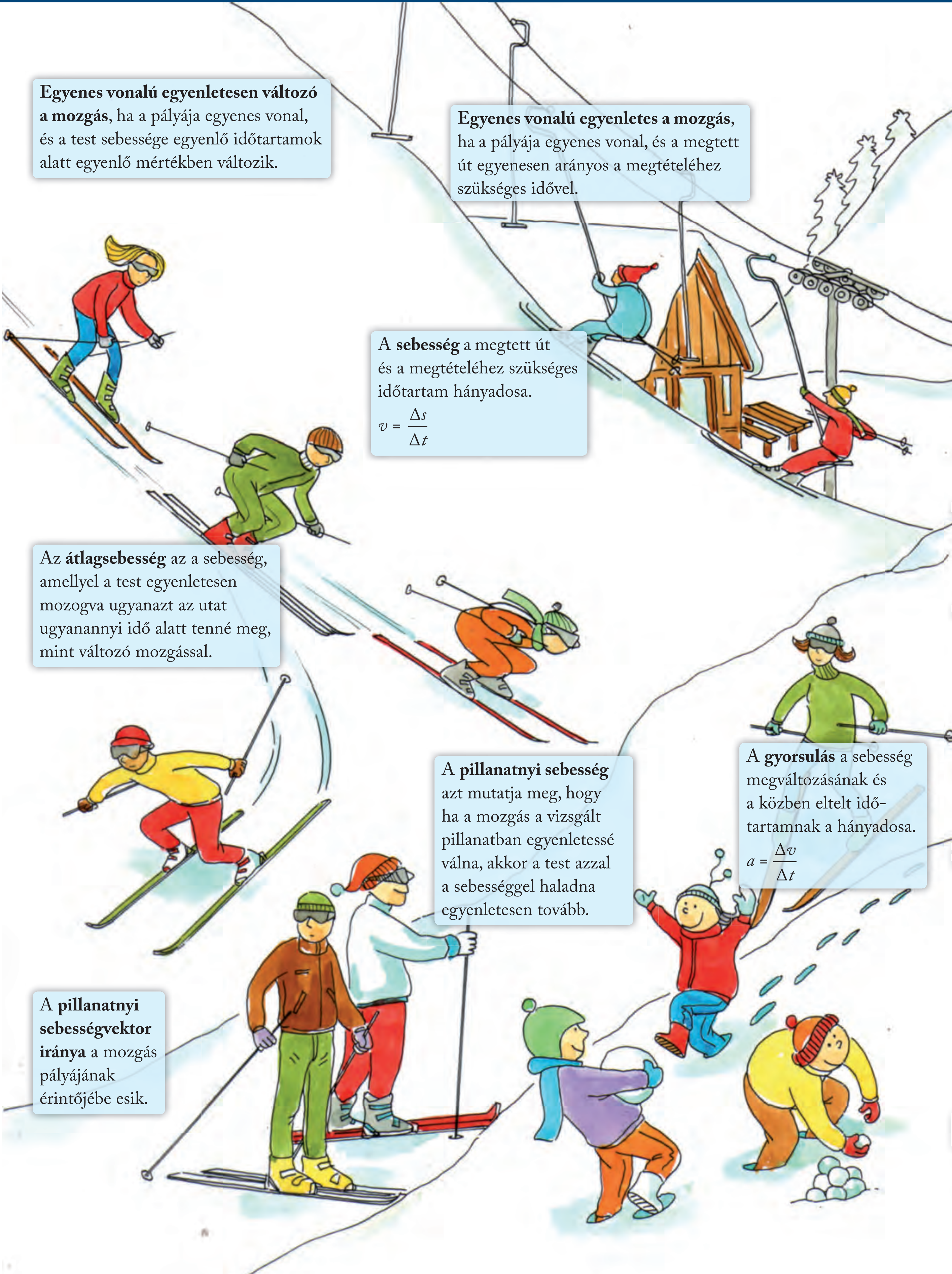
A **sebességvektor** az elmozdulásvektor és az elmozduláshoz szükséges időtartam hányadosa.

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

Az út szélén álló megfigyelő szerint az autó nagy sebességgel halad.

A haladó mozgások leírása **viszonylagos**, ezért a mozgást egy **vonatkoztatási rendszer**ben adjuk meg.

Az autóval azonos sebességgel haladó gépjárműben utazó megfigyelő szerint az autó áll, azaz **nyugalom**ban van.



Egyenes vonalú egyenletesen változó a mozgás, ha a pályája egyenes vonal, és a test sebessége egyenlő időtartamok alatt egyenlő mértékben változik.

Egyenes vonalú egyenletes a mozgás, ha a pályája egyenes vonal, és a megtett út egyenesen arányos a megtételéhez szükséges idővel.

A **sebesség** a megtett út és a megtételéhez szükséges időtartam hányadosa.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Az **átlagsebesség** az a sebesség, amellyel a test egyenletesen mozogva ugyanazt az utat ugyanannyi idő alatt tenné meg, mint változó mozgással.

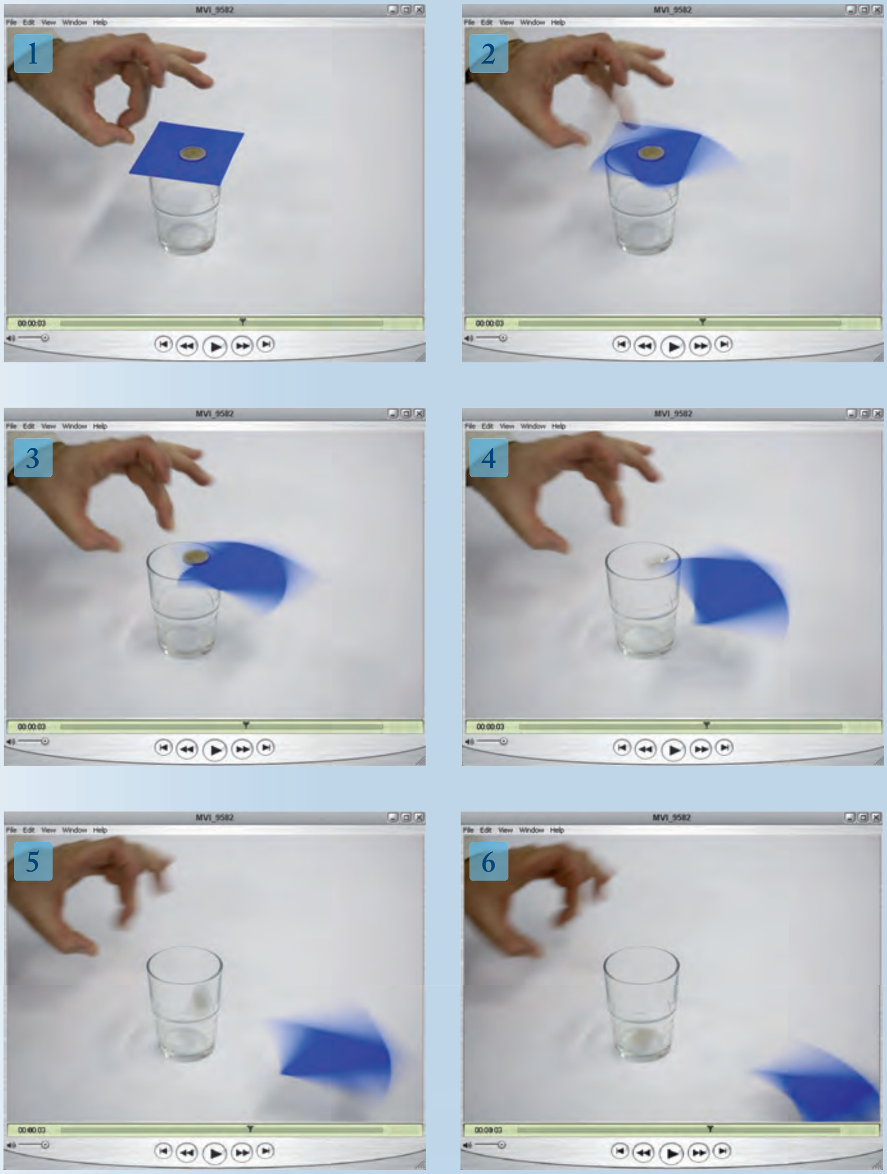
A **pillanatnyi sebesség** azt mutatja meg, hogy ha a mozgás a vizsgált pillanatban egyenletessé válna, akkor a test azzal a sebességgel haladna egyenletesen tovább.

A **gyorsulás** a sebesség megváltozásának és a közben eltelt időtartamnak a hányadosa.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

A **pillanatnyi sebességvektor iránya** a mozgás pályájának érintőjébe esik.

Pénzérme tehetetlensége



- *Newton-törvények*
- *Lendület*
- *Erőfajták*
- *Egyensúly*

Erőtan, egyensúly

Az előző fejezetben megfigyeltük, hogy a mozgás az anyag elválaszthatatlan tulajdonsága. A haladó mozgások tanulmányozásakor megismertük a mozgások időbeli lefolyását meghatározó fizikai mennyiségeket: a mozgás pillanatnyi helyzetét, sebességét és gyorsulását. Az egyszerű mozgások fejezet nem a mozgás okait kutatja, hanem a mozgások pontos leírását vizsgálja.

A XVII–XVIII. században kibontakozó erőtan a természetben lejátszódó *mozgások okait keresi*. A következő fejezetben ezen okok feltárásával foglalkozunk.

6. lecke

Newton I. és III. törvénye

Miért dőlünk előre a járművekben hirtelen fékezéskor?

A személygépkocsiban, autóbuszon vagy vonaton ülve hirtelen fékezéskor azt tapasztaljuk, hogy előredőlünk. Autóbuszon utazva láthatjuk, hogy balra kanyarodáskor az utasok jobbra dőlnek. Mozgó járművekről menetirányban leugorva könnyen előreeshetünk. ***Mi az oka ezeknek a jelenségeknek?***

A tehetetlenség törvénye

A környezetünkben lévő tárgyakat figyelve azt tapasztaljuk, hogy a testeket **mozgásállapotuk** szerint sebességgel jellemezhetjük. Egy üveglapon gurítsunk el egy golyót! A golyó folyamatosan lassul, majd bizonyos út megtétele után megáll. Miért történt mindez? Ha az acélgolyó felületét felnagyítanánk, akkor azt látnánk, hogy nem tökéletesen sima. Gördülésnél a golyó felülete a fogaskerék fogainak mozgásához hasonlóan simul az üveglap felületéhez, a golyó ennek hatására lassulni fog. Ha a golyó mozgására semmilyen módon sem hatna a környezete, akkor nem lassulna, a kezdősebességével haladna tovább. Ez azt jelenti, hogy **a golyó mozgásállapotának fenntartásához semmilyen külső hatásra nincs szükség**. Tehát a testek önmaguknál fogva **tehetetlenek**, önmaguktól nem indulnak el, illetve ha egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek, nem állnak meg.

Ha egy álló testet, például egy autót vizsgálunk, azt tapasztaljuk, hogy külső testtel történő kölcsönhatás nélkül továbbra is nyugalomban marad. Ezt fogalmazta meg Isaac *Newton* a róla elnevezett Newton I. törvényében vagy másképpen a **tehetetlenség törvényé**ben.

Newton I. törvénye:
Minden test megtartja egyenes vonalú egyenletes mozgását vagy nyugalmi állapotát mindaddig, amíg egy másik test a mozgásállapotának megváltoztatására nem kényszeríti.

A világűr azon részein, ahol az égitestek vonzó hatása elhanyagolhatóan kicsi, a magára hagyott mozgó testek egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek.

KÍSÉRLETEK

Nézzünk néhány kísérletet Newton I. törvényének teljesülésére!

1. Egy poharat kisebb korongra helyezünk. Egy hosszú vonalzó segítségével hirtelen, gyors ütéssel kiüthetjük a korongot a pohár alól. A pohár tehetetlensége folytán nem mozdult el eredeti helyéről, mialatt alóla a korongot kiütöttük.

A vonalzóval gyors mozdulattal kiüthetjük a mozdulatlan pohár alól a korongot

2. Tegyünk a pohárra vastagabb papírlapot, arra pedig egy százforintos pénzérmét! Ha gyors mozdulattal lelökjük a papírlapot a pohárról, akkor a pénzérme a pohárba esik.

Lökjük meg úgy a papírlapot, hogy lerepüljön a pohárról!

3. A mozgó járműről leugorva megtartjuk eredeti mozgásállapotunkat, azaz leugrás után is a jármű sebességével megegyező irányban haladnánk tovább. Lábunk a talajt érve megáll, míg felsőtestünk változatlanul tovább mozog, ezért előredőlünk vagy előreesünk.

Inerciarendszer

A mozgás és a nyugalom viszonylagos, ezért nem mindegy, hogy honnan figyeljük meg az adott jelenséget. Az autóbuszban lévő megfigyelő, ha nem néz ki az ablakon és nem foglalkozik az autóbusz mozgásával, akkor egy hirtelen fékezésnél azt észleli, hogy az autóbusz utasai minden kölcsönhatás nélkül zuhannak előre. A buszban ülő megfigyelő nem találja a kölcsönhatás okát, hiszen semmilyen mozgásállapot-változtató hatás sem érte az utasokat. Az út mellett álló megfigyelő számára már érthető az emberek előredőlése, hiszen látja az autóbuszt fékezni. Az úttest mellett álló megfigyelőhöz képest az utasok megtartják a mozgásállapotukat, ezért állandó sebességgel az eredeti haladási irányukban mozognak tovább. Hirtelen balra kanyarodáskor az autóbusz belsejéből figyelve úgy tűnik, hogy az utasok jobbra mozdulnak el. Az út mellett álló megfigyelő szerint az autóbusz utasai eredeti mozgásállapotukat megtartva, egyenesen mozognak tovább.

Tehát egy test akkor végez egyenes vonalú egyenletes mozgást, ha semmilyen erő sem hat rá. Az álló autóbusz nyugalomban marad mindaddig, amíg külső hatás nem éri.

Az olyan vonatkoztatási rendszereket, amelyekben a magára hagyott, más testek hatásától mentes testek sebessége sem nagyság, sem irány szerint nem változik, azaz amelyekben teljesül a tehetetlenség törvénye, inerciarendszereknek nevezzük.

A legtöbb fizikai kísérlet szempontjából inerciarendszernek tekinthető a földhöz rögzített vonatkoztatási rendszer. Galilei fedezte fel, hogy a földhöz képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző vonatkoztatási rendszerek is inerciarendszernek tekinthetők. Ezt az elvet **Galilei-féle relativitási elvnek**, másként viszonylagossági elvnek nevezzük.

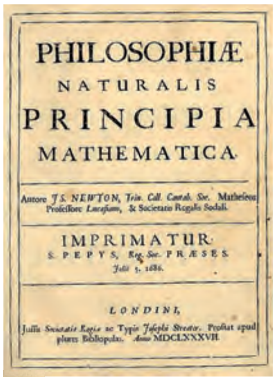
Az inerciarendszerhez képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző vonatkoztatási rendszerek is inerciarendszerek.

Egy fékező vagy gyorsító autóhoz rögzített vonatkoztatási rendszer nem inerciarendszer, mert nem tapasztalunk olyan hatást, amely a benne ülők mozgásállapotát megváltoztatja. Tehát a **gyorsuló vonatkoztatási rendszerek nem inerciarendszerek**.

A földi mozgások elemzésekor általában elegendő pontossággal tekinthetjük inerciarendszereknek a földhöz rögzített, valamint a hozzá képest állandó sebességgel haladó vonatkoztatási rendszereket.

A földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerek azonban nem minden mozgás esetében tekinthetők inerciarendszernek. Az űrhajók, bolygók mozgásának leírásakor „állócsillagokhoz rögzített” vonatkoztatási rendszert veszünk alapul. Ebben a koordináta-rendszer középpontja a Naprendszer középpontja, tengelyei pedig egy-egy kiválasztott állócsillag felé mutatnak.

Olvasmány


PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Autore JS. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,
Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.

1687-ben jelent meg Isaac Newton (1643–1727) *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (A természetfilozófia matematikai alapjai) című könyve. Ebben a háromkötetes műben hozta nyilvánosságra a róla elnevezett törvényeket. Ugyancsak ebben a könyvben jelent meg a gravitációra vonatkozó törvény is. A *Principiá*ban Newton így fogalmazta meg első törvényét: „Minden test megmarad nyugalmi állapotában vagy egyenes és egyenletes vonalú mozgásában, hacsak külső erő nem kényszeríti ennek az állapotnak a megváltoztatására.”

Isaac Newton* Principia *című művének címlapja

Newton III. törvénye: a hatás és az ellenhatás törvénye

KÍSÉRLET

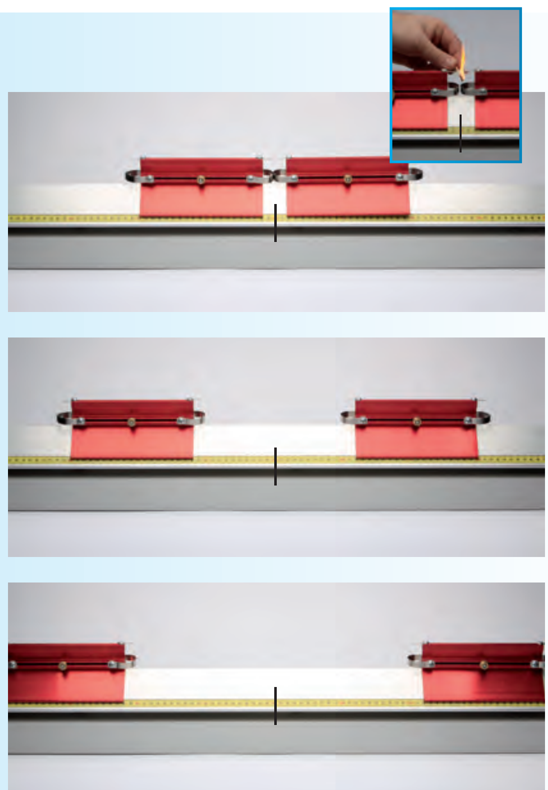
Nyomjunk össze két egyenlő tömegű, rugóval ellátott kiskocsit, majd a kiskocsikon lévő összenyomott rugókat fonállal kössük össze! A fonalat égessük el, és figyeljük meg, hogy a kölcsönhatás következtében a kiskocsik hogyan távolodnak el eredeti helyüktől!

TAPASZTALAT

Mialatt a rugó visszanyerte eredeti alakját, felgyorsította a kiskocsikat, és ezek a megszerzett végsebességgel szétlökődtek. A két kiskocsi egyenlő idő alatt egyenlő távolságra jutott el, így azonos sebességgel haladtak.

KÖVETKEZTETÉS

A rugó alakváltozásának ideje alatt a két kiskocsi azonos sebességet ért el, ezért gyorsulásaik azonos


A rugók szétlökik a kiskocsikat

nagyságúak. Az egyenlő tömegű kiskocsik azonos nagyságú gyorsulással mozogtak, így egyenlő nagyságú gyorsítóerő hatott rájuk.

A kölcsönhatások legfőbb jellemzője, hogy ha az egyik test erőhatást fejt ki a másikra, akkor a másik is hatással van az elsőre. Mindkét hatás egy-egy erővel jellemezhető, amelyek nagysága egyenlő, irányuk pedig ellentétes. Az egyik erőhatás jellemzőjét **erő**nek, míg a másikat **ellenerő**nek nevezzük. **Az erő és az ellenereje nem ugyanarra a testre hatnak!**

Az eddigiek alapján megfogalmazható **Newton III. törvénye**.

Ha az egyik test erőt fejt ki a másikra, akkor a másik is erőt fejt ki az elsőre (ellenerő), azaz az erők mindig párosával lépnek fel. A kölcsönhatásban – a különböző testekre ható – erők egyenlő nagyságúak, azonos hatásvonalúak és ellentétes irányúak.

Newton III. törvényét szokás a hatás-ellenhatás törvényének is nevezni.

Példák Newton III. törvényére

A képen látható kutya a csónakról való elugrása közben erőt fejt ki a csónakra, a csónak pedig ugyanakkora nagyságú, de ellentétes irányú erőt fejt ki a kutyára. Mindegyik test elmozdul a másik test által kifejtett erő hatására: a kutya előre, a csónak hátra.

A vízben lévő búvárok jól láthatják a hatás-ellenhatás törvényének érvényesülését: amikor a kutya előreugrik, a csónak hátralökődik

A kacsafarkú szender egy Magyarországon honos rovarfaj, amely gyors szárnymozgásával lefelé irányuló erőt fejt ki a levegőre, a levegő pedig felfelé irányulót a rovarra. Mozgása a hatás-ellenhatás törvényén alapszik.

A polipok és medúzák mozgásuk során magukba szívják a vizet, majd nagy sebességgel kipréselik magukból. Így a hatás-ellenhatás törvénye miatt a vízsugárral ellentétes irányban mozdulnak el. Ugyanezen az elven működik a rakéta is.

Olvasmány

Hérón-labda

A Hérón-labda a forró gőz által hajtott szerkezet, amelynek a két kivezető csövét ellentétes irányban meghajlították. A csöveken kiáramló gőz a Hérón-labdát az áramlásával ellentétes irányban forgásba hozza. Hérón nagy „mechanikus”, matematikus, mérnök, feltaláló az i. e. I. században élt Alexandriában. Mechanikai műveiben az emelőkről, csigákról, fogaskerekekről, a hadigépekről, a légnyomáson alapuló készülékekről, a tükrökről és az automatákról írt.

A Hérón-labdához hasonlóan működik a Segner-féle vízikerék is. A vízikerékben a kifolyócsöveket szintén ellentétes irányban hajlították meg, ezért a két végén ellentétes irányban áramlik ki a vízsugár. A hatás-ellenhatás törvénye miatt a kiáramló víz ellentétes irányú nyomóerővel hat a vízikerékre. A nyomóerő forgatóhatást fejt ki a tengelyre, ennek hatására forogni kezd a Segner-kerék. Ugyanezen az elven működnek a kertekben és a parkokban pörgő öntözőfejek.

Segner-féle vízikerék

Hogyan magyarázható a Segner-féle vízikerék elvével az öntözőfejek működése?

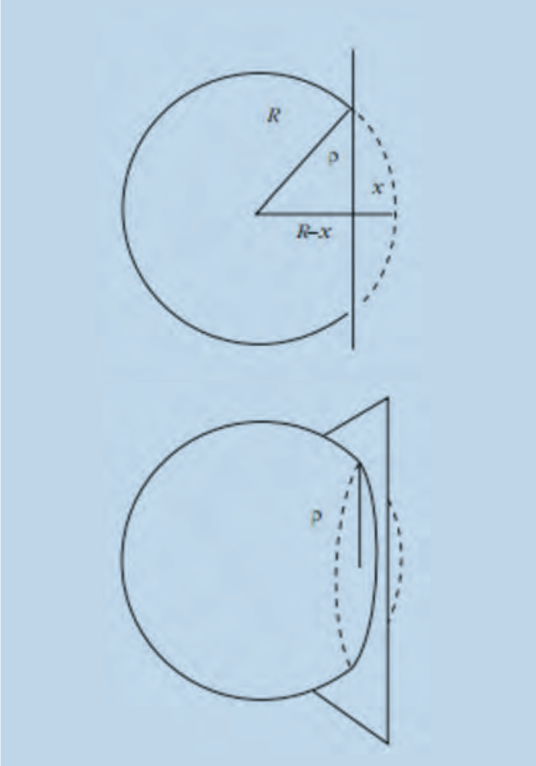
Projektfeladat

Focista fejére ható erő nagysága

A kép egy labdarúgó fejesét örökítette meg. A fotó segítségével és a labda adatainak ismeretében kiszámítjuk, hogy körülbelül mekkorát üthet a labda a játékos fején. A szabványos labda átmérője 22 cm, a labdában lévő levegő nyomása $p = 1{,}6 \cdot 10^5$ Pa. A légköri nyomás $p_0 = 10^5$ Pa, így a labdában lévő ún. túlnyomás $\Delta p = 0{,}6 \cdot 10^5$ Pa.

A labda átmérőjének valódi, és a fényképről megmérhető értékének arányából meghatározható a labda benyomódásának mértéke. A szabványos labda átmérője 22 cm. Ha megmérjük vonalzóval a labda fényképének átmérőjét, megállapíthatjuk, hogy a fénykép hányszoros kicsinyítése a valóságnak. A labda belapultsága is lemérhető a képen. A kicsinyítés mértékéből kiszámítható a valóságos belapultság. Ez jelentős érték, kb. $x = 5$ cm.

A fejelés során bekövetkező alakváltozást közelítsük egy sima falnak ütköző labda belapulásával az ábra szerint!



Ekkor a labda ϱ sugarú körlap mentén érintkezik a fallal. A labda R sugara és x belapultsága ismert értékek, melyekből ϱ kiszámítható.

Pitagorasz tétele szerint:

$R^2 = \varrho^2 + (R - x)^2$,

átalakítva:

$\varrho^2 = 2\,Rx - x^2$.

Behelyettesítve:

$\varrho^2 = 2 \cdot 11\ \text{cm} \cdot 5\ \text{cm} - 25\ \text{cm}^2 = 85\ \text{cm}^2$,

amelyből $\varrho \approx 9{,}2$ cm.

A ϱ sugarú kör területe:

$A = \varrho^2\pi = 267 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2$.

A játékos fejére („falra”) kifejtett F nyomóerő a ϱ sugarú kör területe és a labdában lévő túlnyomás szorzata.

$$F = \Delta p \cdot A = 0{,}6 \cdot 10^5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 2{,}67 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2 \approx 1600\ \text{N}.$$

Ez egy 160 kg tömegű test súlya! Ez az ijesztően nagy erő károsodás nélkül nem lenne elviselhető. Ezt úgy kerüli el a játékos, hogy megfeszíti nyakizmait, és ezáltal megakadályozza a fej önálló elmozdulását.

Kérdések és feladatok

1 Mi a magyarázata az alábbi jelenségeknek?
a) A háziasszonyok az ablakon át ki szokták rázni a portörlő rongyot. Miért hullanak ki a rongyból a porrészecskék?
b) Miért löttyen ki a leves, ha hirtelen megmozdítjuk a tányért?
c) A meglazult kalapácsnyelet szeretnénk a kalapács fejébe beleerősíteni. Melyik erősítési mód a jobb?


Kétféleképpen próbáltuk a kalapács fejébe a nyelét beleerősíteni

2 Inerciarendszernek tekinthető-e a következő testekhez rögzített vonatkoztatási rendszer:
a) az úttest mellett álló személygépkocsi;
b) egyenes vonalú egyenletes mozgást végző kerékpáros;
c) kanyarodó autóbusz;
d) fékező vonat?

3 Egy űrhajókabinból a Földre történő visszaérkezése közben vízszintes v sebességgel kilőnek egy kis csomagot. Milyen mozgást végez a csomag a szabadesés alatt lévő kabinból figyelve?

Új fejlesztésű űrkabin tesztelés közben

4 Ha hirtelen mozdulattal kirántjuk a vízzel teli pohár alól a papírlapot, a pohár alig mozdul el, de a papírlapot ki tudjuk húzni. Ha lassan, óvatosan végezzük el a kísérletet, akkor nem sikerül kihúznunk a lapot. Mi ennek az oka?


A vízzel teli pohár alól ki lehet rántani egy papírlapot anélkül, hogy a pohár nagyon elmozdulna

5 Személygépkocsiban egy fonál végére egy kis vasgolyót rögzítünk. Mi történik a vasgolyóval, ha az autó elindul vagy fékez? Merre mozdul el a vasgolyó, amikor a gépkocsi elindul?

Fonálon függő vasgolyó

6 Egy kiskocsi és a hozzá rögzített töltött pisztoly együttes tömege 1,2 kg. A kocsi 0,8 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel gurul. A pisztoly elsütésekor a lőporból képződő gáz menetirányban a pisztoly csövéhez képest 50 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel repíti ki a 0,05 kg tömegű pisztolygolyót. Mekkora lesz a lövés után a kocsi és a golyó sebessége?

7. lecke

Newton II. törvénye

Melyik jármű gyorsul könnyebben, a nagy, vagy a kis tömegű?

A futballpályán otthagyott focilabda nyugalomban van, de ha belerúgunk, akkor megváltozik a sebessége. A labdát a ház falának rúgva az ütközés során mozgásának az iránya megváltozik, vele együtt a sebességvektora is. Erősebb rúgás esetén nagyobb sebességgel ütközik a falnak, ekkor nagyobb lesz a sebességváltozása is. ***Nézzük meg, hogy mi szükséges a testek mozgásállapotának megváltozásához!***

Az erő

Newton I. törvénye szerint a magára hagyott test, amelyik a környezetével nincs kölcsönhatásban, megtartja mozgásállapotát. Egy test mozgásállapot-változásának oka van.

Egy test és környezete közötti mechanikai kölcsönhatást az erő fogalmával vesszük figyelembe. Az íj megfeszítésekor az izomerőnk alakváltoztató hatását észleljük, az íj oldásakor az erő mozgásállapot-változtató hatását láthatjuk a nyílvessző elindulásában.

Az erőnek lehet alak-, illetve mozgásállapot- (sebesség-) változtató hatása.

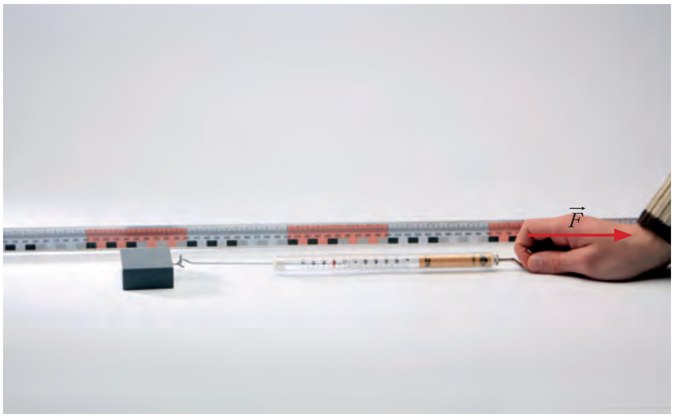
Az erő alak-, illetve mozgásállapot-változtató hatása

Test és környezete közötti olyan kölcsönhatást, amely alak- vagy mozgásállapot-változást okoz, erőhatásnak nevezzük. Az erőhatás mértékét erőnek nevezzük. Az erő jele: $\vec{F}$.
Az erő jele a szó angol megfelelőjének (force) kezdőbetűjéből származik.

Newton II. törvénye

KÍSÉRLET

A rugós erőmérő segítségével vizsgáljuk meg az erő testekre gyakorolt mozgásállapot-változtató hatását! Egy test sebességének időegységre eső megváltozását a test gyorsulásának nagysága adja. Kísérletileg vizsgáljuk meg a különböző testekre ható erő és az ennek következtében létrejövő gyorsulás közötti kapcsolatot!



Vízszintes asztalon az m tömegű test vízszintes irányú F erő hatására gyorsul

TAPASZTALAT

A test a rá ható erő irányában gyorsul.
Egy adott testre ható erő nagysága és a test gyorsulásának nagysága között egyenes arányosság van. $F \sim a$. Adott test esetében a rá ható erő és az általa okozott gyorsulás hányadosa állandó.

$$\frac{F}{a} = \text{állandó}$$

A testre ható erő és az általa okozott gyorsulás hányadosa különböző testek esetében is állandó, viszont testenként más állandó.

Adott test esetén az $\frac{F}{a}$ hányados állandó, amely a test egy tulajdonságát, a tehetetlenségét jellemzi. A test tehetetlenségének mértéke a test m_t tehetetlen tömege, vagy csak röviden a test m tömege.

KÖVETKEZTETÉS

A tehetetlenség a testek alapvető tulajdonsága. A tehetetlenségnek tehát mértéke van, ezt tömegnek nevezzük. Jele: *m*.

A tömeg skalármennyiség, mértékegysége: kilogramm (kg).

Minden test rendelkezik tehetetlenséggel, ez állandó, nem függ a helytől vagy egyéb körülménytől. Ha egy testnek megfigyeljük a tehetetlenségét a Földön, a világűrben, a Holdon vagy képzeletben bármely égitesten, akkor azt tapasztaljuk, hogy mindegyik esetben ugyanakkora tömeggel rendelkezik. Tehát azt mondhatjuk, hogy **a test tömege** az illető anyagra jellemző **állandó érték**.
Ha egy testre erő hat, akkor a test az erő irányában gyorsul.

A test *a* gyorsulása egyenesen arányos a testre ható *F* erővel és fordítottan arányos a test egy tulajdonságával, az m_t tehetetlen tömegével.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_t}$$

Átrendezve: $\vec{F} = m_t \cdot \vec{a}$

Ezt nevezzük Newton II. törvényének.

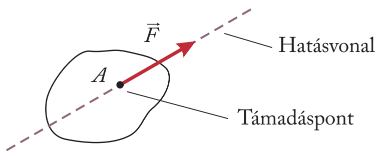
1 liter, vagyis 1 dm^3 4 °C-os tiszta víz tömege éppen 1 kilogramm.

Newton második törvényének ez az alakja megadja az erő SI-mértékegységét, amit newtonnak nevezünk, és N-nel jelölünk:

$$1\ \text{N (newton)} = 1\ \text{kg} \cdot 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}.$$

Az erő vektormennyiség. Mértékegysége: newton (N). Alapmértékegységekkel: $1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.
1 N nagyságú erő az 1 kg tömegű testen $1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ gyorsulást okoz.

Az erő a támadáspontjában lép fel, és a hatásvonala mentén hat.



Az erőnek nagysága, iránya, hatásvonala és támadáspontja van

A dinamika alapegyenlete

Pontszerű testekre levezettük Newton II. törvényét. Ha egy testre több erő hat, akkor mindegyik kölcsönhatást egy-egy erővel jelölhetjük. A testre ható minden egyes erőre külön-külön felírhatjuk Newton II. törvényét. Ezeket az erőket egyetlen erővel, az eredővel helyettesíthetjük. Így Newton II. törvényét az eredő erő fogalmának bevezetésével módosítjuk.

A testre ható külső erők eredője egyenlő a test tömegének és gyorsulásának szorzatával. Ez a dinamika alapegyenlete.

$$\vec{F}_e = m \cdot \vec{a}$$

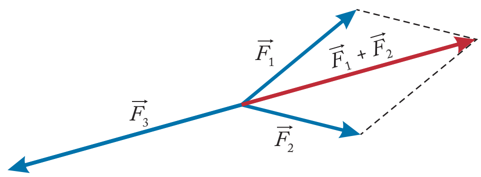
Az egyenletet átrendezve: $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}_e}{m}$

Egy pontszerű test gyorsulása egyenesen arányos a testre ható erők eredőjével, és fordítottan arányos a test tömegével, iránya pedig a testre ható erők eredőjével egyezik meg.

Ha a pontszerű **testre ható erők eredője nulla**, akkor a test mozgásállapota változatlan marad. Ekkor a test vagy nyugalomban van, vagy pedig egyenes vonalú egyenletes mozgást végez.

Két erő esetén, ha a test nyugalomban van, akkor a két erő egyenlő nagyságú és ellentétes irányú. Például az asztallapon nyugvó könyvre a nehézségi erő és az asztallap nyomóereje hat. Ez a két erő kiegyenlíti egymást.

Egy pontban ható több erő esetén a test nyugalomban van, ha a testre ható erők eredője nulla.



A testre ható három erő eredője nulla, így a test nyugalomban van

KIDOLGOZOTT FELADATOK

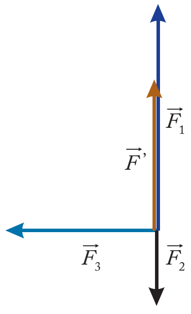
1. Egy játékot három kislány húz egyszerre maga felé. Sári északra 100 N, Réka délre 40 N és Dóri nyugatra 60 N erővel húzza. Melyik kislány érzi úgy, hogy övé lesz a játék?

MEGOLDÁS

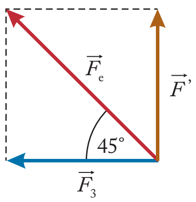
Adatok:
$F_1 = 100\ \mathrm{N}$, $F_2 = 40\ \mathrm{N}$, $F_3 = 60\ \mathrm{N}$

$a = ?$

Rajzoljuk fel a gyermekek által a játékra kifejtett erőket! Először összegezzük Sári és Réka által kifejtett erőket! Ezek eredője észak felé mutat, nagysága $F' = 100\ \mathrm{N} - 40\ \mathrm{N} = 60\ \mathrm{N}$. Majd az F' és a Dóri által nyugatra kifejtett F_3 erőket kell összegeznünk paralelogramma-módszerrel.



Sári és Réka által kifejtett erők eredője az F'



A három kislány által kifejtett erők eredője az F_e

Az eredő erő nagysága 84,85 N, iránya a nyugati iránnyal észak felé 45°-os szöget zár be. Dóri és Sári is úgy érezheti, hogy az övé lesz a játék.

2. Egy autó nyugalomból indulva 10 s alatt éri el a 90 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességet.
a) Mekkora a gyorsulása?
b) Mekkora erő gyorsítja az autót, ha tömege 1200 kg?

MEGOLDÁS

Adatok:

$v_{\text{vég}} = 90\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v_0 = 0\ \frac{\text{km}}{\text{h}}$, $\quad t = 10$ s, $\quad m = 1200$ kg

a) a = ? *b)* F = ?

a) Az autó sebességváltozása:

$\Delta v = v_{\text{vég}} - v_0 = 25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

A gyorsulás az $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ összefüggéssel számítható ki.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10\ \text{s}} = 2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) A gyorsítóerő nagyságát Newton II. törvényével számíthatjuk ki.

$$F = m \cdot a = 1200\ \text{kg} \cdot 2{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3000\ \text{N}$$

Az autó gyorsulása 2,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, az autót gyorsító erő nagysága 3000 N.

3. Egy biliárdgolyóra 8 N nagyságú állandó erővel hatunk 0,05 másodpercig. A golyó erőirányú sebessége eközben 2 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$-mal növekszik. Mekkora a biliárdgolyó tömege?

MEGOLDÁS

Adatok:

$F = 8$ N
$t = 0{,}05$ s
$\Delta v = 2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

m = ?

Számoljuk ki a biliárdgolyó gyorsulását:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0{,}05\ \text{s}} = 40\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Newton II. törvényét használva a golyó tömege:

$$F = m \cdot a \Rightarrow m = \frac{F}{a} = \frac{8\ \text{N}}{40\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}2\ \text{kg}$$

A biliárdgolyó 0,2 kg tömegű.

Olvasmány

Isaac Newton (1643–1727)

Isaac Newton (Godfrey Kneller festménye, 1702)

Angol természettudós, matematikus, fizikus. A Cambridge-i Egyetemen, a Trinity College-ban tanult. 1665-ben a pestisjárvány miatt bezárták az egyetemet, ekkor szülőfalujába vonult vissza. Itt fedezte fel híres törvényeit. Az egyetem újraindulásakor a matematika tanszék professzorának nevezték ki. 1687-ben jelent meg a *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (A természetfilozófia matematikai alapjai) című értekezése, amelyet *Principia*ként tart számon az utókor. Newton nevéhez fűződik az égi és földi mechanika egységes rendszerbe foglalása: az általános tömegvonzás törvényének igazolása. 1704-ben jelent meg *Optika* című műve, a fény visszaverődéséről, elhajlásáról és színeiről szóló értekezés. Optikai eredményei közé tartozik a Newton-féle tükrös távcső megalkotása. 1705-ben az angol királynő lovagi címmel tüntette ki. Síremléke a londoni Westminster-apátságban látható.

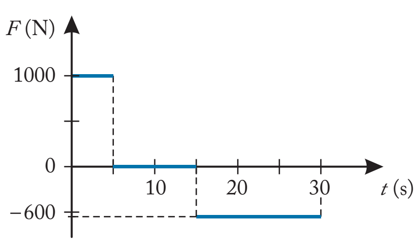
Kérdések és feladatok

1 Egy teherautó 4500 N erő hatására 0,6 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással mozgott. Mekkora a tömege?

2 Mekkora erő hat az 500 kg tömegű pótkocsira, ha sebességét 8 másodperc alatt zérusról 10 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$-ra gyorsítja?

3 Mekkora állandó erőt kell az 50 kg tömegű kiskocsira kifejteni, hogy a kocsi az indulástól számított 5 s alatt 12,5 m utat tegyen meg?

4 A grafikon egy 800 kg tömegű személygépkocsi mozgásáról készült. A grafikon alapján határozzuk meg, hogy mekkora volt a személygépkocsi gyorsulása!



Az autóra ható erő nagysága az idő függvényében

5 Mekkora erő gyorsítja a 250 kg tömegű motorkerékpárt, ha gyorsulása 2,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$?

6 Mekkora gyorsítóerő szükséges ahhoz, hogy az 1260 kg tömegű személyautó 100 m úton 54 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességet érjen el?

7 Az 1200 kg tömegű gépkocsink motorjának húzóerejét kívánjuk megmérni. Mérésünk szerint a jármű 36 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességről 54 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességre 8 s alatt gyorsul fel, és a mozgást akadályozó összes erőt 350 N erőre becsüljük. Mekkora húzóerőt fejtett ki a gépjármű motorja?

8 Egy folyóban egy csónakot két gyerek húz. Egyik dél felé 110 N, míg a másik nyugat felé 100 N erővel. A víz északi irányban 80 N erőt, míg a szél kelet felé 60 N erőt fejt ki. Ezen erők hatására a csónak 0,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással mozog.

a) Mekkora a csónak tömege?

b) Szerkesszük meg az eredő erő irányát!

9 Egy 500 000 kg tömegű Airbus 380-as utasszállító repülőgépre felszállás közben a négy hajtóműve egyenként 340 000 N tolóerőt fejt ki. A haladási iránnyal ellentétesen a repülőgépre 260 000 N erő hat. Mekkora úton és mennyi idő alatt éri el az álló helyzetből induló repülőgép a 70 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ felszállási sebességet?

8. lecke

Lendület, a lendület-megmaradás törvénye

Mitől lesz nagy lendülete a lavinának?

A haladó mozgást végző testek ütközései sokféleképpen mennek végbe. A labda ütközéskor deformálódik, de később visszanyeri eredeti alakját. Egy gyurmagolyó ütközéskor végleges alakváltozást szenved, soha nem nyeri vissza eredeti alakját. ***Milyen jellemzői vannak az ütközéseknek?***

Rugalmas és rugalmatlan ütközések

Az ütközések rugalmasak vagy rugalmatlanok lehetnek.

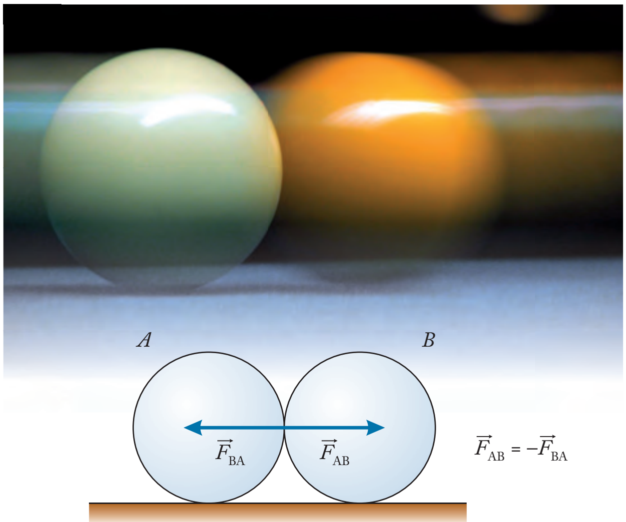
Rugalmatlan ütközésről akkor beszélünk, ha a részt vevő testek maradandó alakváltozást szenvednek. Ilyen lehet a gyurmagolyó vagy a hógolyó falhoz csapódása, az üvegpohár eltörése. A rugalmatlan ütközés speciális esete a tökéletesen rugalmatlan ütközés. **Tökéletesen rugalmatlan ütközés**kor a két test egymáshoz tapad, és együtt halad tovább. Ez valósul meg például akkor, ha a két test ütközéskor gyurmával összetapad, vagy deformáció következtében összeakad.

Rugalmas ütközéskor az ütközésben részt vevő testek nem szenvednek maradandó alakváltozást. Ez azt jelenti, hogy az ütközés után visszanyerik eredeti alakjukat. Ilyen lehet a focilabda falról való visszapattanása, az acélgolyók ütközése vagy a teniszlabda és a teniszütő ütközése.

Lendület

Vizsgáljuk meg részletesen egy egyenes mentén mozgó két biliárdgolyó ütközését! Amikor vízszintes asztalon guruló két biliárdgolyó ütközik egymással, nagyon rövid Δt ideig kölcsönhatnak egymással. Az *A* golyóra $\vec{F}_{BA}$ erővel hat a *B* golyó, és a *B* golyóra $\vec{F}_{AB}$ erővel hat az *A* golyó. A hatás-ellenhatás törvénye (Newton III. törvénye) miatt a kölcsönhatásban szereplő $\vec{F}_{BA}$ és $\vec{F}_{AB}$ erők azonos nagyságúak és ellentétes irányúak.

$$\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$$



A két biliárdgolyóra ható erő-ellenerő pár: $\vec{F}_{BA}$ és $\vec{F}_{AB}$

Használjuk fel Newton II. törvényét ($\vec{F} = m \cdot \vec{a}$), valamint a gyorsulás fogalmát $\left(\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}\right)$:

$$m_A \vec{a}_A = -m_B \vec{a}_B$$

$$m_A \frac{\Delta \vec{v}_A}{\Delta t} = -m_B \frac{\Delta \vec{v}_B}{\Delta t}$$

Felhasználtuk, hogy mindkét test gyorsulása azonos Δt ideig tart. Az egyszerűsítés után:

$$m_A \Delta \vec{v}_A = -m_B \Delta \vec{v}_B$$

$$\left|\frac{\Delta v_A}{\Delta v_B}\right| = \frac{m_B}{m_A}$$

A kölcsönhatásban részt vevő testek sebességváltozásainak nagysága fordítottan arányos a tömegükkel.

Most használjuk fel a sebességváltozás $\Delta \vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$ fogalmát!

$$m_A (\vec{v}_A' - \vec{v}_A) = -m_B (\vec{v}_B' - \vec{v}_B)$$

Bontsuk fel a zárójeleket, majd átrendezés után:

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}_A' + m_B \vec{v}_B'$$

A fenti kifejezésben csak a testek mozgásállapotára jellemző $m \cdot \vec{v}$ kifejezések szerepelnek.

Érdemes bevezetnünk egy új fogalmat, a **lendületet**.

A testek tömegének és sebességének a szorzatát lendületnek, más szóval impulzusnak nevezzük. Jele: $\vec{I}$.

$$\vec{I} = m \cdot \vec{v}$$

Mértékegysége: $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$.

A lendület vektormennyiség, iránya megegyezik a test sebességvektorának az irányával.

Minden test rendelkezik lendülettel, amelynek nagyságát a testek tömege és sebessége határozza meg. Például a hegyről lezúduló lavina több km^3-nyi tömegű jeget és törmeléket is tartalmazhat, sebessége elérheti a 70-120 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-t.

A lendületmegmaradás törvénye

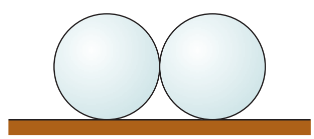
A biliárdgolyó ütközését vizsgálva a következő egyenletet kaptuk:

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}_A' + m_B \vec{v}_B'$$

A fenti egyenletet írjuk fel az új fogalom, a lendület ($\vec{I} = m \cdot \vec{v}$) segítségével:

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 = \vec{I}_1' + \vec{I}_2'$$

A kölcsönhatásban részt vevő testek lendületvektorainak összege állandó, ha a testekre ható külső erők eredője nulla. Ezt a törvényt a két test kölcsönhatására vonatkozó **lendületmegmaradás törvényé**nek nevezzük. Gyorsan lezajló folyamatoknál olyan nagy belső erők ébrednek a kölcsönható testek között, hogy a (véges nagyságú) külső erők (nehézségi, súrlódási, közegellenállási) figyelmen kívül hagyhatók. Ebben az esetben a két testet *zárt rendszerként* vizsgáljuk.



A zárt rendszerben csak a két test közötti kölcsönhatásokat vesszük figyelembe

Zárt rendszer esetén a környezet nem játszik szerepet a két test közötti kölcsönhatásban. Ez azt jelenti, hogy ilyenkor csak a rendszeren belüli testek kölcsönhatását kell vizsgálnunk.

Több test kölcsönhatása esetén is vektorként értelmezzük a lendületeket, és a lendületek összegén vektori összeget értünk. Általánosítsuk a lendületmegmaradás törvényét: **Zárt rendszerben a rendszert alkotó testek lendületeinek vektori összege állandó**. **$\Sigma \vec{I}$ = állandó.**

Ugyanezt a törvényt úgy is kimondhatjuk, hogy a kölcsönhatás előtti és utáni lendületek vektori összegeire fogalmazzuk meg az állítást.

Zárt rendszerben a kölcsönhatás előtti lendületek vektori összege egyenlő a kölcsönhatás utáni lendületek vektori összegével. Ezt a lendületmegmaradás törvényének nevezzük.

$$\Sigma \vec{I}_{előtt} = \Sigma \vec{I}_{után}$$

A lendületmegmaradás törvényét a zárt rendszerben lévő testek lendületváltozásával is megfogalmazhatjuk.

Zárt rendszerben a kölcsönhatásban részt vevő testek lendületváltozásainak összege nulla.

$$\Sigma \Delta I = \Delta \vec{I}_1 + \Delta \vec{I}_2 + \Delta \vec{I}_3 + \ldots + \Delta \vec{I}_n = 0$$

KÍSÉRLETEK A LENDÜLETMEGMARADÁS TÖRVÉNYÉRE

A következőkben olyan testek ütközéseit fogjuk vizsgálni, amelyek sebességei egy egyenesre esnek. Légpárnás sínen mozgó kiskocsik ütközései ilyenek. A két kiskocsi közötti kölcsönhatás gyors, igen nagy belső erők ébrednek köztük. A külső erők (nehézségi, tartó-, súrlódási, közegellenállási) gyakorlatilag figyelmen kívül hagyhatók. Ebben az esetben a két kiskocsit zárt rendszerként vizsgálhatjuk, a két test kölcsönhatására alkalmazható a lendületmegmaradás törvénye.

KÍSÉRLETEK RUGALMAS ÜTKÖZÉSEKRE

Nézzük meg, milyen összefüggések érvényesek **egyenes vonalú mozgás esetén rugalmasan ütköző kiskocsikra**!

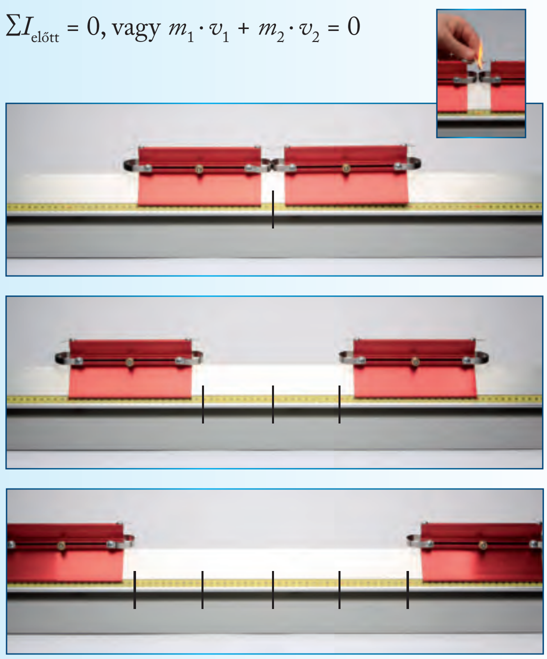
A rugalmas ütközés helyettesíthető a légpárnás sínen lévő kiskocsik közé helyezett rugók megfeszítésével, majd elengedésével. Az elengedett rugó szétlöki a testeket.

Lendületmegmaradás egyenlő tömegű kiskocsik esetén

Két egyenlő tömegű kiskocsit szorosan összenyomunk, és a kiskocsikon lévő összenyomott rugókat fonállal összekötjük, majd a fonalat elégetjük. Hasonlítsuk össze a kiskocsik lendületének összegét szétlökés előtt és szétlökés után!

A mozgás vizsgálata előtt kijelölünk egy **pozitív irányt**, és ehhez viszonyítjuk a testek mozgását. A kiskocsik **szétlökés előtt** nyugalomban vannak, tehát sebességük és így lendületük nulla, ezért lendületük összege is nulla. Legyen m_1 és m_2 a kiskocsik tömege, v_1 és v_2 pedig a kocsik szétlökés előtti sebessége ($m_1 = m_2$, $v_1 = v_2 = 0$):

$\Sigma I_{előtt} = 0$, vagy $m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0$



A kísérletről egyenlő időközönként készültek a felvételek

TAPASZTALAT

Az ábra szerinti indítás esetén a két kiskocsi az eredeti helyzetüktől egyenlő távolságra távolodik el. Így a kocsik egyenlő időtartamok alatt egyenlő hosszúságú utakat tesznek meg. Tehát a kiskocsik szétlökés utáni sebességének nagysága egyenlő, de ellentétes irányú: $u_2 = -u_1$ (a sebességek ellentétes irányúak).

A kiskocsik tömege egyenlő: $m_1 = m_2$, így a szétlökés utáni lendületek összege:

$$m_1 \cdot u_1 = -m_2 \cdot u_2$$

$$m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 = 0$$

$$\sum I_{\text{után}} = 0$$

A kölcsönhatás során a két kiskocsi lendületeinek összege nem változik: $\sum I_{\text{előtt}} = \sum I_{\text{után}}$.

A lendületmegmaradás törvénye az előző kísérlethez hasonlóan megvizsgálható a következő esetekben is:

- $m_2 = 2\,m_1$ tömegarányú kiskocsik,
- azonos tömegű, különböző sebességű kiskocsik rugalmas ütközésekor.

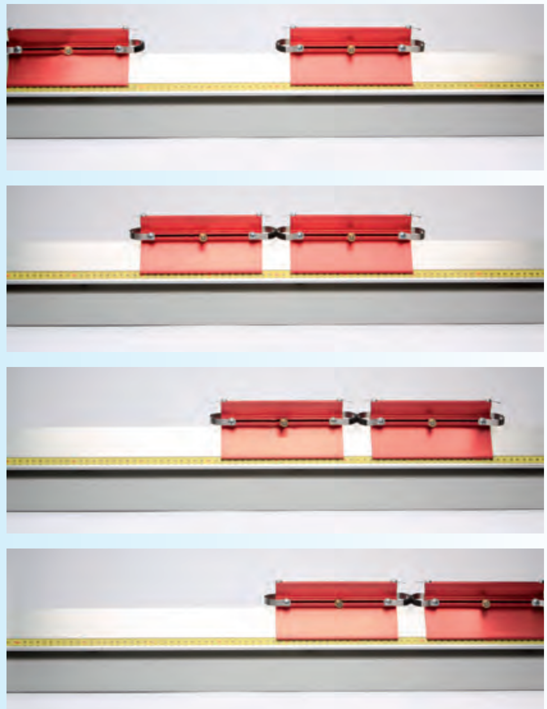
Mindkét esetben azt kapjuk, hogy a két kiskocsi lendületeinek összege nem változik:
$\sum I_{\text{előtt}} = \sum I_{\text{után}}$.

KÍSÉRLET RUGALMATLAN ÜTKÖZÉSRE

Ütköztessünk m tömegű, v sebességgel haladó kiskocsit egy ugyanakkora tömegű álló kiskocsinak! A rugalmatlan ütközésben részt vevő testek a kölcsönhatás folyamán összetapadnak, és együtt haladnak tovább.

TAPASZTALAT

Legyen v a mozgó kiskocsi ütközés előtti sebessége, míg u a két kocsi ütközés utáni közös sebessége. Ütközés után a két kiskocsi együtt ugyanannyi idő alatt feleakkora utat tesz meg, ezért feleakkora sebességgel halad, mint az eredeti v sebességű kiskocsi. Így $u = \frac{v}{2}$.



Rugalmatlan ütközéskor a testek összetapadnak, és együtt haladnak tovább

Írjuk fel a kiskocsik ütközés előtti és utáni lendületét! Az ütközés előtti összlendület:

$$\sum I_{\text{előtt}} = m \cdot v$$

Az ütközés utáni összlendület:

$$\sum I_{\text{után}} = (m + m) \cdot u = 2m \cdot u = 2m \cdot \frac{v}{2} = m \cdot v$$

Tehát $\sum I_{\text{előtt}} = \sum I_{\text{után}}$.

KÖVETKEZTETÉS A KÍSÉRLETEKBŐL

Ezek a kísérletek szépen igazolták a lendületmegmaradás törvényét egy egyenes mentén mozgó két test esetére:

A kölcsönhatás előtti lendületvektorok összege egyenlő a kölcsönhatás utáni lendületvektorok összegével, ha a testekre ható külső erők eredője nulla.

$$m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = m_A \vec{v}_A{}' + m_B \vec{v}_B{}'$$

$$\sum I_{\text{előtt}} = \sum I_{\text{után}}$$

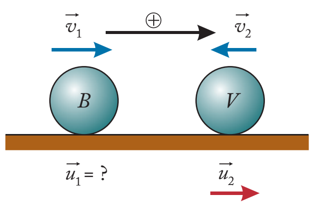
KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Egy 0,2 kg tömegű biliárdgolyó, amelynek sebessége 0,6 $\frac{m}{s}$, rugalmasan ütközik egy vele szemben haladó, 0,3 kg tömegű, 0,6 $\frac{m}{s}$ sebességű vasgolyóval. Az ütközés után a vasgolyó sebességének iránya ellentétes irányú lesz, nagysága 0,4 $\frac{m}{s}$. Mekkora a biliárdgolyó sebessége?

MEGOLDÁS

Adatok:	ütközés előtt	ütközés után
$m_1 = 0{,}2$ kg,	$v_1 = 0{,}6\ \frac{m}{s}$,	$u_1 = ?$
$m_2 = 0{,}3$ kg,	$v_2 = -0{,}6\ \frac{m}{s}$,	$u_2 = 0{,}4\ \frac{m}{s}$

$u_1 = ?$



A biliárdgolyó és a vasgolyó ütközése

A két golyó között tökéletesen rugalmas ütközés játszódik le. Felírjuk két testre a lendületmegmaradás törvényét, a pozitív irányt a biliárdgolyó eredeti mozgásának irányához rögzítve:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2$$

Behelyettesítve:

$$0{,}2\ \text{kg} \cdot 0{,}6\ \frac{m}{s} + 0{,}3\ \text{kg} \cdot \left(-0{,}6\ \frac{m}{s}\right) =$$

$$= 0{,}2\ \text{kg} \cdot u_1 + 0{,}3\ \text{kg} \cdot 0{,}4\ \frac{m}{s}$$

$$u_1 = -0{,}9\ \frac{m}{s}$$

A biliárdgolyó az eredeti mozgásirányával ellentétes irányban 0,9 $\frac{m}{s}$ sebességgel halad tovább.

2. Egy 25 t tömegű, 4 $\frac{m}{s}$ sebességgel haladó tehervagon utolér egy 12 t tömegű, 2 $\frac{m}{s}$ sebességgel haladó tehervagont. Mekkora lesz a sebessége és a lendülete a két tehervagonnak, ha összekapcsolódva haladnak tovább?

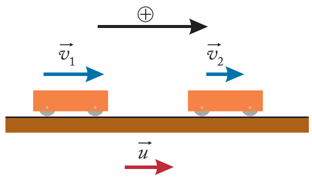
MEGOLDÁS

Adatok:

$m_1 = 25\ \text{t} = 2{,}5 \cdot 10^4$ kg, $\quad v_1 = 4\ \frac{m}{s}$

$m_2 = 12\ \text{t} = 1{,}2 \cdot 10^4$ kg, $\quad v_2 = 2\ \frac{m}{s}$

$u = ?$



Rugalmatlan ütközéskor közös sebességgel haladnak tovább a vagonok

A tehervagonok tökéletesen rugalmatlan ütközéssel ütköznek egymással, így felírhatjuk a lendületmegmaradás törvényét. A két kocsi közös mozgási irányát pozitív iránynak választva:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot u$$

$$2{,}5 \cdot 10^4\ \text{kg} \cdot 4\ \frac{m}{s} + 1{,}2 \cdot 10^4\ \text{kg} \cdot 2\ \frac{m}{s} =$$

$$= (2{,}5 \cdot 10^4\ \text{kg} + 1{,}2 \cdot 10^4\ \text{kg}) \cdot u$$

$$1{,}24 \cdot 10^5\ \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}} = 3{,}7 \cdot 10^4\ \text{kg} \cdot u$$

$$u = 3{,}35\ \frac{m}{s}$$

A vagonok összekapcsolódva 3,35 $\frac{m}{s}$ sebességgel haladnak tovább.

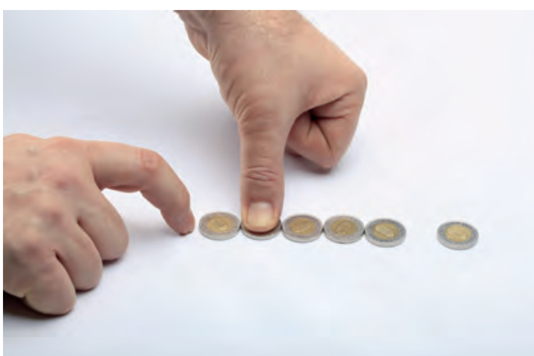
A lendületmegmaradás törvényét bemutató jelenségek

A lendületmegmaradás törvényének teljesülését láthatjuk három darab százforintos érme segítségével. Egyet szorítsunk le az asztallapra, majd egy másikat helyezzünk szorosan mellé! Az első két érme középpontjával egy vonalban lévő harmadik pénzérmét lökjük neki a leszorított érmének! Azt tapasztaljuk, hogy az addig álló érme tovarepül.

A kísérletet több pénzérmével megismételve megfigyelhetjük, hogy minden esetben az utolsó pénzérme mozdul ki a helyéről. Az egyes pénzérmék közötti ütközéskor rugalmas ütközés jön létre. Az

érmék egymásnak továbbadják a lendületüket, így a legutolsó érme ugyanakkora sebességgel mozdul ki a helyéről, mint amilyen sebességgel az elsőt nekilöktük az érmesornak. Az oldalak felső sarkában lévő kis képeken ugyanezt a jelenséget figyelhetjük meg felfüggesztett golyósor esetében (Newton-bölcső).

Az egyenlő tömegű testek lendületet cserélnek



A kísérletet több pénzérmével megismételjük

A koccanásos balesetek veszélyei

A járművek ütközésekor a kisebb baleseteket koccanásnak nevezik. Mi okozhatja ezekben a helyzetekben a súlyosabb sérüléseket?

Képzeljük el, hogy a piros lámpánál álló gépkocsinak hátulról kis sebességgel nekiütközik a mögötte haladó gépkocsi! Az álló autó vezetőjét hátulról egy lökés éri, teste a gépkocsival együtt gyorsul, míg a feje hátracsuklik. (Aktív fejtámasz az ilyen ütközésből származó sérüléseket mérsékelni tudja.) A fej hátracsuklása következtében a megfeszülő nyakizmok vagy az ülés támlája a fejet az autó sebességére gyorsítja. Ez a gyorsítás nagyon rövid idő alatt következik be. Ha a meglökött autó 10 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel indul meg és a fej gyorsítása 5 cm úton következik be, akkor a fej gyorsulása 77,1 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, vagyis 7,7 g. Ugyanez 30 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességnél 30,8 g. Ez eléri az ökölvívók fejét érő legnagyobb ütések hatására létrejövő gyorsulásokat, azaz egy kiütésnek (KO) felel meg.

Személygépkocsi töréstesztje

A rakétameghajtás elve

Űreszközök és szuperszonikus repülőgépek gyorsítására, tűzijátékok fellövésére különféle rakétákat használnak. A rakéták gyorsításának módszerét a *rakétameghajtás* elvének nevezik.

A tüzelőanyag elégésével nagy térfogatú forró gáz keletkezik, amely nagy nyomást fejt ki a belső felületre. Az égéstérben a megfelelően kialakított fúvókán az égésgázok igen nagy (2 km/s fölötti) sebességgel áramlanak ki a rakéta mozgásirányával ellentétes irányba. A lendületmegmaradás törvénye értelmében a távozó üzemanyag és a rakéta összlendülete mindvégig egyenlő: a kezdetben álló rakéta hajtóművéből az égéstermékek hátrafelé távoznak nagy sebességgel, a rakéta így előrefelé mozog. A tömeg az elhasznált tüzelő- és oxidálóanyaggal folyamatosan csökken. Így a rakéta egyre nagyobb sebességet ér el.

A rakéta hajtóanyaga lehet szilárd vagy folyékony. Olyan tüzelőanyagot használnak hajtóanyagnak, amelynek elégetéséhez nem szükséges oxigén, így a rakéta légüres térben (világűr) is üzemeltethető.

A felfelé mozgó rakéta lendületváltozásának nagysága egyenlő a lefelé kiáramló égéstermék lendületváltozásának nagyságával

Kérdések és feladatok

1 Lehet-e egyenlő egy futball- és egy kosárlabda lendülete? Miért? Mi a feltétele ennek?

2 Mekkora sebességgel halad az a személygépkocsi, amelynek a tömege 1000 kg és lendülete 15 000 $\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$?

3 Egy eredetileg nyugvó, 300 kg tömegű csónakból 2,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel vízbe ugrik egy 60 kg tömegű ember. Mekkora és milyen irányú lesz ezután a csónak sebessége a vízhez képest?

4 Egy álló, 55 kg tömegű, görkorcsolyát viselő gyermekhez hátulról közeledik egy 45 kg tömegű, 4 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel haladó görkorcsolyázó, aki találkozáskor hátulról átkarolja az állót. Mekkora közös sebességgel haladnak tovább?

5 Egy görkorcsolyán álló tanulónak szemből 3 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességű, 6 kg-os medicinlabdát dobunk. Mekkora sebességgel fog az 50 kg tömegű görkorcsolyázó haladni, miután elkapta a labdát?

6 Egy 0,2 kg tömegű játék autó, amelynek sebessége 0,4 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, utolér egy vele egy irányban haladó, 0,15 kg tömegű és 0,2 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességű kocsit. Ütközés után az elöl haladó kocsi sebessége 0,4 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ lesz. Mekkora a hátsó játék autó sebessége?

7 Egy ház bontásához 150 kg-os faltörő ingát használnak. Az ingára függesztett vasgolyó jobbról balra haladva 2,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel halad át a mozgása legmélyebb pontján. Mennyi lesz a lendületének megváltozása, míg balról jobbra halad át a legmélyebb pontján?

Projektfeladat

Pingponglabda és teniszlabda mozgásának vizsgálata videóelemző szoftverrel, testekkel való ütközés esetén

A mérés célja: Nagy sebességű kamerával rögzített lassított képek tanulmányozása ütközéseknél, labdák deformációjáról

A méréshez szükséges eszközök: pingponglabda és teniszlabda, kamera (videókamera, webkamera, rövid filmfelvételre alkalmas számítógép), méterrúd vagy hosszú vonalzó, videóelemző szoftverrel (pl. Tracker) rendelkező számítógép.

A mérés menete: A pingponglabda, majd a teniszlabda pattogását rögzítsük a videóképen úgy, hogy a mozgás beleférjen a videokamera képernyőjébe! A rögzített filmen lévő képkockákat elemezzük egy videóelemző szoftverrel!

Adjuk meg az első öt lepattanás idejét, és a lepattanásokhoz tartozó leérkezés és visszapattanás sebességét!

Milyen összefüggés fedezhető fel a leérkezés és a hozzájuk tartozó visszapattanások sebessége között?

Mi lehet ennek az oka?

Határozzuk meg az első öt lepattanás esetén azt a sebességet, amellyel felfelé indul a labda, és azt, amellyel visszaérkezik a talajra! Hasonlítsa össze az adatokat, és elemezze a mozgást az adatok alapján!

A videófelvétel kiértékelése

A videóelemző program a felvett videót képkockánként, állóképként vetíti a képernyőre.

Jelöld meg a képkockákon a labda pillanatnyi helyzetét! A program megjegyzi a labda helyzetét, és hozzárendeli a mozgás időpillanatait! Ebből a két adatból a program képes ábrázolni a mozgás út-idő grafikonját.

Ezután a program a labda képkockákon lévő távolságából és a képen elhelyezett fix hosszúságú mérőszalag segítségével meghatározza a labda mozgása során az egyes időpontok közötti távolságokat (ezt hívjuk kalibrálásnak).

Az egymást követő felpattanások sebességarányait kell megvizsgálnunk. A talajjal történő ütközés előtti és ütközés utáni sebességeit gyűjtsd ki a táblázatba!

Sorszám	Idő (s)	Ütközés előtti sebesség (m/s)	Ütközés utáni sebesség (m/s)	Az ütközések között eltelt időtartam (s)
1.				
2.				
3.				
4.				

Figyeld meg az egymást követő talajjal történő ütközések között eltelt időtartam változását! Mit tapasztalsz? Mi az oka?

A labda és a talaj közötti ütközés nem tökéletesen rugalmas. Az ütközések rugalmasságának jellemzésére a k ütközési számot használjuk. Az ütközési szám az ütköző test ütközés utáni impulzusának és az ütközés előtti impulzusának hányadosa, ami egyenlő a sebességek abszolútértékeinek hányadosával.

$$k = \frac{|mv_2|}{|mv_1|} = \frac{|v_2|}{|v_1|}$$

Számítsuk ki a k ütközési paraméter értékét az előző ütközésekben!

Sorszám	Ütközés előtti sebesség (m/s)	Ütközés utáni sebesség (m/s)	k ütközési szám értéke	Ütközés során bekövetkezett sebességváltozások [Δv (m/s)]
1.				
2.				
3.				
4.				

Elemezd a k ütközési paraméter értékének változását az ütközések során!

Nézd meg, hogy az egyes ütközések alkalmával milyen mértékben változik az ütköző labda sebessége!

Mely esetekben kell figyelembe venni a közegellenállást?

9. lecke

Nehézségi erő, súly és súlytalanság, rugóerő

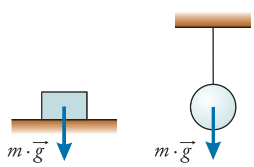
Miért vannak székek az űrhajóban?

Az űrhajókból sugárzott televízióadásokban az űrhajósokat székben ülve lehet látni. Más alkalommal az űrkabinban lebegnek, és bemutatják, hogy a kiöntött víz egy helyben marad. Repülés közben az egyes tárgyak lebegnek, szabadon mozoghatnak az űrkabinban. ***Mit jelent a lebegés az űrhajóban?***

Nehézségi erő, súly

A szabadon eső testek g gyorsulással esnek a Föld középpontja felé. A nehézségi gyorsulást a **nehézségi erő** hozza létre, amelynek iránya mindig a **Föld középpontja felé mutat**. (A nehézségi erő valójában nem egészen a Föld középpontja felé mutat, azonban ez az eltérés nagyon kicsi. Az irány pontosabb meghatározásához a Föld forgását is figyelembe kellene venni.) **A nehézségi erő nagysága a tömeg és a nehézségi gyorsulás szorzata.** Jele: F_{neh}; $\boldsymbol{F_{neh} = m \cdot g}$.

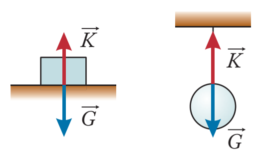
A nehézségi erőt *test középpontjában (ún. tömegközéppontban) vesszük fel*.



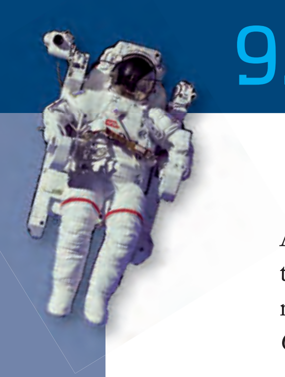
Az alátámasztott, illetve a felfüggesztett testre egyaránt hat a nehézségi erő

Helyezzünk egy testet vízszintes asztallapra, vagy függesszük fel, ily módon megakadályozzuk a test esését.

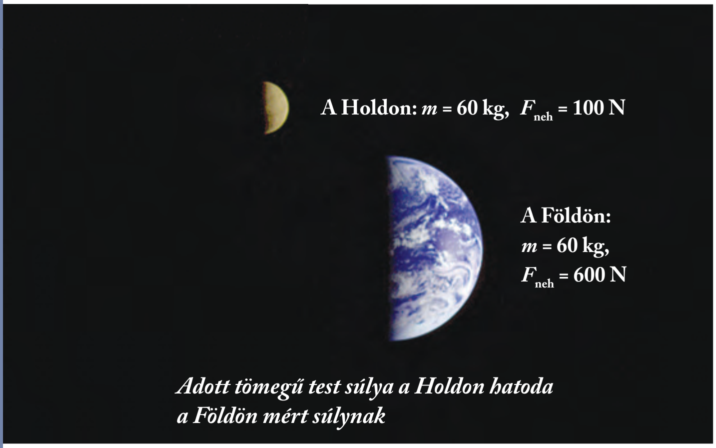
Azt az erőt, amellyel a nyugalomban lévő test az alátámasztást nyomja, illetve amellyel a függőleges felfüggesztést húzza, súlynak vagy súlyerőnek nevezzük. Jele: *G*.



A súly az alátámasztásra, illetve a felfüggesztésre hat



Az asztal (a második rajzon a fonál) K erővel hat a testre. Ennek a K erőnek az ellenereje a test alátámasztásra (a második rajzon a felfüggesztésre) ható G súlya.



Adott tömegű test súlya a Holdon hatoda a Földön mért súlynak

A testek súlyát a gyakorlatban rugós erőmérővel vagy mérleggel mérjük. A testek súlya függ a nehézségi gyorsulás értékétől, ezért az egyes égitesteken a testek súlyát az égitestek tömege is befolyásolja. A Holdon a g értéke a földi értéknek a hatoda, tehát a Holdon a testek súlya is csak egyhatoda a Földön mért értéknek. Ugyanakkor a testek tömege megegyezik a Holdon és a Földön.

GONDOLATKÍSÉRLET

Akasszunk két felfüggesztett dinamométer mindegyikére egy-egy 50 grammos súlyt! Rajzoljuk be az egyikre a nehézségi erőt, míg a másikra a súlyerőt! Nézzük meg, hogy milyen összefüggés áll fenn a két erő között, ha a testek nyugalomban vannak!

A testre ható nehézségi erő ($m \cdot \vec{g}$) és a test súlya ($\vec{G}$)

Milyen erők hatnak a dinamométerre?

A bal oldali dinamométeren a felfüggesztett testre ható $m \cdot \vec{g}$ nehézségi erőt jelöltük. A testre a nehézségi erőn kívül a rugó által kifejtett F_r rugóerő hat. A test nem gyorsul, tehát a dinamika alapegyenletéből következik, hogy a rá ható erők eredője nulla. Így a lefelé irányuló F_{neh} (= $m \cdot g$) nehézségi erő egyenlő nagyságú a felfelé irányuló F_r rugóerővel: $F_{neh} = F_r$.

A jobb oldali dinamométeren az m tömegű test által – a felfüggesztési pontban – a rugóra kifejtett erőt, a G súlyerőt jelöltük. Ennek ellenereje az F_r rugóerő, amit a rugó fejt ki a testre. Newton III. törvényéből következik, hogy a két erő egyenlő nagyságú, ellentétes irányú, így fennáll a $G = F_r$ egyenlőség.

Mindebből az következik, hogy a nyugalomban lévő test súlya és a testre ható nehézségi erő egyenlő: $F_{neh} = G$. A különbség a két erő között az, hogy *a nehézségi erő a testre hat, a súlyerő pedig az alátámasztásra, illetve a felfüggesztésre.*

Súly és súlytalanság

Vizsgáljuk meg, mi történik, ha egy test alól kivesszük az alátámasztást!

Az alátámasztást megszüntetve a testre csak a nehézségi erő hat, tehát a test szabadon esik. Így a test az alátámasztást nem nyomja, tehát **szabadeséskor a testeknek nincs súlya**. Ilyen állapotba kerül például az asztalról leeső könyv, a repülőgépből kiugró ejtőernyős az ejtőernyő kinyitásáig, az űrhajós azokban az időszakokban, amikor nincs az űrhajó hajtóműve bekapcsolva, vagy a hajítási parabolán mozgó repülőgép néhány másodpercig. Tehát **a súlytalansági állapot nem más, mint a testek szabadesése, vagyis egy *g* nehézségi gyorsulással történő gyorsulás a Föld középpontja felé**.

A kikapcsolt rakétákkal mozgó űrhajóban lévő űrhajósokra a Föld vonzóerején kívül semmilyen más erő sem hat, így például az űrhajón lévő szék vagy az űrhajó más berendezése és az űrhajós között sem hat erő.

Kikapcsolt hajtóművek esetén az űrhajósok a súlytalanság állapotában vannak

A súlytalanság állapotában a testre a nehézségi erőn kívül semmilyen más erő nem hat. Ez azt is jelenti, hogy a test nem nyomja az alátámasztási felületet, és nem húzza a felfüggesztést.

Az űrhajó tolórakétáinak működésekor az űrhajósoknak a székükben kell ülniük a fellövés, a pályamódosítás és a leszállás során rájuk ható többletgyorsulások könnyebb elviselése miatt. A súlytalanság állapotának vizsgálatára használják a kb. húsz másodpercig kikapcsolt hajtóművekkel, parabolapályán haladó repülőgépet.

KIDOLGOZOTT FELADAT

A nehézségi erő és a súly fogalmának megismerése után Newton II. törvényének függőleges irányú mozgásokra történő alkalmazásával foglalkozunk.

Egy m = 80 kg tömegű ember egy rugós erőmérővel a mennyezethez erősített mászókötélen mászik felfelé. Határozzuk meg az erőmérő által észlelt erőt, ha

a) az ember függeszkedik a mászókötélen;

b) az ember $a = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással mozog lefelé;

c) az ember $a = 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással mozog felfelé;

d) a kötél elszakad, és az ember a kötéllel együtt zuhan lefelé!

MEGOLDÁS

a) Az m tömegű testre a nehézségi erőn (F_{neh}) kívül a kötél által függőlegesen felfelé kifejtett kötélerő (K) hat. A test nyugalomban van, így eredőjük nulla ($F_e = 0$). Felírhatjuk a mozgásegyenleteket:

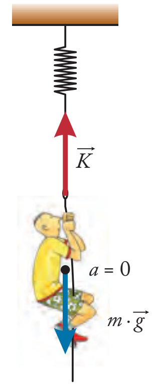
$F_{neh} - K = F_e$

$mg - K = 0$

$\boldsymbol{K = m \cdot g}$

Behelyettesítve:

$K = 800$ N



Nyugalom vagy egyenletes mozgás esetén az eredő erő nulla

b) Az m tömegű testre az előbbihez hasonlóan két erő hat, de eredőjük lefelé mutat.

$F_e = F_{neh} - K$

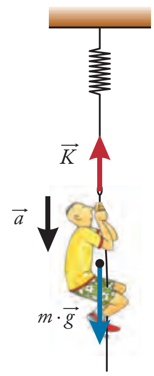
$m \cdot a = m \cdot g - K$

$\boldsymbol{K} = m \cdot g - m \cdot a = \boldsymbol{m \cdot (g - a)}$

Behelyettesítve:

$K = 80\text{ kg} \cdot \left(10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) =$

$= 720$ N



A kötélben kisebb erő hat, mint a testre ható nehézségi erő

c) Az m tömegű testre – az előző két esethez hasonlóan – két erő hat, de most az eredőjük felfelé mutat.

$F_e = K - F_{neh}$

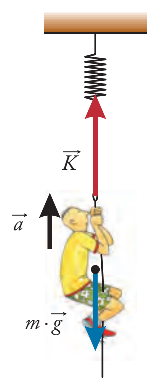
$m \cdot a = K - m \cdot g$

$\boldsymbol{K} = m \cdot g + m \cdot a = \boldsymbol{m \cdot (g + a)}$

Behelyettesítve:

$K = 80\text{ kg} \cdot \left(10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) =$

$= 840$ N



A kötélben a testre ható nehézségi erőnél nagyobb erő hat

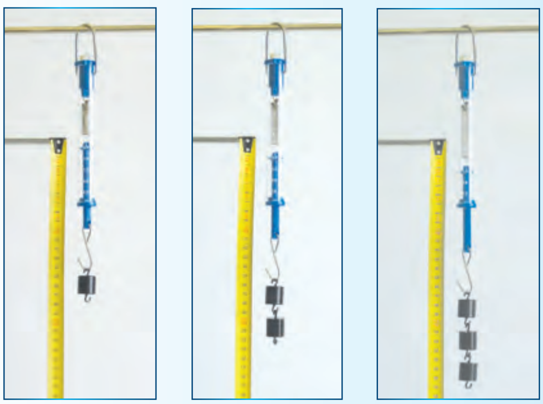
d) A kötél elszakadása után az erőmérőre semmilyen erő sem hat, az emberre pedig csak a nehézségi erő hat, így ő szabadon esik ($a = g$). Az erőmérő $K = 0$ N erőt mutat.

Megfigyelhetjük, hogy ha az m tömegű test a gyorsulással mozog, akkor az őt tartó fonalat a nehézségi erőtől eltérő erő feszíti. A kötélben fellépő erő neve **kötélerő**.

A rugós erőmérő vizsgálata

Az általános iskolai tanulmányaid során már megismerkedtél a rugós erőmérővel, azaz a dinamométerrel. Nézzük meg, hogyan működik a dinamométer!

KÍSÉRLET



A dinamométerre különböző tömegű testeket akasztottunk

Mérjük meg, hogy egy felfüggesztett rugó a ráakasztott m, $2\,m$ és $3\,m$ tömegű testek hatására mennyire nyúlik meg! Legyen a rugó eredeti hossza l_0, a megnyúlást jelölje a Δl.

TAPASZTALAT

A rugó végére akasztott test $F = m \cdot g$ erőt fejt ki a rugóra. Ha $2\,m$ tömegű testet akasztunk rá, akkor a megnyúlás kétszeresére, $3\,m$ tömegű test esetén háromszorosára nő.

F	$m \cdot g$	$2\,m \cdot g$	$3\,m \cdot g$
Δl	1,3 cm	2,5 cm	3,7 cm

Egy adott rugó megnyúlása különböző tömegű testek ráakasztásakor

KÖVETKEZTETÉS

A hatás-ellenhatás törvénye miatt a rugóra ható húzóerővel (F_h) ellentétes irányú, egyenlő nagyságú erőt fejt ki a rugó (F_r). **A rugó által kifejtett erő egyenesen arányos a Δl megnyúlással.** A két mennyiség egyenesen arányos egymással: $F_r \sim \Delta l$, így hányadosuk állandó: $\frac{F_r}{\Delta l}$ = állandó.

A rugó által kifejtett erő és a rugóban létrejött megnyúlás hányadosát rugóállandónak (direkciós állandónak) nevezzük. A rugóállandó jele: D. Mértékegysége: $\frac{\text{N}}{\text{m}}$.

$$D = \frac{F_r}{\Delta l}$$

A rugóállandó megmutatja, hogy egy rugó 1 m-rel való megnyújtásához mekkora erőhatásra van szükség.

Két rugót összehasonlítva a nagyobb rugóállandójú rugót tekintjük erősebbnek, mert azon ugyanakkora erőhatás kisebb mértékű hosszváltozást eredményez.

Lineáris erőtörvény

A kísérletben kapott egyenes arányosságból felírhatjuk a rugó által kifejtett **rugalmas erő**re érvényes, az erő irányát is figyelembe vevő összefüggést:

$$\vec{F}_r = -D \cdot \Delta\vec{l}$$

A rugó által kifejtett erő iránya nyújtásnál és összenyomásnál ellentétes irányú a rugó Δl megnyúlásával.

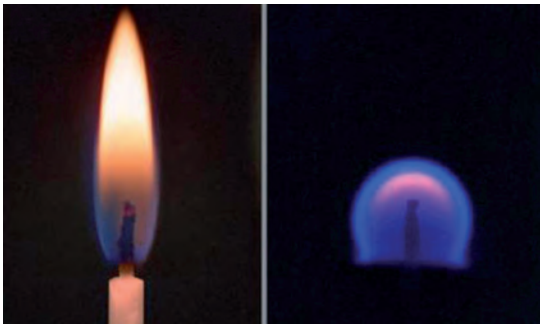
A rugó által kifejtett rugalmas erő mindig ellentétes irányú a rugó megnyúlásával, nagysága pedig a rugó megnyúlásával egyenesen arányos.

$$\vec{F}_r = -D \cdot \Delta\vec{l}$$

Ezt a rugó erőtörvényének vagy lineáris erőtörvénynek nevezzük.

A rugó erőtörvénye a Robert Hooke-ról elnevezett Hooke-törvény egyik alakja.

Olvasmány



Gyertyaláng normál légköri körülmények között, illetve a súlytalanság állapotában

Miért gömb alakú a súlytalanság körülményei között létrejövő gyertyaláng?

A súlytalanság állapotában érdekes jelenség a gyertya égése, pontosabban a gyertya lángja.

A Földön, normál légköri körülmények között, a gyertya lángja körül a levegő felmelegszik és kitágul. A kitágult levegő a környezeténél könnyebb lesz, a keletkező szén-dioxid-gázzal együtt felszáll, helyére pedig friss levegő áramlik.

A súlytalanság állapotában a felmelegedett levegő – és vele a szén-dioxid-gáz – az égő gyertya körül marad, helyére újabb levegő nem érkezik. Az égést tápláló oxigén hiányában a gyertya lángja elhalványul, majd elalszik. A felfelé áramló levegő hiánya miatt a láng gömb alakú lesz, az égés folyamatának lelassulása miatt pedig kékre változik a láng színe.

Kérdések és feladatok

1 Egy lift 1,5 $\frac{m}{s^2}$ gyorsulással indul felfelé. Mekkora erőt mutat a liftben álló, 50 kg tömegű fiú lába alá helyezett szobamérleg?

2 Mekkora gyorsulással és merre indul az a lift, amelyben egy 120 kg tömegű szekrény súlya 950 N?

3 Egy kötél maximális terhelése (szakítószilárdsága) 840 N. Legfeljebb mekkora gyorsulással mászhat rajta felfelé egy 70 kg tömegű ember?

4 Egy 800 N súlyú ember összecsavart lepedőből font, függőleges kötélen menekül az égő ház emeletéről.
a) Hogyan kell leereszkednie anélkül, hogy a kötél elszakadna, ha a kötél maximális terhelése 700 N?
b) Mekkora sebességgel érkezik le, ha az emelet magassága 4 m?

5 Mekkora annak a rugónak a rugóállandója, amelyet egy 100 N súlyú test 5 cm-rel nyújt meg? Milyen irányú a fellépő rugóerő?

6 A vasúti mozdony egy-egy lengéscsillapítást végző rugójára 3000 kg teher jut. Mekkora a rugó rugóállandója, ha a mozdony súlya miatt 3 cm-t nyomódik össze?

7 Egy 200 $\frac{N}{m}$ rugóállandójú rugóra felfüggesztünk egy 2 kg tömegű testet. Mekkora lesz a rugó megnyúlása, ha a ráakasztott test nyugalomban van?

8 Egy rugóra akasztott test a Földön 36 cm-rel nyújtja meg a rugót. Mennyire nyújtaná meg a Holdon ugyanez a test a rugót?

10. lecke

Súrlódás

Miért kell nagyobb erőt kifejtenünk a szánkó megmozdításához, mint a húzásához?

Télen a hideg miatt vastagabb cipőt húzunk, mint nyáron. A cipőboltban azt is megnézzük, hogy milyen lesz a téli cipőnk talpa. A vastagabb és jobban bordázott cipő utcai viseletre jobb, mint a kevésbé bordázott. ***Miért kell téli időszakban a cipők talpának bordázottnak lennie?***

A csúszási súrlódás

Egy test egyenletes mozgatásához is erőt kell kifejtenünk rá, míg a vízszintes talajon magára hagyott test sebessége folyamatosan csökken.

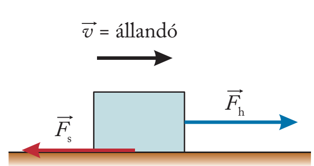
Ezeket a jelenségeket azzal magyarázzuk, hogy a talaj fékezőerőt fejt ki a testekre. Ezt a fékezőerőt nevezzük **súrlódási erő**nek, amelyet F_s-sel szokás jelölni.

A súrlódási erő fellépésének legfőbb oka az érintkező felületek érdessége: a felületeken kiemelkedések és bemélyedések vannak. Ezt az érdességet még teljesen simának tűnő felületeknél is ki lehet mutatni.

A súrlódási erő oka az érintkező felületek érdessége

A súrlódási erő nagysága

Ha egy testnek a vízszintes talajon állandó sebességgel való mozgatásához a testre egy F erőt kell kifejteni, akkor arra következtethetünk, hogy a testre egy **fékezőerő** is hat. A test állandó sebességgel mozog, nem gyorsul, így a súrlódási erő éppen egyensúlyt tart az F_h erővel. $F_h = F_s$.



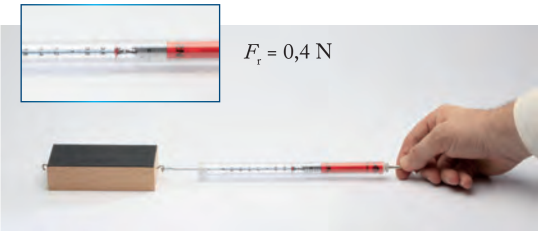
Állandó sebesség esetén a húzóerő nagysága megegyezik a súrlódási erő nagyságával

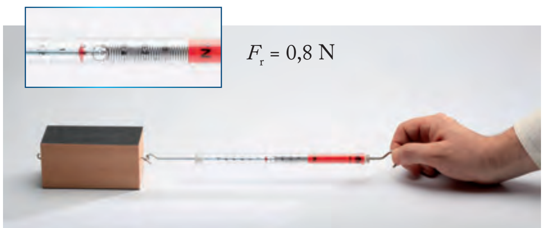
Lehet-e nagyobb a súrlódási erő, mint a húzóerő?

KÍSÉRLETEK

Vizsgáljuk meg a súrlódási erő mérésével, hogy mitől függ a súrlódási erő nagysága!

a) Növeljük az asztalon állandó sebességgel mozgatott test tömegét kétszeresére!





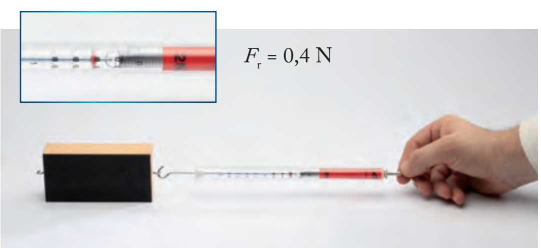
A súrlódási erő a felületeket összenyomó erő nagyságától is függ

Azt tapasztaljuk, hogy a súrlódási erő nagysága is kétszeresére nő. Ebből arra következtethetünk, hogy **a súrlódási erő nagysága egyenesen arányos a felületre merőleges nyomóerő nagyságával**. Jelöljük a felületre merőleges nyomóerőt F_{ny}-nyel, a súrlódási erőt F_s-sel:

$F_s = \mu \cdot F_{ny}$

Az arányossági tényezőt **csúszási súrlódási együtthatónak** nevezzük. Jele: μ (mű, görög betű). Mértékegysége nincs, mert viszonyszám.

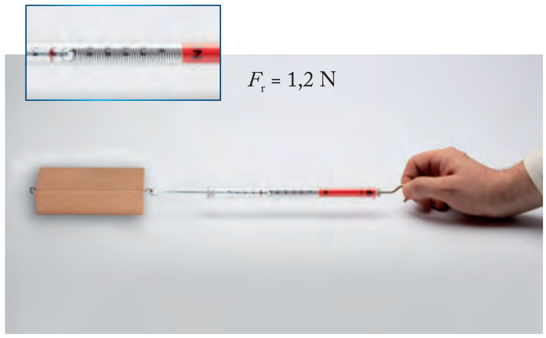
b) Húzzuk végig a hasábot a keskenyebb oldalán!



A súrlódási erő nem függ az érintkező felületek nagyságától

Azt találjuk, hogy **a súrlódási erő** adott test esetében **nem függ az érintkező felületek nagyságától**, és attól sem, hogy milyen sebességgel mozog a test.

c) Húzzuk végig a hasábot az asztalon a dörzspapírral borított oldalán! Azt tapasztaljuk, hogy a dörzspapírral borított oldalán nehezebb mozgatni a hasábot, mint a sima oldalán. Ez azt jelenti, hogy **a súrlódási erő nagysága függ az érintkező felületek anyagi minőségétől**.



A súrlódási erő függ az érintkező felületek anyagi minőségétől

TAPASZTALAT ÉS KÖVETKEZTETÉS

Az *a)–c)* kísérletekben azt tapasztaltuk, hogy a súrlódási erő:

- egyenesen arányos a felületre merőleges nyomóerővel (az arányossági tényező jele a μ),
- nem függ az érintkező felületek nagyságától,
- függ az érintkező felületek anyagi minőségétől.

A csúszási súrlódási erő az érintkező felületek érdességére jellemző csúszási súrlódási együttható és a felületre merőleges nyomóerő szorzata:

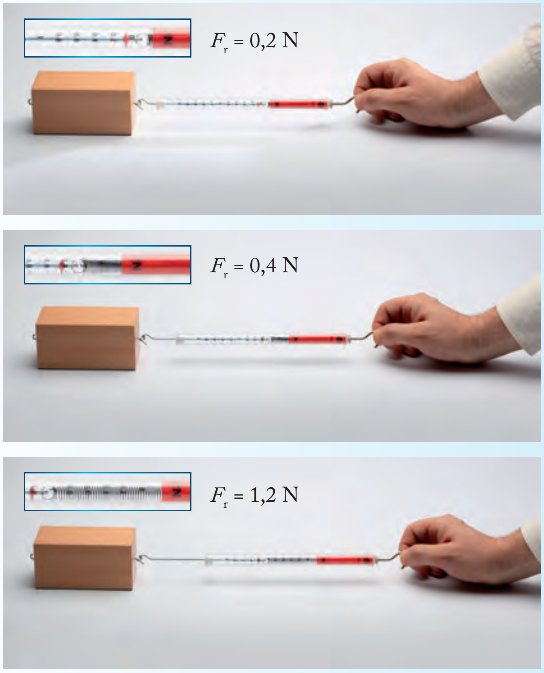
$$F_s = \mu \cdot F_{ny}$$

A **csúszási súrlódási erő iránya** általában a test mozgásának (sebességének) irányával ellentétes. A csúszási súrlódási erő mindig fellép, függetlenül attól, hogy a mozgásban lévő testre más erő hat-e, vagy sem.

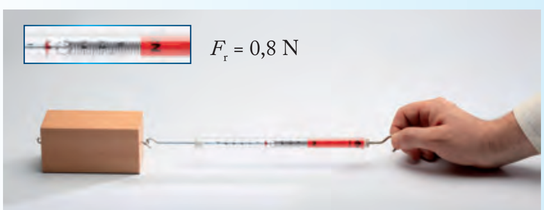
A tapadási súrlódás

KÍSÉRLET

Végezzük el a következő kísérletet! Vízszintes asztallapon nyugvó testet erőmérővel húzzunk az asztal lapjával párhuzamosan, egyre növekvő erővel!



A hasáb egy bizonyos erőhatárig nyugalomban marad



Miután megmozdul a test, kisebb erőt mutat a rugós erőmérő

TAPASZTALAT

Azt tapasztaljuk, hogy a húzóerő hatására a test nem mozdul el. Ez az állapot úgy jöhet létre, hogy a húzóerőn kívül egy másik erő is fellép, amely a húzóerőt éppen kiegyenlíti. Ez az erő egyenlő nagyságú, de ellentétes irányú a testre ható húzóerővel. Ha a húzóerő nagyságát folyamatosan tovább növeljük, akkor a test egy idő után megmozdul.

KÖVETKEZTETÉS

A kísérlet alapján megállapíthatjuk, hogy a vízszintes talajon nyugvó testre különböző nagyságú és irányú erőt fejthetünk ki anélkül, hogy a test megmozdulna.

Ez azt jelenti, hogy *a nyugalomban lévő testre a talaj pontosan akkora erőt fejt ki, mint amekkora erővel a testre hatunk*. A talaj által kifejtett erő mindig ellentétes irányú a testre kifejtett erővel.

A talaj és a vele érintkező test felülete egymáshoz képest nem mozdulnak el, miközben a felületek érdességei között erőhatás lép fel. A felület síkjában mindkét testre erő hat, melyek egyenlő nagyságúak és ellentétes irányúak. Ezt a jelenséget **tapadási súrlódás**nak nevezzük.

A tapadási súrlódás következtében fellépő erőt **tapadási súrlódási erő**nek nevezzük. Jele: F_t. **A tapadási súrlódási erő nagysága nem egy meghatározott érték, hanem nagysága pontosan akkora, amekkora erőt a nyugalomban lévő testre kifejtünk.** Ha a test nyugalomban van, és rá semmilyen erő sem hat, akkor a tapadási súrlódási erő sem lép fel. **A tapadási súrlódási erő mindig ellenerőként (kényszererőként) lép fel.**

A tapadási súrlódási erő egy adott test esetében nem lehet akármilyen nagy. A testre gyakorolt húzóerőt egyre növelve a test végül megindul.

Az az erő, amelynek hatására a sík talajon addig álló test éppen megindul, egyenlő a tapadási súrlódási erő legnagyobb értékével. Ezt a tapadási súrlódási erő maximumának nevezzük, amely egyenesen arányos a testet a talajhoz nyomó erővel. Jele $F_{t,\,max}$.

$$F_{t,\,max} \sim F_{ny} \Rightarrow F_{t,\,max} = \mu_0 \cdot F_{ny}$$

A μ_0 tapadási súrlódási együttható függ az érintkező felületek anyagi minőségétől.

A tapadási súrlódási erő nagyságára felírható:

$$0 < F_t < F_{t,\,max} = \mu_0 \cdot F_{ny}$$

A csúszási és a tapadási súrlódási együttható

Egy nyugalomban lévő test esetén a deformáció miatt a talajjal érintkező felület és a talaj részecskéi közelebb kerülnek egymáshoz, mint egyenletes mozgatáskor. Így erősebb **vonzó kölcsönhatás** alakul ki az álló test és a talaj között, mint mozgó test esetén. Ez azt jelenti, hogy a tapadási súrlódási erő maximuma nagyobb, mint a csúszási súrlódási erő ($F_{t,\,max} > F_s$). Vízszintes talajon a nyugalomban lévő test megindításához nagyobb erőt kell kifejtenünk, mint amekkora erő a test állandó sebességgel való mozgatásához szükséges. Ebből látható, hogy:

$$F_{t,\,max} > F_s$$

$$\mu_0 \cdot F_{ny} > \mu \cdot F_{ny}$$

$$\mu_0 > \mu$$

A tapadási súrlódási együttható értéke nagyobb a csúszási súrlódási együtthatónál.

Az egymással érintkező anyagok	Tapadási súrlódási tényező (μ_0)	Csúszási súrlódási tényező (μ)
acél–acél	0,14	0,1
fa–fa	0,4…0,6	0,2…0,4
fa–fém	0,6	0,4…0,5
fékbetét–acél	–	0,4
gumi–acél	–	1,6…3
gumi–aszfalt	0,6…1,4	0,4…0,9
vas–jég	–	0,014
vas–hó	–	0,035

A súrlódási tényezők értéke nagyban függ a felületek minőségétől

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy 40 kg tömegű szánkót vízszintes irányban 80 N erővel húznak a gyerekek. A havas út és a szánkó közötti csúszási súrlódási együttható értéke 0,15. Mekkora a szánkó gyorsulása?

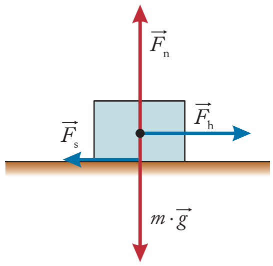
MEGOLDÁS

Adatok:

$m = 40$ kg, $F_h = 80$ N, $\mu = 0{,}15$

$a = ?$

Az erőket méretarányosan a test tömegközéppontjában vesszük fel, így az erővektorok szerkesztését el tudjuk végezni. A testre vízszintes irányban az F_h *húzóerő* és F_s *súrlódási erő* hat, míg függőleges irányban az $m \cdot g$ *nehézségi erő* és F_n, *a talaj nyomóereje*.



A testre ható erők függőleges és vízszintes irányban

Felírjuk két egymásra merőleges irányban a mozgásegyenleteket.

Függőleges irányú elmozdulás nincs, ezért a függőleges irányú erők eredője nulla. Így a nehézségi erő egyensúlyt tart a talaj nyomóerejével.

Vízszintes irányban a szánkóra az F_h húzóerő és az F_s súrlódási erő hat, eredőjük hatására vízszintesen gyorsul a szánkó.

$$\left.\begin{aligned} 0 &= F_n - m \cdot g \\ F_e &= F_h - F_s \end{aligned}\right\}$$

A dinamika alaptörvényét felhasználva:

$$m \cdot a = F_h - F_s, \text{ amelyből: } a = \frac{F_h - F_s}{m}$$

A súrlódási erőt vízszintes talajon az $F_s = \mu \cdot F_n =$ $= \mu \cdot m \cdot g$ összefüggésből számíthatjuk ki.

Behelyettesítve:

$$F_s = \mu \cdot m \cdot g = 0{,}15 \cdot 40 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 60 \text{ N}$$

$$a = \frac{F_h - F_s}{m} = \frac{80\text{ N} - 60\text{ N}}{40 \text{ kg}} = 0{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

A szánkó $0{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással mozog.

Gördülési ellenállás

Ugyanazt a testet görgőkre helyezve sokkal kisebb erővel lehet mozgatni, mint a talajon csúsztatva húzni. A fellépő **gördülési ellenállási erő** (F_g) is sokkal kisebb, mint a csúszási súrlódási erő. A gördülési ellenállási erő nagysága:

$$F_g = \mu_g \cdot F_{ny}$$

A **μ_g gördülési ellenállási együttható** értéke annál kisebb, minél nagyobb a kerék sugara.

A gördülési ellenállás létrejöttében annak van szerepe, hogy a talaj a ránehezedő kerék nyomására kissé benyomódik. Ennek következménye az, hogy a keréknek mindig egy kis emelkedőre kell felgördülnie.

A mozgó alkatrészek találkozásánál a gördülési ellenállás csökkentésére golyóscsapágyakat alkalmaznak. Használatukkal minimálisra csökkenthető az ellenállási veszteség.

Gumikerék	μ_g	Egyéb kerék	μ_g
aszfalt- és betonúton	0,015 …0,025	vasalt kerék földúton	0,2
földúton	0,05 …0,15	vasalt kerék betonúton	0,01
homokban	0,15 …0,30	vasúti kocsi acélabroncsú kereke acélsíneken	0,002

Gördülési ellenállási tényezők értékei azonos méretű járműkerekek esetén

A súrlódás gyakorlati vonatkozásai

Olvasmány

A golyóscsapágy csökkenti a gördülési ellenállás értékét

A csúszási súrlódás legtöbbször káros jelenség, ezért általában a súrlódás csökkentésére törekszenek, például a mozgó alkatrészek fémfelületének olajozásával vagy csapágyak alkalmazásával. Az autókba a megcsúszás elkerülésére *aktív biztonsági felszereléseket* építenek be, amelyek a balesetek elkerülésében játszanak szerepet. *A legfontosabb aktív biztonsági felszerelés az autógumi*, melynek megfelelő állapota és az évszaknak megfelelően téli, illetve nyári gumi használata nagyban hozzájárul a biztonsághoz.

Az autó megcsúszásának elkerülésére építik be az ún. *blokkolásgátlót*, az *ABS-t (Anti-lock Bracking System)*. Ennek hatására a kerekek nem csúsznak meg, hanem gördülnek az úttesten: *a gépkocsit a csúszási súrlódási erő helyett a tapadási súrlódási erő maximuma fékezi*. A gördülés következtében az autó nem válik irányíthatatlanná, és a fékút is rövidebb lesz. Így a gépkocsi veszélyhelyzetben is irányítható marad (nem csúszik meg), megőrzi stabilitását.

ABS egyezményes jele (visszajelző jele a műszerfalon)

A *kipörgésgátló (ASR, Anti-Slip Regulation)* az autó gyorsítása közben a kerék gyors fordulatszám-növekedését (megcsúszását) érzékeli. Ilyenkor az ASR elektronikai rendszer beavatkozik a vezérlésbe, csökkenti a motor teljesítményét és megakadályozza a kerék kipörgését (megcsúszását), javítva ezzel az autó irányíthatóságát, kormányozhatóságát. Az ASR váratlan akadály esetén is biztosítja a kerekek tapadását az úttesten.

ASR egyezményes jele (visszajelző jele a műszerfalon)

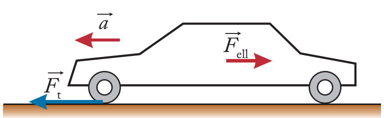
A tapadási súrlódást a hétköznapi élet számtalan további területén hasznosítjuk. Ez az erő tartja a falba vert szöget vagy a csavaron a csavaranyát, és ennek az erőnek köszönhetően alkalmazhatunk szíjmeghajtást az autók motorjában.

A tapadási súrlódás teszi lehetővé számunkra a járást. Tapasztalatból tudjuk, ha ónos eső esik, az utak lefagynak, lehetetlenné válik a közlekedés. Ilyenkor a járdákat és az úttestet homokkal szórják fel a könnyebb közlekedés, azaz a tapadási súrlódás növelése érdekében.

A súrlódás szerepe az autó gyorsításában, fékezésében

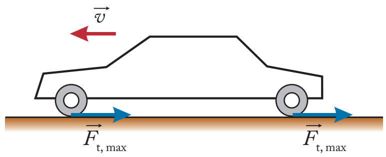
A *gépkocsi elindulásához* a gépkocsira ható külső erőre van szükség. Ezt az erőt a gépkocsi kerekeinek gördülésekor a tapadási súrlódási erő biztosítja. A kerék a talajt a menetiránnyal ellentétes irányban nyomja, míg a talaj – a talaj és a kerék érintkezési pontjában – a gépkocsira a mozgás irányával megegyező irányú erőt fejt ki. Ez a tapadási súrlódási erő (F_t). A gépkocsi motorja által kifejtett erőhatás a súrlódási erőn keresztül válik a gépkocsit húzó erővé. A gépkocsi mozgását akadályozó menetellenállási erőket együttesen jelöljük F_{ell}-sal. Így a gépkocsi gyorsulása felírható a súrlódási erő és a menetellenállási erő eredőjeként:

$$a = \frac{F_t - F_{ell}}{m}$$



Induláskor a gépkocsira ható tapadási súrlódási és menetellenállási erő

A *gépkocsi fékezésekor* a kerekek gördülése esetén a gépkocsit a talaj által kifejtett tapadási súrlódási erő fékezi. A lassulást a kerekek és az úttest közötti tapadási súrlódási együttható határozza meg. A fékezés a lehető legnagyobb tapadási súrlódási erővel történhet. A gépkocsi akkor lassul legjobban, ha a kerekek tisztán gördülnek. A kerekek talajjal érintkező pontjaiban a menetiránnyal ellentétes irányú tapadási súrlódási erő hat a gépkocsira.



A gépkocsi kerekeire ható erők fékezéskor

Ha a gépkocsi kereke erős fékezés miatt megcsúszik, akkor a fellépő csúszási súrlódási erő nagysága kisebb lesz, mint a tapadási súrlódási erő legnagyobb értéke ($F_s < F_{t,\,max}$). Ekkor a fékút jelentősen megnő. Modern gépkocsiknál az ABS képes meggátolni a kerekek megcsúszását (lásd az előző oldalon lévő olvasmányt).

Téli és nyári gumiabroncs

Olvasmány

A téli és nyári útviszonyok más közlekedési körülményeket teremtenek az autósok számára. Télen az utak vizesek, jegesek, azonban az autó kerekeinek ugyanakkora tapadást kell biztosítaniuk, mint nyáron. A téli gumik sűrűbb és mélyebb bordázatúak. A terhelés hatására a bordázatok szétnyílnak, így jó tapadást biztosítanak. A bordázat révén kapaszkodik meg a kerék az útfelületen. A téli gumi esetén (pl. havas úton) a hosszanti bordák viszik át az oldalirányú erőt, a keresztirányú (haladási irányra merőleges) bordák az előrehaladáshoz szükséges hajtási erőt. A téli gumi keskenyebb, mint a nyári. Az autó súlya kisebb felületen oszlik meg, így nagyobb lesz a kerék alatti nyomás. A nagyobb összenyomó erő miatt a motor nagyobb forgatónyomatékot képes kifejteni a kerekek megcsúszása nélkül.

Téli gumiabroncs

A nyári gumiban a hosszanti széles vájatok a vízelvezetést szolgálják a megcsúszás elkerülésére, míg a szélén lévő bordázat a megfelelő kanyarvételi képességet biztosítja. Alacsony hőmérsékleten a nyári gumik felülete megkeményedik, ezért 7 °C alatt ajánlatos a gépkocsi abroncsait téli gumira cserélni. A téli gumik lágyabb keverékkel készülnek, ezért alacsony hőmérsékleten sem keményednek meg.

Nyári gumiabroncs

Projektfeladat

1 Sporteszközök (pl. síléc, labda) kialakításának és fizikai hátterének feltárása

a) Keresd meg az interneten, hogy a különféle típusú síléceket hogyan alakítják ki! Milyen fizikai jellemzőik vannak ezeknek a síléceknek?

b) Nézd meg az interneten, hogy a pingpong-, a tenisz- és a szivacslabda külső felülete és belseje milyen szerkezetű! Mi lehet a különböző felépítés célja? Milyen fizikai tulajdonságai lesznek ezeknek a labdáknak? Milyen az egyes labdák rugalmassága?

2 Súrlódás csökkentése légpárnás eszközökkel

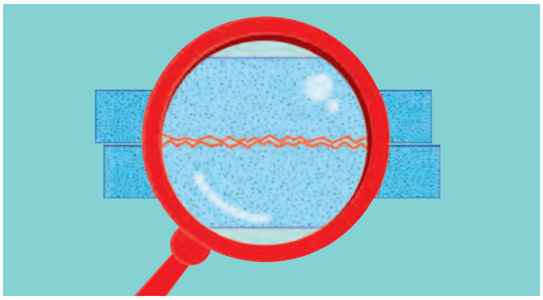
Készíts kiselőadást, és mutasd be sematikus rajzon a légpárnás hajók működési elvét!

Milyen terepen előnyös az alkalmazásuk? Hogyan csökkentik mozgásuk közben a súrlódást? Hogyan tudnak vízszintesen haladni?

Gondolkodtató kérdések

1 Miért hatékonyabbak a gépkocsik ABS blokkolásgátló rendszerei, mint a hagyományos (ABS nélküli) fékrendszerek? Értelmezd a jelenséget!

2 Mondj példákat, hogy a műszaki életben hol van jelentősége a csúszási, és hol a tapadási súrlódásnak!



Kérdések és feladatok

1 Mekkora vízszintes irányú húzóerővel kell húznunk az egyenletes sebességgel mozgó szánkót a havon, ha a szánkó és a gyermek együttes tömege 35 kg? A szánkó és a hó közötti csúszási súrlódási együttható 0,1.

2 Egy m = 80 kg össztömegű szánt 100 N vízszintes irányú erővel húzunk. A szán talpa és a havas út közötti csúszási súrlódási együttható 0,1.
a) Mekkora gyorsulással mozog a szán a húzóerő hatására?
b) Mekkora végsebességet ér el 8 másodperc alatt?

3 Azt figyeltük meg, hogy a sík jégen 3 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ sebességgel ellökött korong 4 s múlva áll meg. Mekkora a csúszási súrlódási együttható?

4 Egy kosárlabdázó cipőjének talpa és a sportcsarnok padlója közötti tapadási súrlódási együttható 1,1. Mekkora gyorsulással indulhat meg egy kosárlabdázó megcsúszás nélkül?

5 Legalább mekkora erővel lehet megmozdítani egy 120 kg tömegű szekrényt, ha a tapadási súrlódási együtthatója a padlón 0,7?

6 Egy 4 gramm tömegű revolvergolyót 280 $\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ sebességgel lövünk bele egy fahasábba, amelyben 5 cm mélyen egyenletesen lassulva megáll. Mekkora a golyó lassulását okozó súrlódási erő nagysága?

7 A teherautón bútorokat szállítanak. A bútorok és a teherautó platója között a tapadási súrlódási együttható 0,4. Mekkora maximális gyorsulással indulhat a teherautó? Mekkora az a minimális út, amely alatt a bútorok megcsúszása nélkül a teherautó elérheti az 54 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ sebességet?

8 Parafa és üveg között a tapadási súrlódási együttható 0,3. A parafa dugót 60 N erővel sikerült kihúzni az üvegből. Mekkora erő lépett fel az üveg és a parafa dugó között?

9 Mérési feladat. Határozzuk meg egy fahasáb és az asztallap közötti csúszási súrlódási együtthatót dinamométer segítségével!

10 Az m = 200 kg tömegű rakomány egy M = 2500 kg tömegű kisteherautón fekszik. A plató és a rakomány közötti tapadási súrlódási együttható értéke μ_0 = 0,3. Számítsuk ki, hogy a kisteherautó motorja mekkora maximális húzóerőt fejthet ki a gépkocsira, hogy a rakomány meg ne csússzon a platón!

11 Egy tengerparti matrózkocsmában a csapos egy 0,9 másodpercig tartó, 14 N erejű lökéssel küldi a matrózok elé a sört. Mekkora sebességre gyorsul fel a korsó, ha a söröskorsó tömege 2 kg, a pult csúszási súrlódási együtthatója pedig 0,2? Milyen messzire csúszik el a korsó?

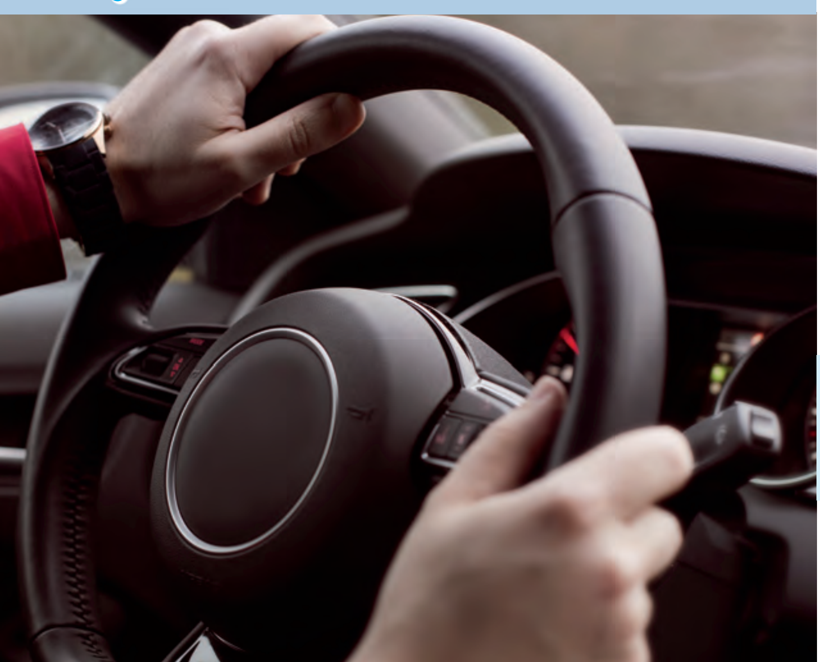
12 Egy 90 $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ sebességgel haladó személygépkocsi vezetője akadályt vesz észre maga előtt. A gépkocsi a nedves aszfalton fékez, a kerekei és az aszfalt közötti tapadási súrlódási együttható értéke 0,6.
a) Mennyi idő alatt tud megállni, ha a kerekek nem csúsznak meg?
b) Mekkora utat tesz meg a megállásig?
c) Rajzoljuk fel a megtett utat és a sebességet az idő függvényében is!

Nedves aszfalton hosszabb a fékút

11. lecke

Egyensúly vizsgálata

Mi forgatja a vízimalom kerekét?



Az autó vezetője két kézzel fogja vezetés közben a kormánykereket. A kanyarban mindkét kezével egyszerre forgatja a kormánykereket. A két keze által kifejtett erők egymással ellentétes irányúak és egyenlő nagyságúak. ***Hogyan jön létre a két erő forgató hatása a kormánykeréken?***

Pontszerű test egyensúlya

A nyugalom fogalmát ismerjük: a **nyugalom**ban lévő test sebessége nulla. A függőlegesen feldobott kavics a pályájának fordulópontján egy pillanatra megáll, azaz sebessége nulla. A kavics ugyan nyugalomban van egy pillanatra, de nincs egyensúlyi állapotban, hisz pillanatról pillanat változik a mozgásállapota, sebessége. A hosszabb ideje eső ejtőernyős sebessége állandósul, mozgásállapota nem változik, egyensúlyban van. Azt mondjuk, hogy egy test **egyensúly**ban van, ha nem változik a mozgásállapota. Ha a test mozgásállapota nem változik, akkor a gyorsulása nulla, ennek meg az a feltétele, hogy a ráható erők eredője nulla legyen.

Általános érvényű az a megállapítás, hogy a pontszerű test egyensúlyának dinamikai feltétele az, hogy a testre ható erők eredője nulla legyen:

$$\Sigma \vec{F} = 0$$

Az egyensúlyban lévő test, ha kezdetben nyugalomban volt, akkor úgy is marad.

A merev test modellje

A mozgások vizsgálata során a testeket kiterjedés nélküli, pontszerű testnek tekintettük. A testek e módszerrel történő vizsgálata a haladó mozgás tanulmányozásához megfelelő modellt szolgáltatott.

Kiterjedt testeknek tekintjük azokat a testeket, amelyek mérete, alakja vagy tömegeloszlása más testekkel való kölcsönhatásuk során nem hanyagolható el. A kiterjedt testek közül csak a **merev testek**kel foglalkozunk.

Merev testnek tekinthetünk egy testet, ha a rá ható erők hatására mérete, alakja, tömegeloszlása nem változik meg, vagyis a kölcsönhatásban a

test pontjai egymástól való távolságukat minden körülmények között megtartják.

Merev test lehet például az asztal lapja, mert alakja nem változik meg észrevehetően, ha könyveket teszünk rá, vagy esetleg ráállunk. Merev testnek tekintjük környezetünkben például a széket, padot és az ablakot. Tehát merev testnek nevezünk minden olyan testet, amelyek a kölcsönhatások folyamán a rájuk ható erők hatására nem szenvednek maradandó alakváltozást. Merev test az autó nagyon erős karosszériája is, de az ütközéskor fellépő nagy erők hatására alakváltozást szenved. Azt mondhatjuk, hogy az első esetben a karosszéria merev testként viselkedik, míg a második esetben deformálható testként.

Azt a testet, amely az adott kölcsönhatásban nem tekinthető merev testnek, **deformálható testnek** nevezzük.

Tengely körül forgatható merev test egyensúlya

KÍSÉRLET

Egy tengely körül forgatható, vízszintes merev rúdra a kép szerinti helyzetben két erő hat. Vizsgáljuk meg, hogy ebben az esetben mi a feltétele annak, hogy a merev test egyensúlyban legyen!

Az egy pontban rögzített merev test egyensúlyban van

Mérjük le a rúdra akasztott testek súlya által a rúdra kifejtett erők hatásvonalainak forgástengelytől való távolságát!

TAPASZTALAT

Jelöljük az egy-, illetve kétegységnyi súly által kifejtett erőt F_1-gyel, illetve F_2-vel, a forgástengelytől való távolságukat pedig k_1-gyel és k_2-vel. Azt találjuk, hogy a vízszintes rúd egyensúlya esetén minden esetben fennáll:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{k_2}{k_1}$$

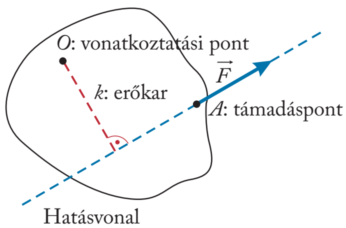
Az aránypár a következőképpen is felírható:

$$F_1 \cdot k_1 = F_2 \cdot k_2$$

Tengely körül forgatható merev test két erő hatására akkor van egyensúlyban, ha az erő és erőkarjának szorzata mindkét erő esetében egyenlő.

Forgatónyomaték

Egy rögzített tengely körül forgó merev testre hassunk F erővel! Rajzoljuk be az erő hatásvonalát! A hatásvonal az erő támadáspontján átmenő, az erővektorra illeszkedő egyenes. Az erő hatásvonalának a vonatkoztatási ponttól mért távolságát **erőkarnak** nevezzük.



Az erőkar mindig merőleges az erő hatásvonalára

A forgatónyomaték az erő nagyságának és az erőkarnak a szorzata.
Jele: M, mértékegysége: Nm.
$$M = F \cdot k$$

A forgatónyomaték az erő forgató hatására jellemző mennyiség. Ugyanakkora forgatónyomatékot tudunk létrehozni kis erő esetén nagy erőkarral, vagy nagy erő esetén kis erőkarral.

A forgatónyomatékot használjuk ki például a gépkocsikhoz és egyéb gépészeti eszközökhöz használt szerelőkulcsok tervezésekor. Az autószerelő műhelyekben a megfelelő forgatónyomaték beállítására alkalmas kulcsokkal húzzák meg az egyes csavarokat (kerékabroncsok felhelyezése, autógyertyák behelyezése). A szerelőkulcsot úgy állítják be, hogy adott nagyságú forgatónyomaték elérése esetén kioldjon, így nem lehet a csavar menetét megszakítani.

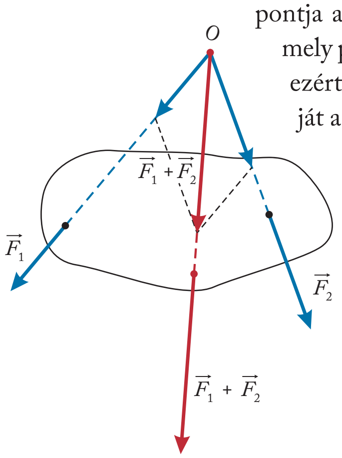
A vízikerekek lapátjaira az átfolyó víz állandó erővel hat. Az erő erőkarja a kerék sugara, így a víz forgatónyomatékot fejt ki a kerékre, ennek hatására a kerék forgásba jön. A mozgás fenntartását a folyamatosan átfolyó víz biztosítja.

Rögzített tengely esetén, ha az erő hatásvonala átmegy a tengelyen, akkor az erő nem fejt ki forgatónyomatékot a testre, mert az erőkar nulla.

Nem párhuzamos hatásvonalú erők eredője

Ahhoz, hogy a merev test egyensúlyának feltételét megfogalmazhassuk, előbb meg kell vizsgálnunk a rá ható erők összegzésének módját. Pontszerű test esetén az erők ugyanabban a pontban hatnak, míg kiterjedt test esetén különböző pontokban. Emiatt az erők közvetlenül nem összegezhetők.

A merev testre ható **két nem párhuzamos hatásvonalú erőt** hatásvonalaik mentén toljuk el az erők hatásvonalainak metszéspontjába! Ekkor ezen két erő eredőjét paralelogramma-módszerrel határozhatjuk meg. Mivel a merev testre ható erő támadáspontja a hatásvonalának bármely pontjába áthelyezhető, ezért az erő támadáspontját a merev testen a hatásvonal bármely pontjában felvehetjük.



Két nem párhuzamos erő eredője

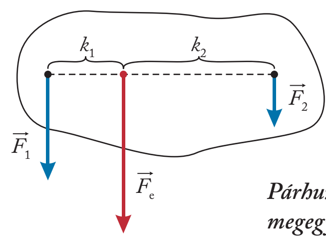
Párhuzamos hatásvonalú erők eredője

A párhuzamos hatásvonalú erők eredője nem szerkeszthető meg paralelogramma-módszerrel. Ezért az eredőjüket másként kell meghatároznunk.

a) Megegyező irányú erők eredője

Párhuzamos, *megegyező* irányú erők eredőjének nagysága egyenlő a két összetevő nagyságának összegével, iránya pedig megegyezik az összetevők irányával. Az eredő erő a két erő hatásvonala között, a nagyobbik erőhöz közelebb helyezkedik el. Az eredő erő hatásvonalának bármely pontjára nézve a két eredeti erő forgatónyomatéka egyenlő egymással:

$F_1 \cdot k_1 = F_2 \cdot k_2$

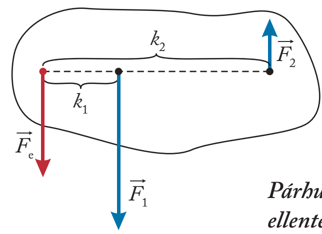


Párhuzamos hatásvonalú, megegyező irányú erők eredője

b) Ellentétes irányú, különböző nagyságú erők eredője

Ellentétes irányú, párhuzamos erők eredőjének nagysága a két összetevő nagyságának a különbsége, iránya pedig a nagyobbik összetevő irányával egyezik meg. Az eredő erő hatásvonala a két erő hatásvonalán kívül, a nagyobbik összetevő oldalán helyezkedik el úgy, hogy az eredő erő hatásvonalának minden pontjára fennáll a forgatónyomatékok egyenlősége:

$F_1 \cdot k_1 = F_2 \cdot k_2$



Párhuzamos hatásvonalú, ellentétes irányú erők eredője

Párhuzamos hatásvonalú, ellentétes irányú erők eredője melyik erő oldalán helyezkedik el?

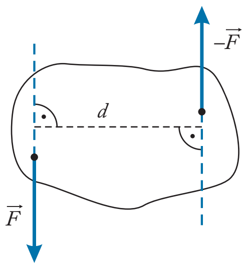
c) Ellentétes irányú, megegyező nagyságú erők eredője: erőpár

Ha egy tengely körül forgatható merev testre két olyan erővel hatunk, amelyek ellentétes irányúak, egyenlő nagyságúak és hatásvonaluk párhuzamos, akkor a test forgásba jön, de haladó mozgást nem végez.

Az ugyanarra a merev testre ható két erőt, amelyek ellentétes irányúak, párhuzamos hatásvonalúak és egyenlő nagyságúak, erőpárnak nevezzük.

Az erőpár nem helyettesíthető egyetlen erővel. Erőpár lép fel például a gépkocsi vagy a kerékpár kormányzásakor.

Erőpár forgatónyomatéka: $M = F \cdot d$



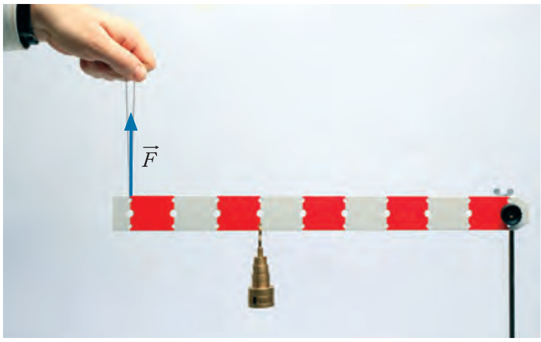
Két ellentétes irányú, párhuzamos hatásvonalú, egyenlő nagyságú erőt erőpárnak nevezünk

Kérdések és feladatok

1 Mekkora a forgatónyomatéka az 50 N nagyságú erőt kifejtő szerelőkulcsnak, ha a szerelőkulcs hossza 30 cm, és az erő hatásvonala merőleges rá? Mekkora lesz a forgatónyomaték, ha az erőkart a felére csökkentjük, és az erő nagyságát megháromszorozzuk?

2 Egy 50 kg-os és egy 30 kg-os gyermek mérleghintázik. Az 50 kg-os fiú 1,5 m-re ül a forgástengelytől. Hova üljön a másik gyermek, hogy egyensúlyban legyenek?

3 Egy 45 cm hosszúságú, elhanyagolható tömegű rúdra, a forgástengelytől 30 cm-re, egy m = 0,3 kg tömegű testet akasztunk. Mekkora erővel kell – az ábra szerint – a rúd másik végét emelnünk, hogy a rúd továbbra is vízszintes maradjon?



Írjuk fel a forgatónyomatékok egyenlőségét a forgástengelyre!

4 Két tanuló az iskolatáskáját egy 60 cm hosszú rúdra szeretné felakasztani. Hol kell a rudat alátámasztaniuk ahhoz, hogy ne essenek le a táskák, ha az egyik táska 5 kg, a másik pedig 8 kg tömegű?

5 Egy autót két párhuzamos hatásvonalú, megegyező irányú erővel tol két ember. Mekkora nagyságú erőt fejt ki az egyik ember, ha az eredő erejük 200 N nagyságú, és a másik ember 80 N nagyságú erővel tolja az autót? Milyen távolságra van az eredő hatásvonala a nagyobbik erő hatásvonalától, ha a két ember 120 cm-re áll egymástól? Rajzold le a ható erőket és az eredőt!

6 Egy 4 m hosszúságú mérleghinta egyik végére ült Józsi, akinek tömege 40 kg. A másik végére Eszter ül, aki 30 kg-os. Hova ültessék Feri nevű kistestvérüket, akinek tömege 25 kg?

7 Egy testre egymástól 60 cm távolságban két párhuzamos hatásvonalú, ellentétes irányú erő hat, amelyeknek nagysága 150 N és 60 N. Számítsuk ki az eredő nagyságát, és határozzuk meg a hatásvonalának helyét!

8 Egy erőpár forgatónyomatéka 12 Nm, a ható erők nagysága 8 N. Mekkora a hatásvonalaik távolsága?

12. lecke

Merev testek egyensúlya

Miért tárja szét a karját a kötéltáncos?

A keljfeljancsi bábut bármennyire is kibillentjük egyensúlyi helyzetéből, az mindig visszaáll az eredeti függőleges helyzetébe. ***Mi ennek az oka? Milyen fizikai elv alapján készült a keljfeljancsi?***

Merev testek egyensúlyának általános feltétele

Egy pontszerű test akkor van egyensúlyban, ha a rá ható erők eredője nulla, azaz $\Sigma\vec{F} = 0$. Ekkor a test vagy nyugalomban van, vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végez.

A rögzített tengellyel rendelkező merev test akkor van egyensúlyban, ha a rá ható erők forgatónyomatékainak előjeles összege nulla: $\Sigma M = 0$. Ekkor a merev test állandó szögsebességgel forog, de lehet nyugalomban is.

Ha egy merev testet nem rögzítünk, akkor egyensúly esetén az előző két feltételnek egyszerre kell teljesülnie. Ez az egyensúly megvalósulhat:

- ha a test tömegközéppontja egyenletesen mozog (v = állandó) és a test nem forog,
- ha a test tömegközéppontja nyugalomban van ($v = 0$) és a test egyenletesen forog,
- ha a test tömegközéppontja egyenletesen mozog (v = állandó) és a test egyenletesen forog,
- ha a test tömegközéppontja áll ($v = 0$) és a test nem forog.

Tömegközéppont

A pontszerű test mozgásának vizsgálatakor a következőképpen jártunk el. A testre egy pontban ható erők eredőjét megállapítottuk. A test tömegének ismeretében már könnyedén megállapíthattuk a tömegpont gyorsulását:

$$\vec{a} = \frac{\Sigma\vec{F}}{m}$$

A merev testet gondolatban feloszthatjuk nagyon sok pici tömegpontra. Ezek mindegyikére hat egy-egy elemi nehézségi erő, melyek párhuzamosak egymással. A nagyon sok elemi nehézségi erő eredőjének támadáspontja a test **tömegközéppont**ja. **Homogén szimmetrikus merev testek esetén a tömegközéppont a test geometriai középpontjában van**.

Egy merev test akkor van egyensúlyban, ha a rá ható erők eredője nulla, és a merev test bármely pontjára nézve a rá ható erők forgatónyomatékainak előjeles összege is nulla.

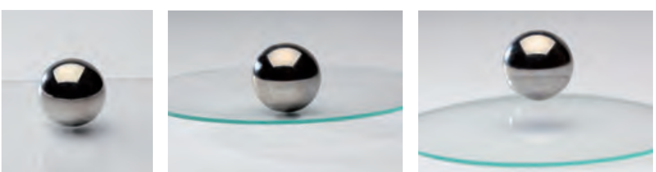
$\Sigma\vec{F} = \vec{0}$ **és** $\Sigma M = 0$

Az erők forgatónyomatékát ugyanarra az általunk tetszőlegesen kiválasztott pontra számítjuk.

Egyensúlyi helyzetek

Ha egy testet egyensúlyi helyzetéből kissé kimozdítunk, majd magára hagyjuk, akkor a test új egyensúlyi helyzetében maradhat, visszatérhet a korábbi egyensúlyi helyzetébe, de lehet, hogy még messzebbre kerül az előző egyensúlyi állapotától. Ez alapján osztályozhatjuk az egyensúlyi állapotokat.

Helyezzünk egy golyót sík, homorú és domború felületekre! A sík **közömbös** (indifferens), a homorú **biztos** (stabilis), míg a domború **bizonytalan** (labilis) egyensúlyi helyzetet jelent a golyó számára.



Hogyan változik a golyó helyzete, ha kicsit kitérítjük egyensúlyi helyzetéből?

Milyen egyensúlyi helyzetnek felel meg a golyó különböző környezethez viszonyított helyzete?

KIDOLGOZOTT FELADAT

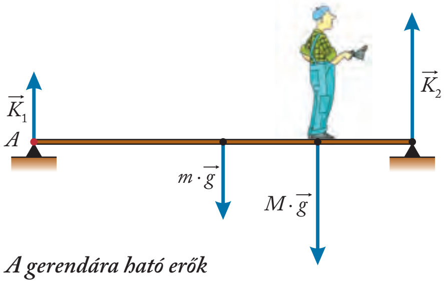
Egy 6 m hosszú, 50 kg tömegű vízszintes gerenda két végén van alátámasztva. Az egyik végétől 1,5 m-re egy 80 kg tömegű kőműves áll rajta. Mekkora erővel nyomja az alátámasztás a két végpontban a gerendát?

MEGOLDÁS

Adatok:

l = 6 m, m = 50 kg, M = 80 kg, d = 1,5 m

K_1 = ?, K_2 =?



A gerendára ható erők

A gerendára a nehézségi erő ($m \cdot g$), a kőműves súlya ($M \cdot g$) és a két végpontban az alátámasztási erő hat (K_1, K_2). Tudjuk, hogy a gerenda egyensúlyban van, ezért a gerendára ható erők eredője nulla.

$\Sigma F = 0$

$$K_1 + K_2 - m \cdot g - M \cdot g = 0 \qquad (1)$$

Egyensúly esetén a gerenda bármely pontjára nézve a forgatónyomatékok előjeles összege is nulla. A forgástengelyt úgy választjuk meg, hogy valamelyik ismeretlen erő forgatónyomatéka nulla legyen. Haladjon át a rajz szerinti A ponton a forgástengely, és válasszuk az óramutató járásával ellentétes irányt pozitívnak!

Írjuk fel az A pontra a forgatónyomaték előjeles összegét!

$$K_1 \cdot 0 + K_2 \cdot l - m \cdot g \cdot \frac{l}{2} - M \cdot g \cdot (l - d) = 0 \qquad (2)$$

A (2) összefüggésből a K_2 kifejezhető:

$$K_2 = \frac{m \cdot g}{2} + M \cdot g \frac{l - d}{l}$$

Az adatokat behelyettesítve:

$$K_2 = 500\ \text{N} \cdot \frac{1}{2} + 800\ \text{N} \cdot \frac{6\ \text{m} - 1{,}5\ \text{m}}{6\ \text{m}} =$$

$$= 250\ \text{N} + 600\ \text{N} = 850\ \text{N}$$

K_1 kényszererőt az (1) összefüggésből határozhatjuk meg:

$$K_1 = m \cdot g + M \cdot g - K_2$$

Behelyettesítve:

$$K_1 = 500\ \text{N} + 800\ \text{N} - 850\ \text{N} = 450\ \text{N}$$

Tehát a gerendának a kőműveshez közelebbi végére 850 N, míg a távolabbi végére 450 N nagyságú erő hat.

A gótikus építészet csodái

A román kori építészetet vaskos falak, függőleges vastag falsávok, dongaboltozatok, félköríves záródású ablakok, ikerablakok jellemzik. Az épületeknél a nyílások áthidalására gerendát vagy boltíveket használtak.

A román kori építészethez képest a gótikában a *függőleges irány lett a hangsúlyos*. A gótikus stílusban épült épületeken *magas, karcsú tornyokat*, *csúcsíves ablakokat* és *kőfaragással gazdagon díszített falfelületeket* találunk.

A magas falakat, karcsú tornyokat az oldalhajó oldalfalát biztosító *támpillérrel*, a magasabb helyeken pedig *támívekkel* erősítették meg. A csúcsíves keresztboltozatok az épület tetőszerkezetének terhét, a fellépő erőhatásokat nagyobb mértékben helyezik a falakra, mint a hagyományos boltívek, ugyanis az egyes íveken elhelyezkedő kőtömbök a saját és a felettük lévő kőtömbök nehézségi erejének függőleges összetevőjét az ívben alattuk levőnek adják át. Ennek hatására a csúcsívek egyre magasabbak és keskenyebbek lettek. Az épületek oldalát díszítő támívek és támpillérek a boltozatok oldalirányú terhelését, a fellépő hatóerők oldalirányú összetevőit a függőleges falakhoz hasonlóan vették át a boltozatról. Mechanikai szempontból a legteherbíróbb épületszerkezetet hozták létre azzal, hogy az ívek és a falak a rájuk ható erők mentén épültek ki. Ezzel teherbíróbb szerkezet jött létre, mint ha tömör falakat építettek volna. Hasonló elven épülnek fel csontjaink, amelyekben a különösen nagy erőhatásnak kitett csontvégeken finom elrendeződésű csontozat (csontgerendák) jön létre, míg a köztük lévő részt szivacsos állomány tölti ki.

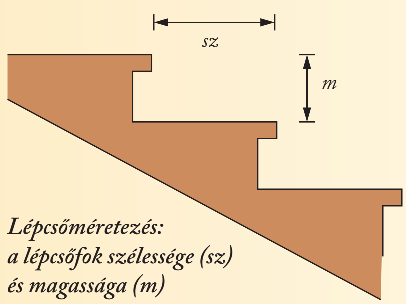
Ennek az építészeti stílusnak a remekei például a reimsi katedrális, a kölni dóm, a Notre-Dame-székesegyház Párizsban, valamint a budapesti Mátyás-templom.

A bathi apátsági templom (Anglia) támívei

Lépcsőméretezés, lépcsőkészítés

A házépítéskor egy igen fontos lépés a lépcső helyes méretezése. Ennek is, mint minden műszaki szerkezetnek, vannak méretezési szabályai. A legfontosabb lépcsőszerkesztési szabályok:

– egy lépcsőkaron belül a járóvonalon a lépcsőfokok méretét egyenlőnek kell kialakítani,
– a járóvonal fölött a szabad belmagasság minimum 2,20 m legyen,
– a felnőtt emberi lépéshossz 63 cm, ezért a lépcsőfok szélessége és magassága között a következő összefüggés áll fenn: $2m + sz = 63$ cm, ahol m a lépcsőfok magassága, és sz a lépcsőfok szélessége. Az utolsó szabályból következik, hogy egy 18 cm fellépési magasságú lépcsőkaron a fokszélesség maximum 27 cm lehet.



Lépcsőméretezés: a lépcsőfok szélessége (sz) és magassága (m)

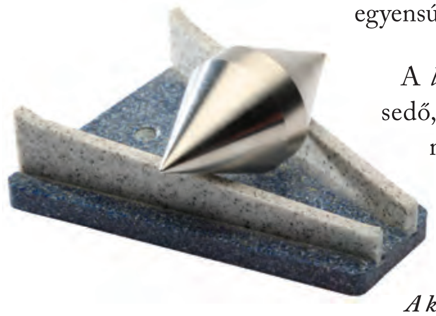
Olvasmány

Meglepő stabilis egyensúlyi helyzetek

A *keljfeljancsi bábu* – bármerre is billentjük ki egyensúlyi helyzetéből – mindig visszaáll a „talpára”. Ennek oka, hogy a bábu könnyű műanyagból készült, az alján pedig nagy sűrűségű nehezék (pl. ólom) van. A nehezékre ható forgatónyomaték a bábu talajjal érintkező pontjára nézve visszabillenti a bábut az eredeti függőleges egyensúlyi helyzetébe.

A *biciklis játék* egy könnyű bicikliből és egy hajlított súlyzóból áll. A súlyzóra akasztott két nehezék miatt a rendszer tömegközéppontja az alátámasztás (a tartórúd teteje) alatt van, ezért a biciklis kibillenése után mindig visszatér az egyensúlyi helyzetébe. Így sohasem esik le a tartóról.

A *lejtőn felfelé haladó kettős kúpot* két, felfelé szélesedő, ék alakú lejtőre helyezzük. Az első pillanatban meglepő látvány, amint a kúp a lejtőn felfelé gördül. A jelenség magyarázata egyszerű: amikor a kettős kúp felfelé halad, akkor az egyre szélesedő lejtő falai között tömegközéppontja egyre mélyebbre kerül.



A kettős kúp tömegközéppontja egyre mélyebbre kerül, miközben felfelé halad a lejtőn

A rendszer tömegközéppontja az alátámasztási pont alá esik

Kérdések és feladatok

1 Egy 600 N súlyú terhet 1,8 m hosszúságú rúdon ketten emelnek úgy, hogy a teher a rúd egyik végétől kétszer akkora távolságra van felfüggesztve, mint a másiktól. Mekkora erőt kell a teher felemeléséhez a rúd két végére kifejteni?

2 Egy vándor 12 kg terhet visz a vállán. A terhet egy vízszintesen tartott bot egyik végére akasztotta, míg a bot közepét vállával alátámasztotta. A bot másik végét kezében fogja.
a) Mekkora erővel nyomja a bot a vándor vállát?
b) Mekkora lenne a vállát nyomó erő, ha a botot a vállán a teher felőli egyharmad hosszban támasztaná alá?

3 Ásóval földdarabot emelünk. Egyik kezünkkel az ásó nyelét 100 N nagyságú erővel emeljük felfelé, míg a másik kezünkkel az ásó nyelének végét 55 N erővel nyomjuk lefelé. Mekkora a földdarab tömege, és milyen hosszú az ásó, ha a két kezünk távolsága 50 cm?

4 Egy előadáson az előadóművész egy 250 kg tömegű, 10 m hosszú, víz fölé lógó homogén tömegeloszlású gerendán játszik. A gerenda az egyik végén és a másik végétől 2,5 m-re van alátámasztva. Kisétálhat-e a gerenda végére a 70 kg tömegű művész? Mekkora erők hatnak ekkor az alátámasztási pontokban?

5 A 6 m hosszú ugródeszka két ponton van megerősítve: egyik végén és ettől 1,2 m távolságban. A deszka szabad végén egy 60 kg tömegű műugró áll. Mekkora és milyen irányú erők hatnak a deszka rögzítési pontjaiban?

Összefoglalás – Erő, erőfajták

A rugalmas erő mindig ellentétes irányú a rugó megnyúlásával, nagysága pedig a rugó megnyúlásával egyenesen arányos. Ezt a **rugó erőtörvényé**nek nevezzük. $F = -D \cdot \Delta l$

Newton III. törvénye: A testek kölcsönhatásakor mindkét test erőt fejt ki a másikra, ezek az erők egyenlő nagyságúak, azonos hatásvonalúak és ellentétes irányúak. Az erő és ellenerő nem ugyanarra a testre hat!

Tökéletesen rugalmatlan ütközéskor a testek összetapadnak, és együtt haladnak tovább.

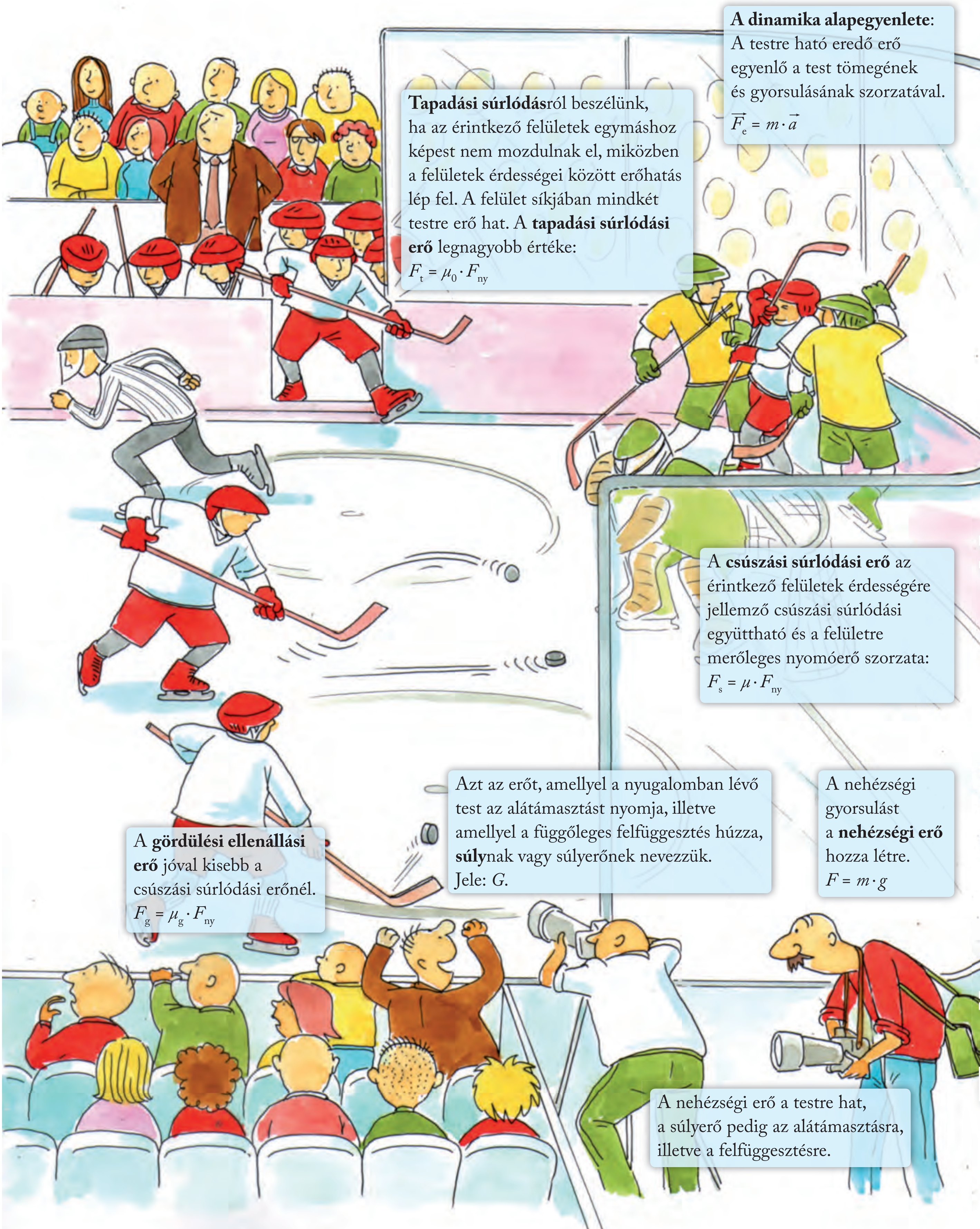
A testek tömegének és sebességének a szorzatát **lendület**nek, más szóval impulzusnak nevezzük. $I = m \cdot v$

Newton II. törvénye: A test gyorsulása egyenesen arányos a testre ható erővel, és fordítottan arányos a test tömegével. $a = \dfrac{F}{m}$

Rugalmas ütközéskor a testek visszanyerik eredeti alakjukat.

Test és környezete közötti olyan kölcsönhatást, amely alak- vagy mozgásállapot-változást okoz, erőhatásnak nevezzük. Az erőhatás mértékét **erő**nek nevezzük.

A lendületmegmaradás törvénye: Zárt rendszer összlendülete állandó.



A dinamika alapegyenlete: A testre ható eredő erő egyenlő a test tömegének és gyorsulásának szorzatával.

$\vec{F}_{e} = m \cdot \vec{a}$

Tapadási súrlódásról beszélünk, ha az érintkező felületek egymáshoz képest nem mozdulnak el, miközben a felületek érdességei között erőhatás lép fel. A felület síkjában mindkét testre erő hat. A **tapadási súrlódási erő** legnagyobb értéke:

$F_{t} = \mu_{0} \cdot F_{ny}$

A **csúszási súrlódási erő** az érintkező felületek érdességére jellemző csúszási súrlódási együttható és a felületre merőleges nyomóerő szorzata:

$F_{s} = \mu \cdot F_{ny}$

A **gördülési ellenállási erő** jóval kisebb a csúszási súrlódási erőnél.

$F_{g} = \mu_{g} \cdot F_{ny}$

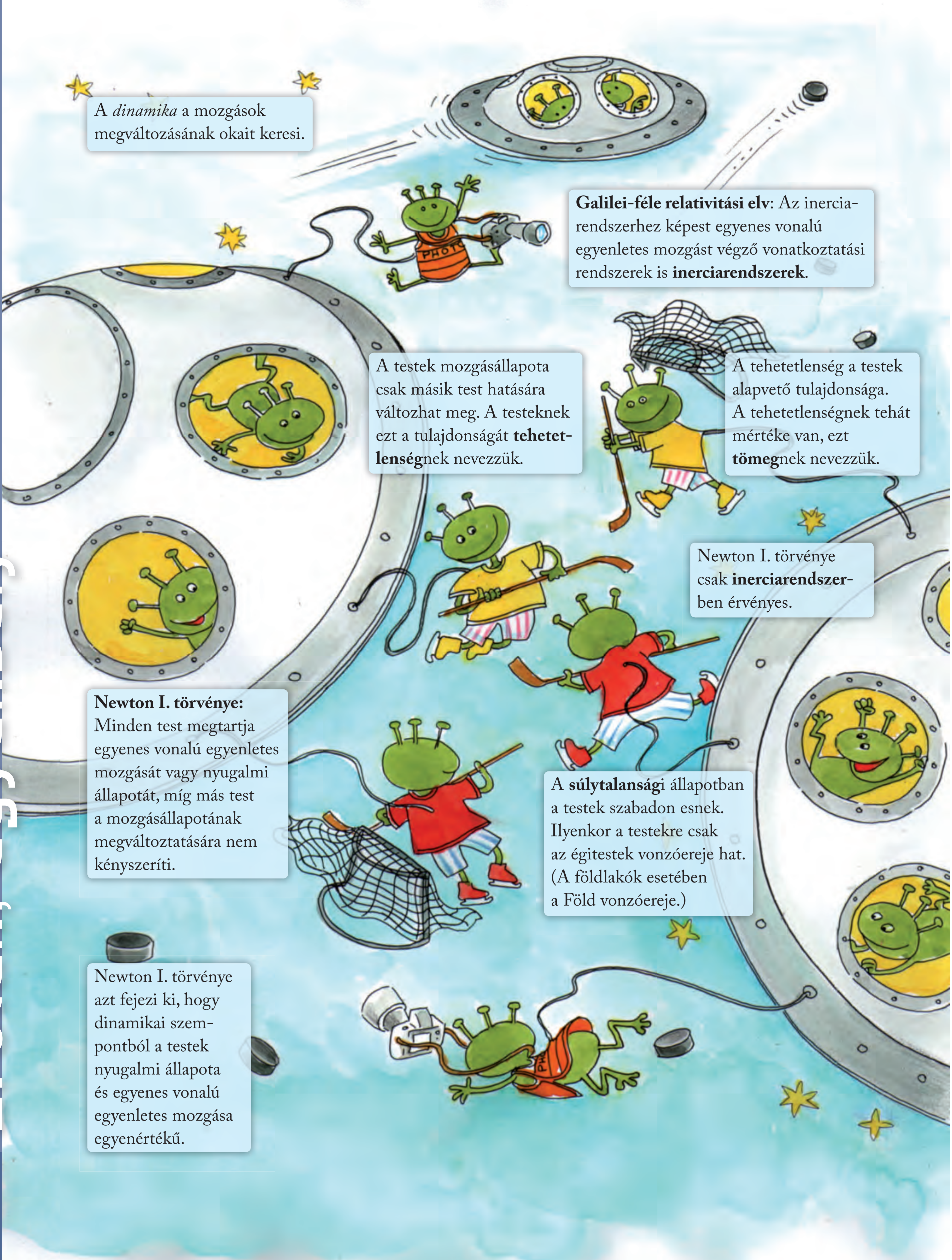
Azt az erőt, amellyel a nyugalomban lévő test az alátámasztást nyomja, illetve amellyel a függőleges felfüggesztés húzza, **súly**nak vagy súlyerőnek nevezzük. Jele: *G*.

A nehézségi gyorsulást a **nehézségi erő** hozza létre.

$F = m \cdot g$

A nehézségi erő a testre hat, a súlyerő pedig az alátámasztásra, illetve a felfüggesztésre.

Összefoglalás – A testek tehetetlensége



A *dinamika* a mozgások megváltozásának okait keresi.

Galilei-féle relativitási elv: Az inerciarendszerhez képest egyenes vonalú egyenletes mozgást végző vonatkoztatási rendszerek is **inerciarendszerek**.

A testek mozgásállapota csak másik test hatására változhat meg. A testeknek ezt a tulajdonságát **tehetetlenség**nek nevezzük.

A tehetetlenség a testek alapvető tulajdonsága. A tehetetlenségnek tehát mértéke van, ezt **tömeg**nek nevezzük.

Newton I. törvénye csak **inerciarendszer**ben érvényes.

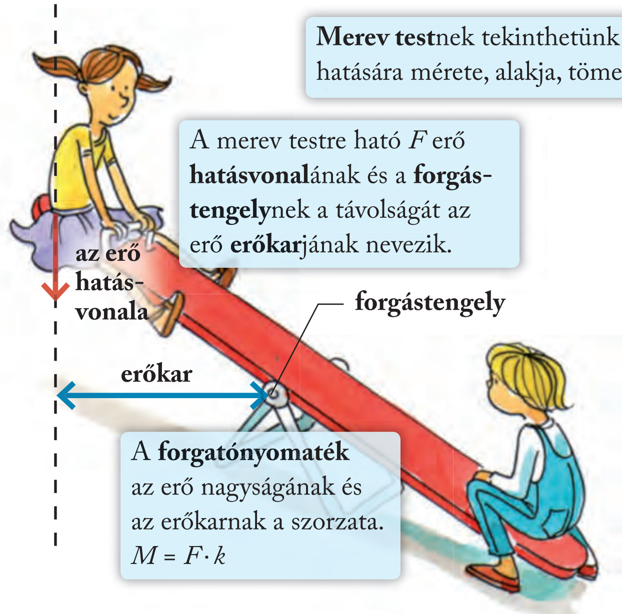
Newton I. törvénye: Minden test megtartja egyenes vonalú egyenletes mozgását vagy nyugalmi állapotát, míg más test a mozgásállapotának megváltoztatására nem kényszeríti.

A **súlytalanság**i állapotban a testek szabadon esnek. Ilyenkor a testekre csak az égitestek vonzóereje hat. (A földlakók esetében a Föld vonzóereje.)

Newton I. törvénye azt fejezi ki, hogy dinamikai szempontból a testek nyugalmi állapota és egyenes vonalú egyenletes mozgása egyenértékű.

Merev testnek tekinthetünk egy testet, ha a rá ható erők hatására mérete, alakja, tömegeloszlása nem változik meg.

A merev testre ható F erő **hatásvonal**ának és a **forgástengely**nek a távolságát az erő **erőkar**jának nevezik.



A **forgatónyomaték** az erő nagyságának és az erőkarnak a szorzata.
$M = F \cdot k$

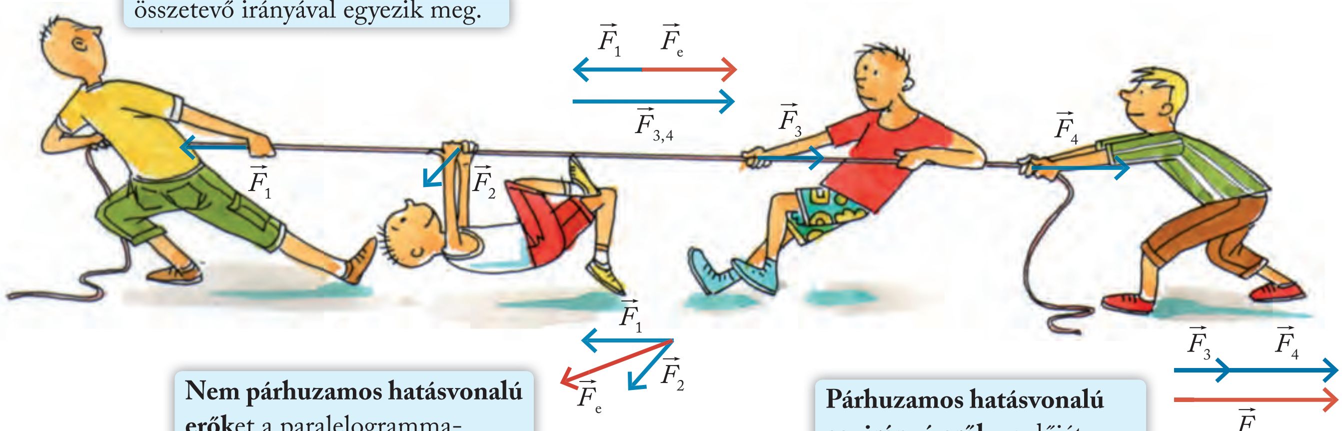
Az ugyanarra a merev testre ható két erőt, amelyek ellentétes irányúak, párhuzamos hatásvonalúak és egyenlő nagyságúak, **erőpár**nak nevezzük. Az erőpár nem helyettesíthető egyetlen erővel.

Erőpár forgatónyomatéka egyenlő az egyik erő nagyságának és a két erő hatásvonala közötti távolságnak a szorzatával.
$M = F \cdot d$

Egy merev test akkor van **egyensúly**ban, ha a rá ható erők eredője nulla, és bármely pontjára tekintve a rá ható erők forgatónyomatékainak előjeles összege is nulla.
$\Sigma \vec{F}_i = \vec{0}$ és $\Sigma M_i = 0$

Egy A felületre merőlegesen ható F erő **nyomása** ezen a felületen
$p = \dfrac{F}{A}$.

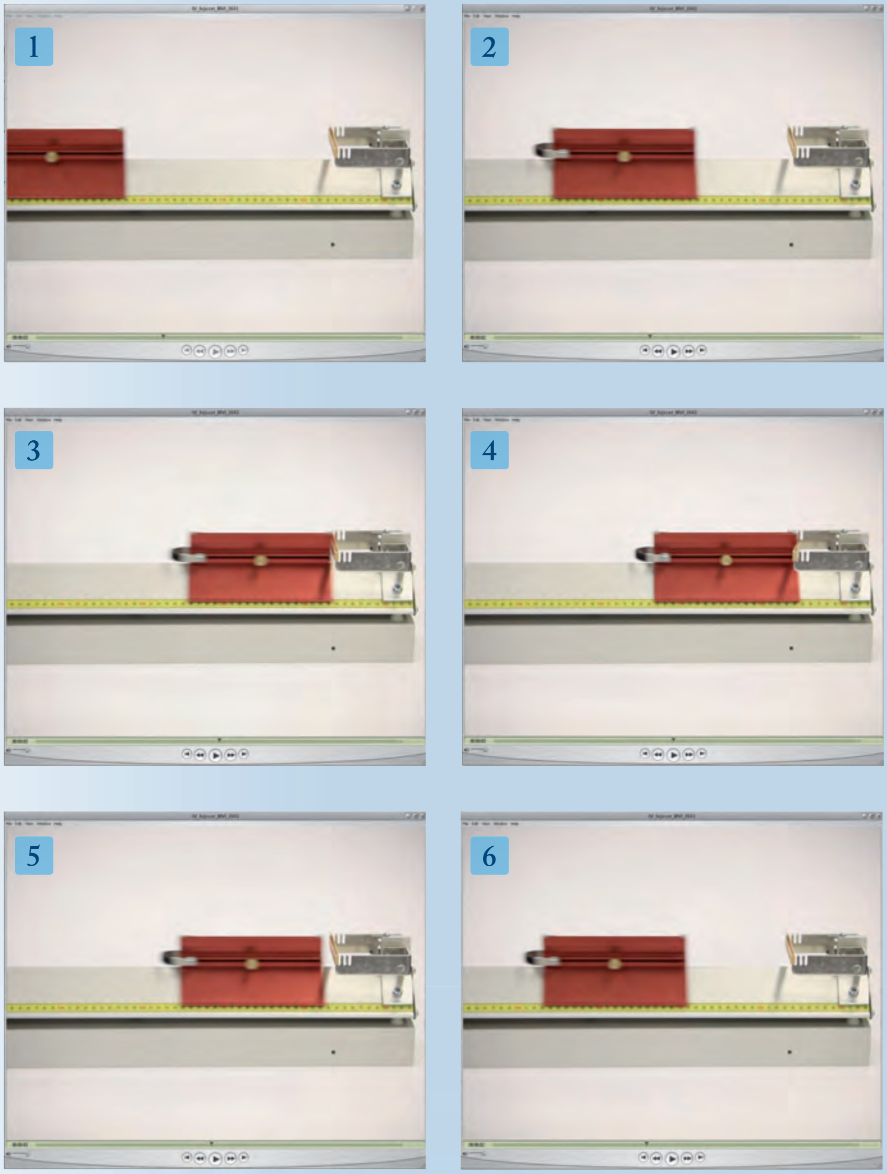
Párhuzamos hatásvonalú ellentétes irányú erők eredőjét a két összetevő különbsége adja. Az eredő iránya a nagyobbik összetevő irányával egyezik meg.



Nem párhuzamos hatásvonalú erőket a paralelogramma-módszerrel összegezzük.

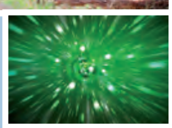
Párhuzamos hatásvonalú egyirányú erők eredőjét a két összetevő összege adja.

Gumiszalagnak ütköző kiskocsi mozgása



Munka, energia

A dinamikában eddig tanultak alapján a testek mozgásának folyamatát tudjuk leírni. Az erőhatások ismeretében ki tudjuk számolni a gyorsulást, abból pedig a sebesség és a hely időbeli változását. Most azt a kérdést fogjuk vizsgálni, hogy egy test állapotát milyen más jellemzőkkel lehet még leírni. Milyen új, mérhető mennyiséggel lehet egy álló és egy mozgó test állapotát megkülönböztetni, miben különbözik az asztal lapján és mellette, a földön nyugvó test, hogyan jellemezhető egy megfeszített rugó? Ezeknek az állapotoknak a leírására az *energia* fogalmát vezetjük be. A különböző állapotok közötti átmenet jellemzésére a *munkavégzés* fogalmát, az átalakuló energia leírására a *munka* új fizikai mennyiséget használjuk.



13. lecke

A munka, teljesítmény

Történik-e munkavégzés egy nehéz tárgy kézben tartásakor?

A köznapi értelemben használt munka kifejezést rendkívül széles körben alkalmazzuk. Tevékenységünk lehet fizikai vagy szellemi munka, munkánk lehet eredményes vagy eredménytelen, könnyű vagy nehéz. A munka jellegű tevékenységek egy része erőkifejtéssel és ennek hatására történő elmozdulással jár. Mivel ilyen jelenség a természetben is sok helyen előfordul, azonos kifejezést, a munkát használjuk sok emberi tevékenységre és természeti jelenségre. ***Miért szükséges a fizikában a munka fogalmát pontosan, egyértelműen meghatározni?***

Munka

Tapasztalhatjuk, hogy nagyobb fáradságba kerül (több munkát kell végeznünk) egy épületben a második emeletre felmenni, mint az elsőre. Akkor is jobban elfáradunk, ha nem csupán magunkat kell felvinni az emeletre, de egy nehéz hátizsák is van nálunk. A pontos vizsgálatok, mérések szerint a **munkavégzés** (W) nagysága az erő nagyságával és a folyamat során megtett úttal egyenesen arányos.

Egy testre ható állandó F erő munkája az erő elmozdulás irányába eső összetevőjének és az elmozdulásnak a szorzata.

$$W = F \cdot s$$

A munka jele a W, a szó angol megfelelőjének (work) kezdőbetűjéből származik. Mértékegysége származtatott egység: joule (J).

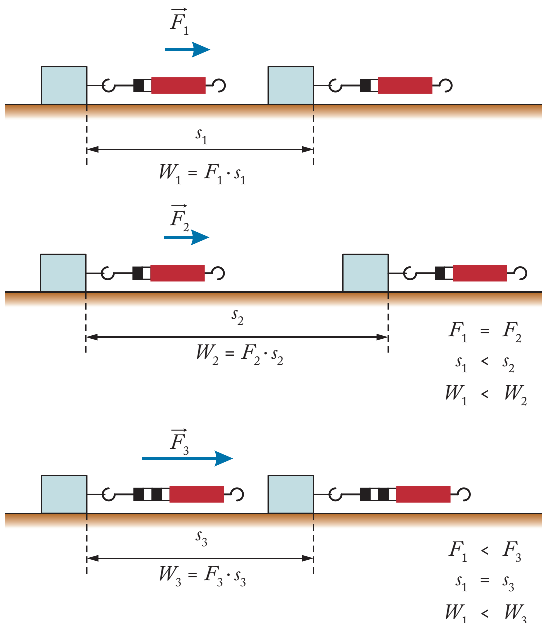
$$1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$$

Mivel az erő is származtatott egység $\left(1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$, ezért a munka mértékegységének alapegységekkel kifejezett alakja:

$$1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{kg} \cdot \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}$$

A munka definíciójának szemléltetése

Elemezzük az ábrasorozatot!



A munka definíciójának szemléltetése

Mitől függ a végzett munka nagysága?

Vízszintes felületen dinamométer közbeiktatásával állandó erővel húzunk egy hasábot. Ha hosszabb úton húzzuk a testet, több munkát végzünk. Akkor is nagyobb a munkavégzés, ha azonos távolságon nagyobb erővel mozgatjuk a hasábot.

Eredményeink szerint azonos nagyságú erő hosszabb úton, nagyobb erő azonos úton több munkát végez.

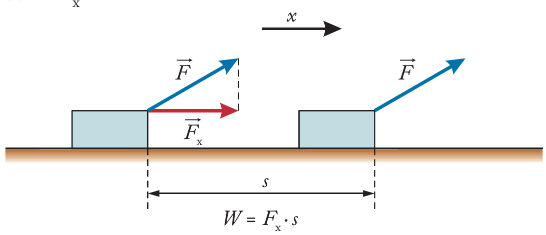
Munkavégzés hatására a test kezdeti állapota, helyzete megváltozik, és ez a változás arányos a végzett munkával. Megváltozhat a sebességének nagysága, a helyzete a körülötte levő testekhez képest vagy az alakja. Lehetséges, hogy a testre egyidejűleg több erő is hat, ilyenkor az egyes erők munkáját külön-külön kiszámíthatjuk.

A fenti kísérletsorozat alapján megállapíthatjuk, hogy a munka nem mérhető közvetlen módon. Jól meghatározott fizikai mennyiségeket (esetünkben utat és erőt) mérve, mérési adatainkból számítjuk ki a munkát.

Az erő és az elmozdulás különböző irányú

Sokszor az erőhatás és az elmozdulás nem azonos irányú. Ilyenkor a tapasztalatok szerint **az erőnek az elmozdulás irányába eső komponense** és az elmozdulás határozza meg a végzett munkát:

$W = F_x \cdot s$

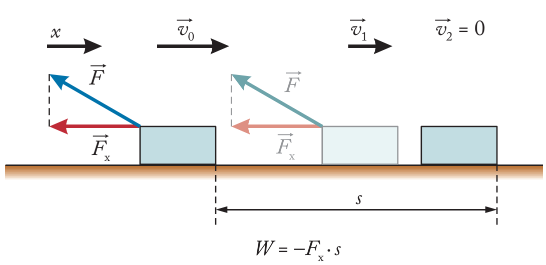


Ebben az esetben az erő hatásvonala és az x irányú elmozdulás nem esik egy egyenesbe

A munka kiszámításakor tehát nem elég az erő nagyságát ismernünk, tudnunk kell az elmozdulás irányában levő komponensének értékét is.

A végzett munka meghatározásakor $\vec{F}$ és $\vec{s}$ egymáshoz viszonyított helyzetét figyelembe vesszük, de az eredményül kapott mennyiségnek nem tulajdonítunk irányítottságot, ami azt jelenti, hogy **a munka skalármennyiség**.

Munkavégzés történik akkor is, amikor egy mozgó testet megállítunk. Ekkor az általunk kifejtett fékezőerő (vagy annak az elmozdulás egyenesébe eső vetülete) ellentétes irányú az elmozdulással. Ezt úgy vesszük figyelembe, hogy a kapott értéket negatív előjellel látjuk el.

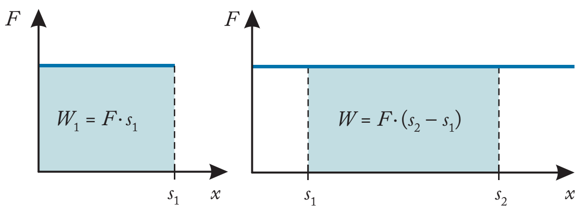


A fékezőerő munkája negatív

A munka ábrázolása grafikonon

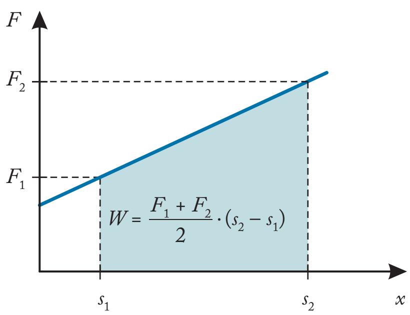
A testre ható állandó erő elmozdulás irányába eső vetületének munkáját ábrázoljuk a test elmozdulásának függvényében az ábrákon.

Észrevehetjük, hogy a test útjának bármely s szakaszán végzett munka számértéke a jelzett téglalap területének mérőszámával egyenlő.



Állandó erő munkájának ábrázolása grafikonon

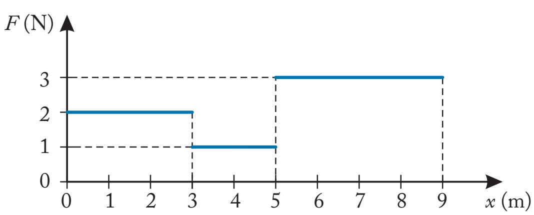
Ha az erő a munkavégzés során lineárisan változik, akkor az adott szakaszhoz tartozó trapéz területe adja meg a végzett munkát. Ez az alábbi grafikonról leolvasható.



Lineárisan változó erő munkájának számítása

KIDOLGOZOTT FELADAT

1. Egy széket mozgatunk vízszintes erővel, vízszintes, egyenes pályán az ábra szerint változó erővel. Mennyi munkát végzünk a pálya középső, háromméteres szakaszán?



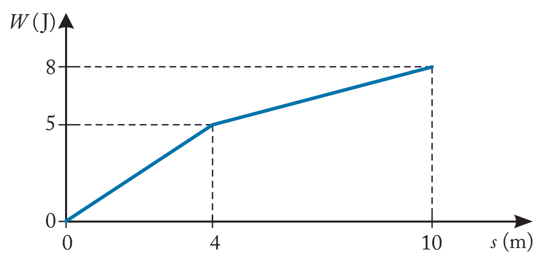
Az elmozdulás során a székre ható erő

MEGOLDÁS

A kérdéses szakaszt két részre kell bontanunk. A 4. és 5. méteren $F_1 = 1$ N erő hat, így ezen a szakaszon a munkavégzés $W_1 = 1\ \text{N} \cdot 2\ \text{m} = 2$ J. A 6. méteren $F_2 = 3$ N erő hat, ennek munkája: $W_2 = 3\ \text{N} \cdot 1\ \text{m} = 3$ J.

A teljes szakaszon az összes munkavégzés: $W_ö = W_1 + W_2 = 5$ J. Tehát a pálya középső szakaszán összesen 5 J munkát végeztünk.

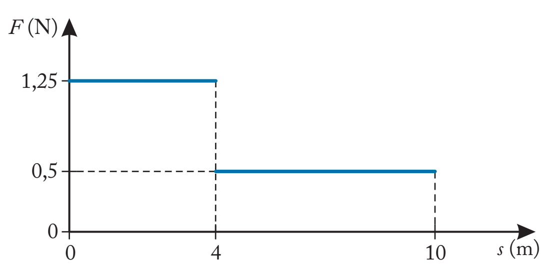
2. A következő ábra egy testen végzett munkát mutat be. Ábrázoljuk a munkát végző erőt az elmozdulás függvényében!



MEGOLDÁS

Az ábráról látszik, hogy két szakaszon egy-egy állandó erő hatott a testre az elmozdulás folyamán. Az első szakaszon ható erő 4 m-en 5 J munkát végzett, tehát $F_1 = \frac{5\ \text{J}}{4\ \text{m}} = 1{,}25$ N állandó erő hatott a testre. A második szakaszon 6 m-en 3 J volt a munkavégzés, tehát $F_2 = \frac{3\ \text{J}}{6\ \text{m}} = 0{,}5$ N állandó erő hatott a testre.

A két erő grafikonja:



Erőkifejtés van, munkavégzés nincs

Gyakran előfordul, hogy egy test pályáját egy másik test közvetlenül meghatározza, kényszeríti. Az ilyenkor fellépő erőt **kényszererő**nek nevezzük. A kényszererők jellegüknél fogva merőlegesek a kényszerített test pályájára, ezért nem végeznek munkát, ugyanis az elmozdulás irányába eső komponensük nulla.

A rulettgolyót pályán tartó kényszererő nem végez munkát

Ilyen kényszererők például az asztalon levő pohárra ható, felfelé mutató, az asztal által kifejtett *tartóerő*, vagy egy kötél végén nyugalomban lévő vödörre ható *kötélerő* (ez is felfelé mutat). Ugyancsak kényszererő egy henger belső palástján körbefutó golyóra ható **nyomóerő** (a belső palástra merőleges), ami a centripetális gyorsulást biztosítja.

Élettani szempontból az izmok megfeszítése erőkifejtést jelent a szervezetünknek. Az agyagcsere folyamán kémiai energia használódik el az izmok feszesen tartására, és ez fáradtság- és éhségérzetet kelt. Tehát egy nehéz táska kézben tartása, de akár két karunk vízszintesen tartása is munkavégzést jelent számunkra, noha fizikai értelemben nem történik munkavégzés, mert nincs elmozdulás.

A titánok leszármazottja, Atlasz, aki a vállán tartja az égboltot, nem végez munkát

A teljesítmény

A munka definíciójában nem szerepel az idő, kiszámításával kapcsolatban nem merül fel az a kérdés, hogy mennyi idő alatt kell, lehet, szükséges vagy célszerű az adott mennyiségű munkát elvégezni. Azonban tapasztalatunk szerint a munkavégzés időben lejátszódó folyamat, és az embernek, de a gépeknek is adott mennyiségű munka elvégzéséhez bizonyos időre van szüksége.

Érdemes megvizsgálni, hogy a **munkavégzés gyorsasága** hogyan jellemzi a folyamatokat.

Az embernek és a gépeknek is jellemzője, hogy milyen gyorsasággal (mennyi idő alatt) képesek adott mennyiségű munkát elvégezni. Ezt a jellemző mennyiséget nevezzük **teljesítmény**nek. Jelölése: *P*, a *power* (angol, 'teljesítmény') szó kezdőbetűje.

A teljesítmény a munka és az elvégzéséhez szükséges időtartam hányadosa.

$$P = \frac{W}{t}$$

Mértékegysége: watt (W).

$$1\,\mathrm{W} = 1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}$$

Átlag- és pillanatnyi teljesítmény

Ha időben nem állandó a munkavégzés, akkor a teljes folyamatot egy **átlagteljesítménnyel** lehet jellemezni, az összes végzett munka és a munkavégzéshez szükséges idő hányadosával:

$$P_{\text{átlag}} = \frac{W_{\text{összes}}}{t_{\text{összes}}}$$

Időben változó teljesítmény esetén a **pillanatnyi** (pontosabban egy nagyon rövid időtartam, Δt alatti átlag-) **teljesítmény** értékét a

$$P_{\text{pill}} = \frac{W_{\Delta t}}{\Delta t}$$

kifejezés adja, ahol $W_{\Delta t}$ a nagyon rövid idő alatt végzett munka.

Állandó erő teljesítménye

A munkavégzés folyamatában lényeges az erő nagysága, hiszen nemcsak az ember, de a gépek által kifejtett erő is korlátozott. Érdemes megvizsgálni, hogy a munkát végző erő milyenfajta mozgást tud létrehozni.

Ha egy állandó F erő állandó v sebességgel mozgat egy testet s úton, akkor $W = F \cdot s$ munkát végez. Az s utat a test $t = \frac{s}{v}$ idő alatt teszi meg, vagyis **az erő munkavégzési gyorsasága**, a teljesítmény:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{\frac{s}{v}} = F \cdot v, \text{ azaz } \boldsymbol{P = F \cdot v}.$$

Ez azt jelenti, hogy a gyakorlatban megvalósuló mozgások (gépkocsi közlekedése, kézikocsi mozgatása, anyagok szállítása szállítószalagon) esetén – amikor a mozgást akadályozó súrlódási, gördülési, közegellenállási erők ellenében történik egy állandó sebességű mozgás – a szükséges teljesítmény a test sebességével egyenesen arányos.

Modellrepülő motorja: 1 cm³ lökettérfogat, 18 000 fordulat/perc fordulatszám, 200 W teljesítmény

Hatásfok

Célszerű megvizsgálni, hogy a munkavégzés során a befektetett energia mekkora része válik hasznos munkává vagy hasznos energiává.

A munkavégzés folyamatát, eredményességét a hatásfokkal jellemezzük:

$$\eta = \frac{\textbf{hasznos munka (energia)}}{\textbf{befektetett összes munka (energia)}}$$

A hatásfok dimenzió nélküli szám, jele: η (éta, görög betű).

A gyakorlatban inkább a százalékos hatásfokot használják, ami $100 \cdot \eta\,\%$. Azaz például $\eta = 0{,}4$ hatásfok esetén a százalékos hatásfok 40%.

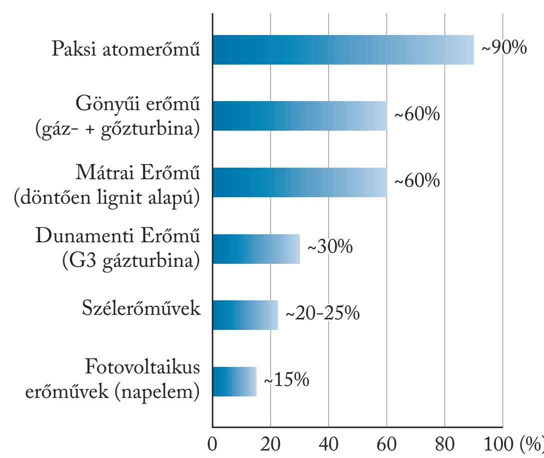
A hatásfok most tanult definíciója mechanikai munkák és energiák átalakulására vonatkozik, de tartalma kiterjeszthető másfajta energiákra is.

Fontos mérnöki feladat a különböző energiaátalakító berendezéseket a lehető legjobb hatásfokúra tervezni, hiszen ezáltal a felhasznált energia mennyisége és a költségek jelentősen csökkenthetők.

Elektromos energia előállítása és felhasználása

Az ország összes energiafelhasználásának jelentős része villamos energia formájában történik. A fenti táblázat bemutatja, hogy az egyes erőművek, erőműfajták milyen kihasználtsággal működnek. Az adatok több év átlagának közelítő értékei.

A paksi atomerőmű gyakorlatilag folyamatosan, teljes terheléssel működik, csak a karbantartások és a fűtőelemek átrakásakor áll le. Teljesítménye csak lassan szabályozható, ezért alaperőmű funkciója van. Az országos terhelés mindig nagyobb, mint a paksi teljesítmény, így folyamatosan maximális teljesítménnyel működhet. A szél- és fotovoltaikus erőművek napszaktól és időjárási helyzettől függően termelnek, ezért ezek energiáját mindig felveszi a rendszer. Az egyensúlyt a termelés és fogyasztói igény között a gyorsan szabályozható gázturbinás erőművek biztosítják.



Egyes erőművek kihasználtsága a névleges kapacitásuk százalékában

Munka, energia

Olvasmány

James Watt (1736–1819)

James Watt skót mérnök és feltaláló, a javított hatásfokú, a gyakorlatban egyre több helyen használható *gőzgép megalkotója*. Hajóácsként dolgozó iparos apja mellett megismerkedhetett a szerkesztési és építési munkákkal. Műszerész végzettséget szerzett, és a glasgow-i egyetem műszerészműhelyének a vezetője lett. Itt ismerkedett meg kora kezdetleges gőzgépével. A XVIII. század dinamikus ipari fejlődése igényelte az emberi erőt, munkavégzést kiváltó gépeket.

Watt a már gyakorlatban használt gőzgépen jelentős újításokat végzett. A külső gőzkondenzátor alkalmazásával jelentősen megnövelte a gép hatásfokát. A dugattyú mindkét irányú mozgása során munkát végzett a két oldalról felváltva beengedett gőz hatására. Mechanikus szabályzóval (centrifugálszabályzó) biztosította, hogy a gőznyomás ne növekedjen egy kritikus érték fölé.

Lényeges eredménye volt, hogy fojtószelepekkel tudta a gép teljesítményét szabályozni, és a dugattyú addigi alternáló mozgását forgómozgássá tudta alakítani.

Watt tehát nem feltalálója a gőzgépnek, hanem a gyakorlati felhasználás számára egyre alkalmasabb gőzgép kifejlesztőinek egyike.

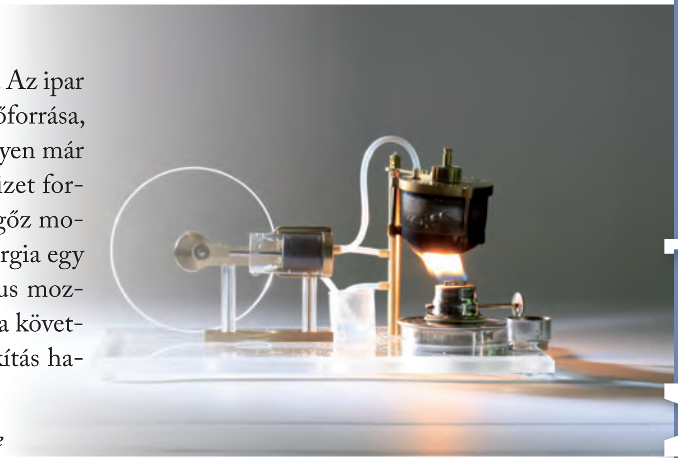
James Watt (Carl Frederik von Breda festménye, 1792)

A lóerő

A teljesítmény egykori mértékegysége a lóerő. Ez a kifejezés arra utal, hogy az erőgépek az addig leggyakrabban igénybe vett lovak munkáját váltották ki. Formálisan rossz a kifejezés, hiszen nem erő, hanem teljesítmény a mértékegység, vagyis „lóteljesítmény”-t kellene mondanunk. A lóerő jelölése LE, gyakran HP (az angol *horsepower*, ’lóerő, lóteljesítmény’ kifejezésből). Az egységet úgy definiálták, hogy egy átlagos ló hosszabb időn át nyújtott teljesítményével legyen azonos. **1 LE = 735,5 W.** Napjainkban a járművek belső égésű motorjainak teljesítményét szokták még lóerőben megadni a kötelező SI-beli watt, kilowatt mellett.

Gőzgép

A hővé vált mechanikai energia visszaalakítása megoldható. Az ipar és a mezőgazdaság első, mesterségesen készített mobil erőforrása, a gőzgép ez alapján működik. Az elv lényege, hogy valamilyen már ismert fűtőanyag elégetésekor keletkező hő segítségével vizet forralunk egy zárt edényben. A keletkező nagy nyomású vízgőz molekuláinak rendezetlen mozgásában jelen levő mozgási energia egy hengerben levő dugattyú rendezett, vonal menti periodikus mozgásává alakul. Sajnos a hő természeténél fogva (erről majd a következő évben részletesen fogunk tanulni) ezen energiaátalakítás hatásfoka rendkívül kicsi, legfeljebb 10%.



Gőzgép modellje

Kérdések és feladatok

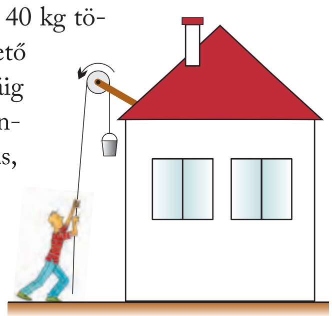
1 Két testvér, Barabás és Barnabás vitatkozik, hogy a szobájukban hol legyen a könyvszekrényük. Barabás a jelenlegi helyétől három méterrel odébb tolja állandó, 200 N erővel. Barnabás szerint jobb volt az eredeti helyen, ezért visszatolja oda, ugyancsak 200 N erővel. Mennyi munkát végzett Barabás, mennyit Barnabás, és mennyi munkát végeztek összesen?

A szekrény mozgatásakor munkavégzés történik

2 Egy ládát 10 N-ról kezdődően egyenletesen növekvő erővel tolunk vízszintes talajon 5 méteren keresztül, mialatt 75 J munkát végzünk. Mekkora a tolóerő maximuma? A feladatot grafikusan oldjuk meg!

3 Kedvenc fizikakönyvünket 2 N erővel 0,5 m távolságra toljuk az asztalon először 4 másodperc alatt, majd 2 másodperc alatt. Mennyi munkát végzünk az egyes esetekben?

4 Barabás és Barnabás segít a házuk tetőterének felújításában. Barnabás egy nagy vödröt csigán átvetett kötél segítségével a földön állva a padlás magasságában tart. Barabás a tetőn a vödröt megrakja törmelékkel, majd megindítja, és az egyenletesen süllyedni kezd, a kötélbe kapaszkodó 40 kg tömegű Barnabást a tető 4 méteres magasságáig emelve. Mennyi munkát végzett Barnabás, mire elérte a tetőt?



Munkavégzés állócsigával

5 Barabás egy téglákkal megrakott ládát tol vízszintes talajon, a talajjal párhuzamos 300 N erővel 5 méter távolságon egy durva, erősen súrlódó felületen, egyenletes sebességgel. Barnabás felváltja a munkában, ő egy lényegesen simább felületen, szintén 300 N erővel, de már 0,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással tudja tolni a ládát, szintén 5 méter távolságon. Melyik gyerek végzett több munkát?

Láda mozgatása durva, illetve sima felületen

6 Egy ládát húzunk vízszintes talajon. A kezdeti 50 N-os húzóerőt egyenletesen növeljük 120 N-ig a 30 m hosszú úton. Mennyi munkát végzünk a teljes úton és az út második felén?

7 Egy lépcsőfutás 85 kg tömegű nyertese 190 s alatt futott fel a 22. emeletre. Mekkora volt az átlagteljesítménye? (Egy szint 3 m magas.)

8 Legalább mekkora legyen annak a villanymotornak a teljesítménye, amelynek egy 2 kg tömegű, 10 literes, vízzel teli vödröt a 15 méter mély kútból 10 másodperc alatt kell felemelnie?

9 A 10 kg tömegű testet 2 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ állandó gyorsulással vízszintes, súrlódásmentes talajon mozgatjuk. Hogyan függ az időtől a teljesítményünk? Számítsuk ki a mozgás kezdetétől mért 10 másodpercben az átlagteljesítményt! Mennyi a mozgás kezdetétől mért 5 s múlva a pillanatnyi teljesítmény?

10 Mennyi idő alatt tud egy 1500 kg tömegű autót a 90 kW teljesítményű motor 36 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességről 90 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$-ra gyorsítani?

14. lecke

A gyorsítási munka, a mozgási és a rugalmas energia

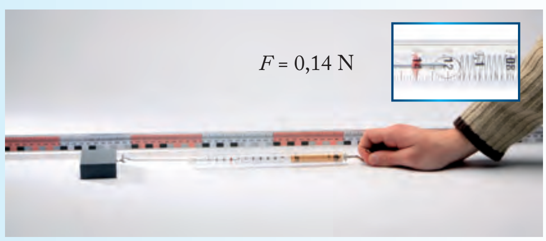
Miért kell nagy gázt adni induláskor?

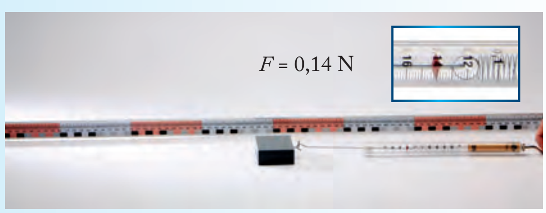
A gépkocsik műszaki adatlapján az üzemanyag-fogyasztás rovatában külön feltüntetik a városi és országúti értéket. A városi fogyasztás mindig nagyobb, akár 20-30 százalékkal is több lehet, mint az országúti. Ennek oka az eltérő forgalmi helyzet. Városban a gyakori megállás utáni gyorsítások alkalmával több üzemanyagot égetünk el. ***Mire fordítódik a többletüzemanyag energiája?***

Testek gyorsítása

KÍSÉRLET

Gyorsítsunk egyenletesen egy testet, rugós erőmérővel mutatva, hogy állandó erővel hatunk rá! Figyeljük meg, hogy a test gyorsuló mozgást végez! Az alábbi fényképek azonos időközönként készültek. A fényképsorozaton egy hasábot mozgatunk. A rugós erőmérőről leolvashatjuk, hogy **állandó erő** hat a testre.





Állandó erővel mozgatunk egy testet vízszintes síkon

Milyen formában jelenik meg a testre ható gyorsítóerő munkája?

TAPASZTALAT

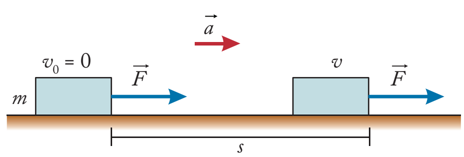
Tapasztalatunk szerint a test sebessége nő. A pontos vizsgálat alapján megállapíthatjuk, hogy a test egyenes vonalú egyenletesen változó mozgást végez.

KÖVETKEZTETÉS

A kísérletből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy az erőhatás munkavégzésének következménye a test sebességének növekedése.

Gyorsítási munka

Vízszintes, súrlódásmentes síkon egy m tömegű, kezdetben nyugvó testre a síkkal párhuzamos irányú F erő hat. Vizsgáljuk meg, mi történik, ha ez az erő s úton munkát végez!



Hasáb gyorsítása állandó erővel

A testre ható erő munkája: $W_{gy} = F \cdot s$

Az erő az m tömegű testet a gyorsulással gyorsítja, vagyis:

$W_{gy} = m \cdot a \cdot s$

Legyen az s út megtétele után a test sebessége v, az út befutásához szükséges idő t. Ekkor a kinematikából ismert összefüggések szerint (a kezdősebesség nulla volt) a t idő alatt megtett út és az elért sebesség:

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2, \quad v = a \cdot t$$

Vagyis: $W_{gy} = m \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cdot t^2 = m \cdot \frac{a^2 \cdot t^2}{2} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

A gyorsítási munka az elért sebesség négyzetével és a test tömegével arányos mennyiség.

$$W_{gy} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Mozgási energia

A gyorsítás közben a végzett munka hatására a test egy új állapotba került, alkalmas körülmények között maga a test is tudna most már munkát végezni. Ezt úgy lehet legjobban megtapasztalni, hogy megpróbálunk kézzel lefékezni vagy megállítani egy mozgó testet. Egy lassan haladó kerékpáros vállát megfogva, rövid úton meg tudjuk állítani. Közben érezzük, hogy valamilyen erővel hat a kezünkre, és a kezünk elmozdul az erőhatás irányában, vagyis a kerékpáros munkát végez rajtunk.

A testek sebességéből adódó munkavégző képességet mozgási (kinetikus) energiának nevezzük.

Jele: E_m vagy E_k.

$$E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

A mozgási (kinetikus) energia skalármennyiség.

A mozgási energia mértékegysége: $kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = J$.

Vagyis a mozgási energia mértékegysége megegyezik a munka mértékegységével.

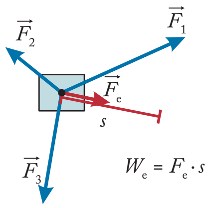
Általánosan elmondható, hogy **a munkavégzés folyamata a test energiaállapotának megváltozását eredményezi.**

A gyorsítás bármely szakaszára elvégezhetjük a fenti gondolatmenet szerinti számítást, és azt az eredményt kapjuk, hogy a gyorsítási munka a test kinetikus energiájának megváltozásával egyenlő. Például egy labda eldobásakor a kezünk által a labdára ható erő munkája a labda kezdősebességében, vagyis mozgási energiájában jelenik meg.

Diszkoszvető (Mürón, i. e. 450)

Munkatétel

Ha a testre **több erő is hat egyszerre**, akkor ezeknek az erőknek külön-külön ki kell számítani a munkáját, és összegük adja meg a test mozgási energiájának megváltozását. Azt is megtehetjük, hogy először kiszámítjuk a testre ható erők eredőjét, majd a következő lépésben ennek a munkáját határozzuk meg.



Eredő erő munkája

A testre egy időben több erő hat. Hogyan tudjuk kiszámolni az erők munkájának összegét?

Egy testre ható külső erők eredőjének munkája megadja a test mozgási energiájának megváltozását. Ez a tömegpontra vonatkozó munkatétel.

Matematikai alakban:

$$W_e = E_{m_2} - E_{m_1}, \quad \text{azaz} \quad W_e = \Delta E_m,$$

ahol $W_e = F_e \cdot s$,

a testre ható erők eredőjének munkája és

$$E_{m_2} - E_{m_1} = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$$

a test végpontbeli és kezdőpontbeli mozgási energiájának a különbsége. Így a munkatétel kicsit szemléletesebb alakja:

$$F_e \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$$

A munkatétel jelentését úgy is megfogalmazhatjuk, hogy az eredő erőt létrehozó rendszer munkavégzés során átadott energiája a test mozgási energiájaként jelenik meg.

KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Mekkora sebességgel halad az a 80 kg tömegű kerékpáros, akinek a mozgási energiája 4 kJ? Mekkora a 20 kg tömegű kerékpár mozgási energiája? (A kerékpárt most tömegpontnak tekintjük.) A kerékpár–kerékpáros rendszernek hány százaléka a „hasznos energia", vagyis a kerékpáros energiája?

MEGOLDÁS

Adatok:

$m_1 = 80$ kg, $E_m = 4$ kJ, $m_2 = 20$ kg

$v = ?$

$E_{ker} = ?$

A kerékpáros mozgási energiája:

$$E_m = \frac{1}{2} m_1 \cdot v^2, \text{ ebből a sebessége: } v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_m}{m_1}}$$

Adatainkkal: $v = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

A kerékpár mozgási energiája:

$$E_{ker} = \frac{1}{2} m_2 \cdot v^2, \text{ adatainkat felhasználva:}$$

$E_{ker} = 1$ kJ

Tehát a kerékpáros $10 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel halad, a kerékpár mozgási energiája pedig 1 kJ.
A kerékpár–kerékpáros rendszer együttes energiája:
$E_{össz} = E_m + E_{ker} = 4\text{ kJ} + 1\text{ kJ} = 5\text{ kJ}$

$$\frac{E_m}{E_{össz}} = \frac{4\text{ kJ}}{5\text{ kJ}} = 0{,}8 = 80\%$$

A kerékpáros energiája 80%-a az összes mozgási energiának.

2. Egy 0,5 kg tömegű kalapáccsal verünk be egy szöget. Ha a kalapács feje $1{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel éri el a szög fejét, akkor az 2 cm-t halad a fában. Mekkora a fa átlagos fékezőereje?

MEGOLDÁS

Adatok:

$m = 0{,}5$ kg, $v = 1{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $d = 2$ cm

$F_{fékező} = ?$

Az ütés folyamán a kalapács megáll, vagyis a rá ható erő munkavégzésének hatására mozgási energiája nullára csökken. A munkát a fa fékező-, „közegellenállási" ereje a szög közvetítésével fejti ki a lefékeződés, vagyis a szög elmozdulásának távolságán.

A munkatétel alapján:

$$-F_{fékező} \cdot d = 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

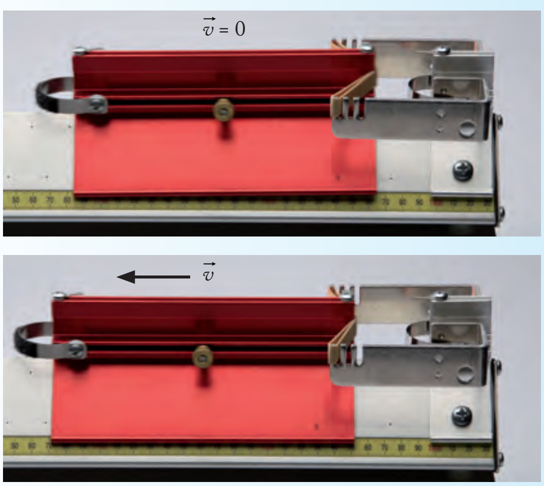
A fékezőerő munkája negatív, mert az erő az elmozdulással ellentétes irányban hat.
Adatainkkal: $F_{fékező}$ = 28,125 N
Tehát a fa az ütés során a szögre átlagosan 28,125 N fékezőerővel hat.

Rugalmassági energia

Eddigi tanulmányaink során már többször találkoztunk a rugóval mint a gyakorlatban is jól használható eszközzel. Bár legtöbbször a spirálrugót használjuk, ennek ellenére rendkívül sokfajta más kivitele is létezik. Mivel a szilárd anyagok nagy része számottevő rugalmas tulajdonságot mutat, ezekből a legváltozatosabb kivitelű rugók alakíthatók ki. Most arra a kérdésre keressük a választ, hogy a rugó és a hozzá hasonló rugalmas testek használatakor miként alakulnak az energiaviszonyok, és hogyan történik a munkavégzés.

KÍSÉRLET

Az asztalon fekvő légpárnás sín végén rögzített gumiszalagot egy kiskocsival összenyomjuk, majd a kocsit elengedjük.



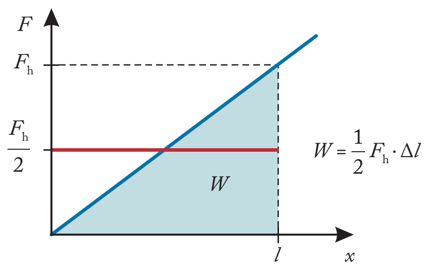
A gumiszalag elindítja a kiskocsit

TAPASZTALAT

A kocsi elengedése után a gumiszalag az eredeti, nyújtatlan állapotba kerül, a kezdetben álló kocsi pedig v sebességre tesz szert. Ez azzal magyarázható, hogy a deformálódott gumiszalagban energia tárolódik, amely alkalmas körülmények között a kocsi mozgási energiájává alakul. A deformálódott gumi erőt fejt ki a kocsira, így gyorsítja. A gumiszalag addig tud erőt kifejteni, amíg az eredeti, nyújtatlan állapotába nem kerül vissza.

A húzóerő munkája

Amikor egy kezdetben l_0 hosszúságú rugót Δl távolsággal megnyújtunk az x tengely mentén, akkor a megnyúlás során a rugóra kifejtett húzóerőnk nulláról egyenletesen növekszik. Az **erő tehát most nem állandó**, és az elmozdulás irányában hat. Az erő-elmozdulás grafikont felrajzolva láthatjuk, hogy a folyamat során végzett munkánk számértéke most a jelölt derékszögű háromszög alatti terület számértékével egyenlő.



A húzóerő munkájának kiszámítása

Vagyis $W = \frac{F_h \cdot \Delta l}{2}$,

de a fizikai tartalom jobb szemléltetése végett a kifejezés szokásos alakja:

$$W = \frac{F_h}{2} \cdot \Delta l$$

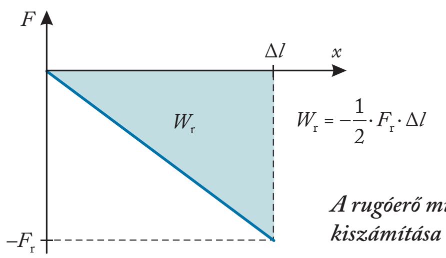
Tehát a lineárisan változó erő átlagértékének és a megnyúlásnak a szorzata adja meg a végzett munkát.

A rugó rugalmas energiája

A nyújtási folyamatban a **rugó által kifejtett erő** ellenében végzünk munkát. Ha a megnyújtott rugó végére egy m tömegű testet rögzítünk, és a rendszert magára hagyjuk, a rugó a visszaállás során a testen

munkát fog végezni, gyorsítani fogja azt. A megnyújtáskor végzett munka a rugóban munkavégző képesség formájában tárolódik, és ez alkalmas körülmények között más mechanikai energiává alakítható. Ezt a munkavégző képességet nevezzük a rugó **rugalmas** (vagy **rugalmassági**) **energiá**jának.

A rugóerő munkája: $W_r = -\frac{F_r}{2} \cdot \Delta l$



A rugóerő munkájának kiszámítása

A rugóerő kifejezését ($F_r = -D \cdot \Delta l$) behelyettesítve:

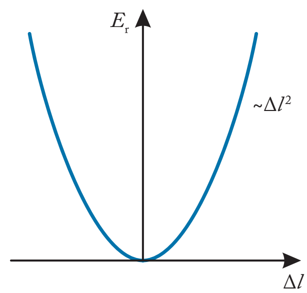
$$W_r = \frac{-D \cdot \Delta l}{2} \cdot \Delta l = -\frac{1}{2} D \cdot (\Delta l)^2$$

A rugóerő munkája a megnyújtáskor negatív értékű, hiszen az erő és az elmozdulás ellentétes irányú. A rugóerő munkájának –1-szerese a rugóban tárolt energia.

Egy megfeszített rugó rugalmassági energiája:

$$E_{rugó} = \frac{1}{2} D \cdot (\Delta l)^2$$

A rugóban tárolt rugalmassági energia a rugót jellemző tulajdonságtól (rugóállandótól) és a deformáció mértékét jellemző mennyiségtől (a megnyúlás négyzetétől) függ.



A rugóban tárolt energia ábrázolása. A parabola jobb oldali szára a húzott, a bal oldali az összenyomott rugóban tárolt energiát ábrázolja

Formailag az $E_{rugó} = \frac{1}{2} D \cdot (\Delta l)^2$ egyenlet hasonlít a mozgási energia kifejezéséhez $\left(E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2\right)$. Mindkettőben szerepel az adott energiafajtához tartozó jellemző mennyiség négyzete: $(\Delta l)^2$, illetve v^2.

Kérdések és feladatok

1 *a)* Milyen energiává alakul a gyorsítóerő munkája?
b) Lehet-e negatív a mozgási energia?

2 Nyugalmi helyzetből indulva 4 m magas dombról lecsúszik egy szánkó, és ezalatt 8 m utat tesz meg. Mekkora lenne a sebessége, ha elhanyagolhatnánk a súrlódást?

3 Mekkora húzóerő gyorsítja azt az 1500 kg tömegű autót, amelyik álló helyzetből 8,7 s alatt éri el a 100 $\frac{km}{h}$ sebességet?

4 A 600 $\frac{m}{s}$ sebességgel haladó puskagolyó 10 cm mélyen hatol a falba. Számítsuk ki a sebességét a megállási pont előtt 5 cm-rel, feltéve, hogy a fal állandó erővel fékezi!

5 Sík talajon a test és a talaj között a súrlódási együttható 0,15.
a) Mekkora út megtétele után áll meg a vízszintes irányú, 3 $\frac{m}{s}$ sebességgel ellökött test?
b) Mekkora lesz a test sebessége 1,82 m út megtétele után?

6 Két rugót ($D_1 = 10 \frac{N}{cm}$, $D_2 = 15 \frac{N}{cm}$) egymás után akasztva 40 N erővel húzunk. Mekkora az egyes rugókban levő rugalmas energia?

7 Egy $D = 20 \frac{N}{cm}$ rugóállandójú rugót nyugalmi helyzetéhez képest 5 cm-rel megnyújtottunk. Mennyi munkával tudjuk további 10 cm-t húzni?

15. lecke

Emelési munka, helyzeti energia és a mechanikai energia megmaradása

Honnan származik a repülő nyílvessző mozgási energiája?

Tornaórán kötélmászás alkalmával körülbelül a testsúlyunkkal megegyező nagyságú izomerőnk végez munkát 5-6 méternyi úton.

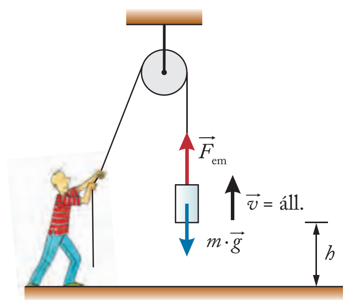
A toronydaru nagy teljesítményű villanymotor felhasználásával, drótkötél segítségével emel a magasba többtonnás terheket. ***Tudunk-e valamilyen módon munkát végeztetni magasba emelt tárgyakkal?***

Emelési munka

Egy m tömegű testet állandó sebességgel h magasságba emelünk, például egy csigán átvetett kötél segítségével. Ekkor a testre két erő hat: az emelőerő és a nehézségi erő. Az emelőerő $W_{em} = F_{em} \cdot h$ emelési munkát végez.

Egyenletes mozgatás esetén a dinamika alapegyenlete alapján az emelőerő és a nehézségi erő nagysága azonos, így az emelési munka:

$$W_{em} = m \cdot g \cdot h$$



A testre emelés közben két erő hat

Melyik erő végzi az emelési munkát?

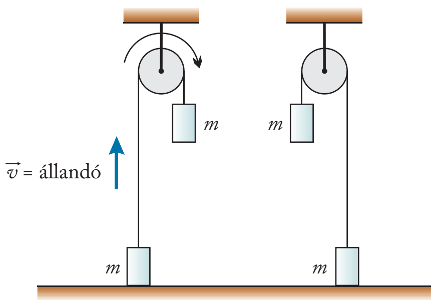
Ebben a folyamatban a testre ható nehézségi erő munkája negatív, mivel a nehézségi erő és az elmozdulás ellentétes irányú:

$$W_{neh} = -m \cdot g \cdot h$$

Azt mondjuk, hogy a nehézségi erő ellenében végeztük a munkát.

Helyzeti energia

Ha a kötél mindkét végére m tömegű testet helyezünk, akkor a mozgás beindítása után a magasban levő test lassan süllyed, és h magasságba emeli a másikat. Vagyis a h magasságban levő testnek $m \cdot g \cdot h$ nagyságú **munkavégző képessége** van. A folyamat során a nehézségi erő végez rajta akkora munkát, és ez átalakul egy másik test munkavégző képességévé.



A nehézségi erő munkája

A kezdetben befektetett $W_{em} = m \cdot g \cdot h$ emelési munka a h magasságban levő testben mint **munkavégzési lehetőség** tárolódik, és alkalmas körülmények között a test ekkora munkát képes végezni.

Egy testnek egy rögzített vízszintes síkhoz képest h magasságban $E_h = m \cdot g \cdot h$ magassági (helyzeti) energiája van. A helyzeti energia mértékegysége: joule (J).

A magassági energia meghatározásakor fontos megadnunk a viszonyítási pontot vagy szintet (**nullszint**et). Ehhez képest adjuk meg a test magasságát (vagy mélységét, ha a nullszint alatt van). Tehát a magassági energia számértéke negatív is lehet.

A munkavégzés tehát megjelenhet olyan formában, hogy egy másik test magassági energiáját vagy akár saját mozgási energiáját növeli.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy 0,5 kg tömegű kis hasábot ejtünk az asztalon levő, függőleges tengelyű rugóra 40 cm magasságból. Legalább mekkora legyen a rugóállandó ahhoz, hogy legfeljebb 6,8 cm-t nyomódjon össze a rugó? A rugó deformációjakor és az ütközéskor fellépő energiaveszteség elhanyagolható.

MEGOLDÁS

Adatok:
$m = 0{,}5$ kg, $h = 40$ cm, $\Delta h = 6{,}8$ cm

$D = ?$, $v = ?$

A legnagyobb összenyomódáskor a hasábnak nincs mozgási energiája, a kezdeti magassági energia a rugó rugalmas energiájává alakult. Célszerű a magassági energia nullszintjét a legnagyobb összenyomódás magasságában megválasztani. Ekkor a hasáb összesen $h + \Delta h$ magasságot süllyed, a rugó pedig Δh távolságot nyomódik össze. Az energiamegmaradás törvénye alapján:

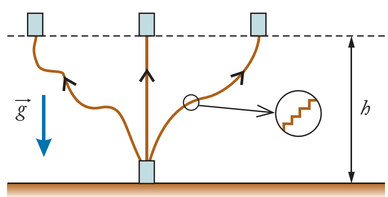
$$m \cdot g \cdot (h + \Delta h) = \frac{1}{2} D \cdot \Delta h^2$$

Behelyettesítve az adatokat: $D \cong 1000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$

Tehát a rugó rugóállandójának legalább $1000\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$ nagyságúnak kell lennie.

Konzervatív erő

Emeljünk fel különböző pályákon egy m tömegű testet h magasságra! Határozzuk meg a folyamat során végzett munkát!



A test felemelése különböző pályákon

Bármelyik pályát választjuk is, az felbontható elemi (kis) vízszintes és függőleges elmozdulásokra. A vízszintes elmozdulások során sem az emelőerő, sem a nehézségi erő nem végez munkát. A függőleges elmozdulások összege minden esetben h-val egyezik meg. Így a testet felemelő ember által végzett munka független a pálya alakjától. Az m tömegű testnek a földtől a h magasságig történő emelésekor az emelési munka:

$$W_{em} = m \cdot g \cdot h$$

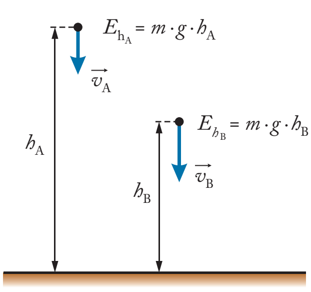
Vagyis a testen végzett munka és az erőtér által végzett munka is csupán a kiindulási és az érkezési pontok erőtér irányában lévő távolságától függ, a mozgás pályájának alakjától nem. A vizsgált testnek azért lett $m \cdot g \cdot h$ nagyságú a munkavégző képessége, mert homogén gravitációs térben, a tér irányával ellentétesen mozgattuk. Megfelelő körülmények között (a testet magára hagyva) a gravitációs erőhatás pontosan annyi munkát tud végezni, mint amennyit korábban a tér ellen végzett a külső erő. A külső erő munkája tehát eltárolódott, konzerválódott a test helyzeti adottságában.

Az olyan erőket, amelyeknek a munkája egy elmozdulás során csak a kezdő- és a végpont helyzetétől függ, és nem függ a pálya alakjától, **konzervatív erő**knek nevezzük. Konzervatív erő például a nehézségi erő és a rugóerő.

A konzervatív erővel szemben végzett munkából származó energiát **potenciális energiá**nak nevezzük. Potenciális energia például a magassági energia és a rugalmas energia. A konzervatív erőtérben levő, potenciális energiával rendelkező testen az erőtér munkát tud végezni, ami például a test mozgási energiájának változásában jelenik meg. A potenciális energiákat (magassági és rugalmas energiát), valamint a korábban tanult mozgási energiát közös néven **mechanikai energiá**nak nevezzük.

A mechanikai energia megmaradása

Ejtsünk le egy m tömegű labdát, és vizsgáljuk meg helyzeti és mozgási energiájának alakulását a pályája mentén két tetszőleges pontban!



Az m *tömegű labda helyzeti energiája és sebessége leesés közben*

A munkatétel alapján felírhatjuk, hogy:

$$W_{neh} = \Delta E_m$$

$$m \cdot g \cdot (h_A - h_B) = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2$$

A zárójel felbontása után kapott $m \cdot g \cdot h_A - m \cdot g \cdot h_B$ kifejezés a helyzeti energiák különbsége, vagyis:

$$E_{h_A} - E_{h_B} = \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2$$

Rendezzük át az egyenletet úgy, hogy egy oldalon legyenek az egy ponthoz tartozó kifejezések:

$$E_{h_A} + \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = E_{h_B} + \frac{1}{2} m \cdot v_B^2, \text{ azaz}$$

$$\boldsymbol{m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = m \cdot g \cdot h_B + \frac{1}{2} m \cdot v_B^2}$$

A levezetés során nem használtuk ki, hogy A és B valamilyen speciális helyen vannak, vagyis mondhatjuk, hogy a labda esésének bármely szakaszára igaz a fenti összefüggés.

Tehát a labda esése során a magassági és mozgási energiájának összege állandó. Az esés alatt a helyzeti energiája folyamatosan csökken, míg a mozgási energiája nő. A két energia összege állandó, így amennyivel csökken a labda magassági energiája, annyival növekszik a mozgási energiája. A mozgás során most elhanyagoltuk a levegő fékező hatását.

Az $E_{h_A} + E_{m_A} = E_{h_B} + E_{m_B}$ egyenlet fizikai tartalma az, hogy a test mechanikai energiáinak (magassági és mozgási energiájának) összege a mozgás folyamán minden pillanatban állandó.

Egy nyílvessző kilövésénél a megfeszített húrban levő rugalmas energia a kezdetben nyugalomban levő nyílvessző mozgási energiájává alakul, miközben a húr nyugalmi, energiamentes állapotba kerül.

Előző gondolatmeneteink összhangban vannak mindennapi tapasztalatainkkal, ezért ennek alapján megfogalmazható egy általános megmaradási elv.

Ha egy rendszerben csak konzervatív erők hatnak, akkor a mechanikai energiák összege állandó.

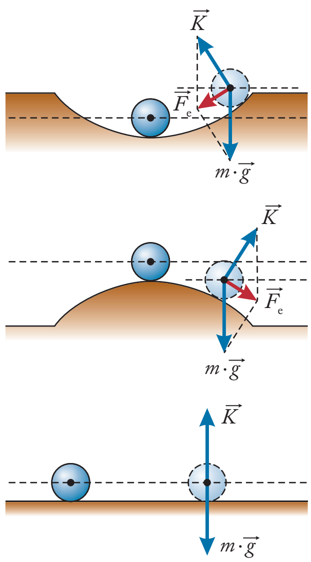
$E_m + E_h + E_r =$ **állandó**

Ez a mechanikai energia megmaradásának tétele.

Fontos észrevenni a korábban tanult munkatétel és a most megfogalmazott energiamegmaradási tétel közötti különbséget. **Az energiamegmaradás tétele csupán konzervatív erők hatása esetén érvényes**, és csak ebben az esetben alkalmazható, például gravitációs térben magára hagyott testek súrlódásmentes mozgásakor. Ha van súrlódás, közegellenállás vagy külső erőhatás, például az ember izommunkájának hatására mozog egy test, amelynek során mozgási és helyzeti energiája is növekedhet, tehát a rendszer nem zárt, akkor nem érvényes a mechanikai energia megmaradásának tétele, a munkatétel viszont ekkor is alkalmazható. A súrlódási és közegellenállási erő munkája a rendszer mechanikai energiaveszteségével egyezik meg. Ezeknek az erőknek a hatását a későbbi leckékben még részletesen vizsgálni fogjuk.

Testek egyensúlyi állapota

Vizsgáljuk meg, hogy mit is jelent a testek egyensúlyi állapota energia szempontjából! Ha az egyensúlyban levő testet kimozdítva tömegközéppontja emelkedik, vagyis helyzeti energiája nő, akkor biztos egyensúlyi helyzetben van. Elengedés után a rá ható erők eredője az eredeti helyzet felé mozgatja. Stabil egyensúlyi állapotban a testnek a közvetlen környezetéhez képest minimális a helyzeti energiája. Labilis helyzetből való kis kimozdítás után potenciális energiája csökken, a rá ható erők eredője az egyensúlyi állapottól eltávolítja a testet. Bizonytalan egyensúlyi helyzetben tehát a test helyzeti energiája kis környezetének maximumán van. A közömbös egyensúlyi állapotból kimozdítva a testet, helyzeti energiája nem változik, a környező pontokban is közömbös helyzetben lesz.



Stabil, labilis és közömbös egyensúlyi helyzetből kimozdított testekre ható erők

KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Egy 5 kg tömegű táskát emelünk fel a földről 1,5 m magasságba 80 N erővel. Mennyi munkát végez az emelőerő? Mennyi munkát végez a nehézségi erő? Mennyi az eredő erő munkája?

MEGOLDÁS

Adatok:

$m = 5\ \text{kg}, \quad F_{em} = 80\ \text{N}, \quad h = 1{,}5\ \text{m}$

$W_{em} = ?, \quad W_{neh} = ?, \quad W_e = ?$

Az emelőerő $F_{em} = 80\ \text{N}$ a $h = 1{,}5\ \text{m}$ úton $W_m = F_{em} \cdot h = 120\ \text{J}$ munkát végez.

A nehézségi erő $F_{neh} = m \cdot g = 50\ \text{N}$ a $h = 1{,}5\ \text{m}$ úton $W_{neh} = -F_{neh} \cdot h = -75\ \text{J}$ munkát végez. (A felfelé történő elmozdulás irányát vettük pozitívnak, a lefelé mutató nehézségi erő irányát negatívnak.)

Az eredő erő $F_e = F_{em} - m \cdot g = 30\ \text{N}$ a $h = 1{,}5\ \text{m}$ úton $W_e = 45\ \text{J}$ munkát végez.

2. Milyen magasságból kell egy súrlódásmentes lejtőről leengedni egy m tömegű szánkót, hogy az a lejtő alján $8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel csússzon?

MEGOLDÁS

Adat:

$v = 8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$h = ?$

A lecsúszó szánkónak a lejtő aljához viszonyítva $E_h = m \cdot g \cdot h$ kezdeti helyzeti energiája van, mozgási energiája nincs. A lejtő alján a helyzeti energiája nulla, de van $E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ mozgási energiája.

Az energiamegmaradás tétele alapján:

$m \cdot g \cdot h + 0 = 0 + \frac{1}{2} m \cdot v^2$

A megadott értékekkel $h = 3{,}2\ \text{m}$.

Tehát a szánkót 3,2 m magasról kell elengedni.

Kérdések és feladatok

1 *a)* Miért negatív a nehézségi erő munkája emeléskor?
b) Miben nyilvánul meg a h magasságban levő test munkavégző képessége?

2 Az 1. kidolgozott feladatban leírt folyamatban mennyivel változott a test helyzeti és mozgási energiája?

3 Egy súrlódásmentes asztalon fekvő 60 cm hosszú kötelet, amelyből 20 cm lelóg, nyugalomban tartunk, majd elengedünk. Mekkora lesz a kötél sebessége, amikor a vége éppen elhagyja az asztalt?

4 A három méter magas szoba mennyezetéről 60 cm hosszú vezetéken lóg egy 3 kg tömegű lámpa. Mekkora a magassági energiája a padlóhoz, a 75 cm magas asztal lapjához és a mennyezethez képest?

5 Egy súrlódás nélküli, 6 m magas domb tetejéről kezdősebesség nélkül indul el egy szánkózó. Mekkora lesz a sebessége 20 m út megtétele után a domb alján? Mekkora lesz a sebessége 20 m megtétele után, ha $1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel indul? (A feladatot a mechanikai energiamegmaradás tételét felhasználva oldjuk meg.)

6 Mekkora sebességgel indul az emelkedő aljából az a kerékpáros, akinek három méter magasságban még $5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebessége van úgy, hogy az emelkedés során már nem hajtotta a kerékpárját?

7 Mennyi munkát végez a nehézségi erő egy 2 kg tömegű, szabadon eső testen 0,6 s alatt?

16. lecke

A súrlódási erő munkája

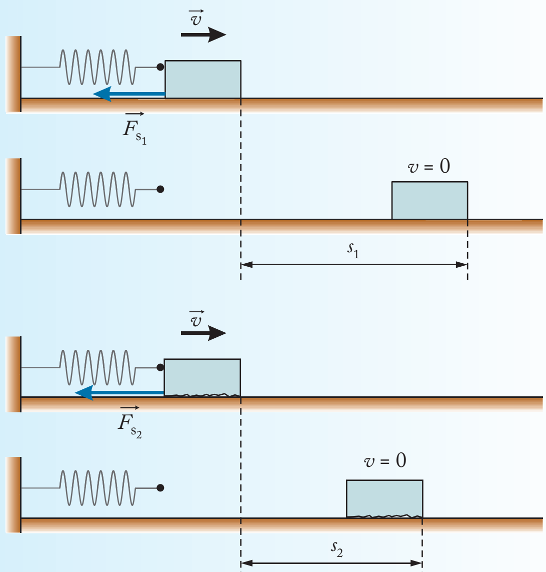
Hogyan gyújtott tüzet az ősember?

Az őskor kutatói szerint az ősember száraz faág és inda összedörzsölésével, száraz fűszálak, levelek segítségével képes volt tüzet gyújtani. *Hogyan lehetséges ez?* Egy gépkocsiparkolóban a kocsik kerekeit óvatosan megtapogatva meg tudjuk mondani, melyek állnak már itt hosszabb ideje, és melyek érkeztek a közelmúltban. *Miért? Mi kapcsolja össze a fenti két jelenséget?*

Súrlódási erő

KÍSÉRLET

Vízszintes asztalon sima felületű kis fakockával összenyomjuk az egyik végén rögzített rugót. Miután elengedjük, a kocka v sebességgel megindul. Majd a kocka egyik oldalát megcsiszolva érdessé tesszük a felületét, és megismételjük a kísérletet. A kocka ismét v sebességgel indul meg.



A második esetben rövidebb úton áll meg a kis fakocka

TAPASZTALAT

Azt tapasztaljuk, hogy a kocka mindkét esetben bizonyos út megtétele után megáll. Az érdessé tett oldalon csúsztatva a kockát azt tapasztaljuk, hogy rövidebb úton áll meg.

KÖVETKEZTETÉS

A jelenségekből arra a következtetésre juthatunk, hogy a második esetben az érdes felület csúszásakor nagyobb fékezőerő hat a felületek között.

Az F_s súrlódási erő az m tömegű testet

$a = \frac{F_s}{m}$ lassulással s úton állítja meg:

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot a} = \frac{v^2 \cdot m}{2 \cdot F_s}$$

Az egyenletbe a súrlódási erő kifejezését ($F_s = \mu \cdot m \cdot g$) behelyettesítve kapjuk, hogy:

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}$$

Az egyenlet kifejezi azt, amit tapasztalunk, és érzésünk is sugall: sima felületen, amikor kicsi a csúszási súrlódási együttható, hosszabb úton fékezi le a testet a súrlódási erő, mint érdesebb felületen.

A súrlódási erő munkája

A mindennapi tapasztalatunk szerint a testek **egymáson történő elmozdulásakor fellép egy, a mozgást akadályozni próbáló erő, a súrlódási erő**. Ha a mozgás ennek ellenére létrejön, akkor az elmozduló testre ható súrlódási erő munkát végez.

A súrlódási erő munkavégzése vízszintes talajon:

$$W_s = -F_s \cdot s = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s$$

A negatív előjel azt fejezi ki, hogy a súrlódási erő és az elmozdulás ellentétes irányú. Így a súrlódási erő munkája álló felületen mindig negatív.

Súrlódás hatására a gyufaszál fején lévő vegyi anyag a gyulladási hőmérséklet fölé hevül

Energiaviszonyok a súrlódásnál

A bevezető kísérletben szereplő asztal-hasáb rendszer kezdeti mechanikai energiája a hasáb $\frac{1}{2} m \cdot v^2$ nagyságú mozgási energiájával egyezik meg, ha a helyzeti energia nullszintjét az asztal síkjában vesszük fel. A végállapotban viszont, amikor a hasáb megáll, a rendszernek nincs mechanikai energiája. Ez azt jelenti, hogy itt egy olyan folyamat játszódik le, amelyben nem érvényesül a mechanikai energia megmaradásának törvénye.

Ebből az is következik, hogy a súrlódási erő nem konzervatív. Ebben az esetben a munkatétel alkalmazható. A testre ható erők közül csak a súrlódási erő végez munkát, ennek eredménye a mozgási energia megváltozása:

$$W_s = \Delta E_m$$

$$-F_s \cdot s = 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2, \text{ azaz}$$

$$F_s \cdot s = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Csúszáskor az egymással érintkező felületek apró kiálló részei kerülnek kapcsolatba. *A súrlódási erő munkája az anyag szerkezetének és alakjának kismértékű átalakítása folyamán melegedést okoz.*

Gördülés esetén a golyó, a kerék és a talaj kismértékű deformációja történik. Mivel ekkor oldalirányú elmozdulás nincs (az éppen érintkező felületek egymáshoz képest nem mozdulnak el), a felületek deformációja lényegesen kisebb, így a fellépő gördülési erők munkája is kisebb lesz.

Tapadás esetén, amikor a húzóerő értéke nem éri el a tapadási súrlódási erő maximális értékét, nincs elmozdulás, tehát a tapadási súrlódási erő álló felületen nem végez munkát.

A fékezés

Gyakorlati szempontból fontos tudni, hogyan függ egy autó **fékút**ja a kocsi sebességétől. Ha az m tömegű autó v sebességgel halad, a mozgási energiája $\frac{1}{2} m \cdot v^2$. Fékezésnél az F_f fékezőerő s úton végez munkát.

A munkatétel alapján: $-F_f \cdot s = 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2$, és mivel $F_f = \mu \cdot m \cdot g$, a fékútra az alábbi összefüggést kapjuk:

$$s = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}$$

Vagyis a haladási sebesség négyzetével nő a fékút, tehát például kétszer nagyobb sebesség esetében négyszer nagyobb a fékút! Erre az eredményre úgy is eljuthatunk, hogy végiggondoljuk: az energia, amit a fékezés során hővé alakítunk, a sebesség négyzetével nő, az átalakítás, vagyis a fékezőerő munkája viszont csak lineárisan nő a megtett úttal. Egy jármű megállításánál azonban egyéb körülményt is figyelembe kell venni. Ezért a megállást a **féktávolság**gal jellemezzük. A féktávolság első része a reakcióidő alatt megtett út. A reakcióidőbe beletartozik a vezető reagálása, a veszély észlelésétől a fékpedál megnyomásáig, és a teljes fékhatás kialakulásának ideje. A féktávolság második része a fékút.

Gyakorlati szempontból a **követési távolság** a legfontosabb fogalom. Az elöl haladó gépkocsi vészfékezése esetén is meg kell tudnunk állni. Feltételezve, hogy közel azonos sebességgel haladtunk, mint az előttünk levő, és ugyanolyan hatásos a fékünk, legalább akkora távolságban kell haladnunk mögötte, mint amennyi utat megtesz az autónk a reakcióidőnk alatt. A biztonság kedvéért a szokásos közlekedési helyzetekben a reakcióidő alatt megtett út – a reakcióút – kétszeresét tekintjük a követési távolságnak, amely tehát sebességfüggő.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Mekkora az 54 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladó gépkocsi reakcióútja, fékútja és féktávolsága, ha jó minőségű gumikkal van felszerelve, ezért a tapadási súrlódási együttható értékét 0,8-nak tekinthetjük, és a vezető reakcióideje 1,5 s? Mennyi követési távolságot tartson?

MEGOLDÁS

Adatok:

$v = 54\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $\mu_t = 0{,}8$, $t_r = 1{,}5$ s

$S_{\text{reak}} = ?$; $S_{\text{fékút}} = ?$; $S_{\text{féktáv}} = ?$

A reakcióidő alatt megtett út:

$s_{\text{reak}} = v \cdot t_r = 22{,}5$ m

A fékút $\frac{1}{2} m \cdot v^2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot s$ alapján:

$$s_{\text{fékút}} = \frac{v^2}{2 \cdot \mu_t \cdot g} = 14 \text{ m}$$

A féktávolság:

$s_{\text{féktáv}} = s_{\text{reak}} + s_{\text{fékút}} = 36{,}5$ m

A követési távolság a reakcióút kétszerese, vagyis $s_{\text{köv}} = 2 \cdot s_{\text{reak}} = 45$ m.

Olvasmány

Tárcsafék

A járművek fékezése során kifejezett kívánalom a súrlódás általi hőtermelés, hiszen ilyenkor a kocsi mozgási energiáját kell hőenergiává (belső energiává) alakítani. A keletkezett hő több száz °C-ra lenne képes felmelegíteni a fékbetétet és a féktárcsát. Ennek a folyamatnak két káros következményét mindenképpen meg kell előzni. A magas hőmérséklet miatt csökkenhet a fékhatás és deformálódhat a féktárcsa. Ezért a tervezéskor olyan konstrukciót alakítanak ki, amelyben a „menetszél" gyors áramlása hatékonyan hűti a féket.

Gépkocsi tárcsaféke

16. A súrlódási erő munkája

Olvasmány

Csapágyak

Golyóscsapágy

A csapágyak olyan gépelemek, amelyek forgó alkatrészek, tengelyek alátámasztását vagy megvezetését végzik. Fontos elvárás velük szemben, hogy a forgást a lehető legkisebb mértékben gátolják, de szükséges helyen minél nagyobb pontossággal tartsák meg a forgó alkatrészt. A csapágy álló- és forgórésze között a lehető legkisebb súrlódást és gördülési ellenállást kell biztosítani. A súrlódással járó felmelegedés általában nem kívánt jelenség, mert mechanikai energiaveszteséget jelent. Kismértékben azonban hasznos lehet ott, ahol a megfelelő üzemi hőmérsékletet biztosítja. A csapágyak kis melegedése például a kenőanyag jobb szétterülését eredményezi, és ez a kenés hatékonyságát növeli.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Jég felületén vízszintes irányú 3 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel ellökött fahasáb 7,5 m út megtétele után áll meg. Mennyi a súrlódási együttható?

MEGOLDÁS

Adatok:

$v = 3\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$s = 7{,}5\ \text{m}$

$\mu = ?$

A feladatot munkatétellel oldjuk meg. A testen a súrlódási erő végez munkát, a test kezdeti mozgási energiája pedig nullára csökken.

A kezdeti mozgási energia:

$$E_\text{m} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

A végállapotban a mozgási energia nulla.

A súrlódási erő munkája:

$$W_\text{s} = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s$$

Munkatétel:

$$W_\text{s} = \Delta E_\text{m}$$

$$-\mu \cdot m \cdot g \cdot s = 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Ebből:

$$\mu = \frac{v^2}{2 \cdot g \cdot s}$$

Az adatokat behelyettesítve: $\mu = 0{,}06$.
Tehát a súrlódási együttható 0,06.

Projektfeladat

Csúszási súrlódási együttható meghatározása

Célszerű, ha a munkádról *mérési naplót* vezetsz, majd pedig *mérési jegyzőkönyvet* készítesz. Nézz utána a neten, hogy mit is takar ez a két fogalom!

A méréshez szükséges eszközök:

– kalapgumi (beszerezhető rövidáruboltban) vagy erősebb befőttesgumi, elvágva,
– konyhai mérleg (kijelzőjén legalább g felbontásban legyen olvasható a tömeg értéke),
– különféle kis tömegű tárgyak,
– mérőszalag vagy vonalzó.

A mérés leírása:

Vízszintes asztalon a kalapgumi egyik végét nagy tömegű testhez rögzítjük, másik végére kis tömegű hasábot (pl. a már régen nem használt építőkocka-készletünk egyik darabját) kötünk, és a gumit megnyújtjuk néhány centiméterrel. A test elengedése után lemérjük, hogy mekkora úton fékezte le a súrlódási erő.

A számolásunk alapja:
A megnyújtott gumiszál rugalmas energiája a hasáb mozgási energiájává alakul (a rugóerő munkát végez a testen), de a munkatétel szerint: a hasábra ható erők (nehézségi, tartó-, súrlódási, gumiszál mint rugalmas erő) összes munkája megadja a hasáb mozgási energiájának megváltozását.

A mérés végrehajtása:
Először mérjük meg a gumiszál rugóállandóját (direkciós állandóját). Asztal szélén rögzítve, a kalapgumi végére egyre több kis tömeget akasztva mérjük meg a megnyúlást. A kis testek tömegét konyhai mérleggel mérjük meg, mindegyiket ötször, és képezzünk számtani átlagot.

Az $\frac{1}{2}D \cdot (\Delta l)^2 = \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta s$ összefüggés alapján határozzuk meg a hasáb és az asztal közötti csúszási súrlódási együttható értékét. A kapott értékekből képezzünk számtani átlagot!

Milliméterpapíron vagy Excel program segítségével ábrázoljuk a megnyúlást a húzóerő függvényében. Vizsgáljuk meg, hogy mekkora megnyúlásig (Δl_{max}) tekinthető lineárisnak a függvény, és erre az intervallumra illesszünk origón átmenő egyenest. Az egyenes meredekségéből határozzuk meg a D „rugóállandót”.

Vízszintes felületen (asztalon) rögzítsük a gumiszalag egyik végét. A másik végére kötött hasábbal nyújtsuk meg a gumit legfeljebb Δl_{max} távolsággal, majd engedjük el. Mérjük meg, hogy mekkora úton állt meg a hasáb.

Tanácsok, szempontok a mérés sikeres végrehajtásához:
A mérés látszólag nagyon egyszerű, de sok buktatója van a sikeres végrehajtásnak.

– A rugóállandó meghatározásánál próbálkozással kell megtalálni, hogy mekkora tömegű kis testeket akasszunk a kalapgumira. (Nem fontos, hogy azonos tömegűek legyenek.) Az a cél, hogy 4-5 tömeg még tudjon nyújtani. A gumi nyugalmi, kezdeti hosszát is változtathatjuk annak érdekében, hogy megtaláljuk az optimális tömeg- és megnyúlásértékeket. (Gondolkodj el azon, hogy a nyugalmi hossz melyik paraméterre van hatással!) Próbálkozhatunk különböző vastagságú (erősségű) gumival. Találd ki, hogyan lehet legpontosabban lemérni a megnyúlást!
– A hasáb tömegét próbálgatással úgy válasszuk meg, hogy legyen elég hely a csúszáshoz. Gondoljunk arra, hogy a test elengedése után a kalapgumi is mozog, súrlódik, tehát a kezdeti rugalmas energia egy része mérésünk szempontjá-

Táblázat a rugóállandó meghatározásához

		m_1	$m_1 + m_2$	$m_1 + m_2 + m_3$	$m_1 + m_2 + m_3 + m_4$	$m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5$
1. mérés	m (g)					
	Δl (cm)					
	F ($m \cdot g$) (N)					
2. mérés	m (g)					
	Δl (cm)					
	F ($m \cdot g$) (N)					
3. mérés	m (g)					
	Δl (cm)					
	F ($m \cdot g$) (N)					
4. mérés	m (g)					
	Δl (cm)					
	F ($m \cdot g$) (N)					
5. mérés	m (g)					
	Δl (cm)					
	F ($m \cdot g$) (N)					
Átlag	m (g)					
	Δl (cm)					
	F ($m \cdot g$) (N)					

	1. mérés	2. mérés	3. mérés	4. mérés	5. mérés
Δl (cm)					
Δs (cm)					
$\frac{1}{2}D\cdot(\Delta l)^2$					
$\mu = \dfrac{\frac{1}{2}D\cdot(\Delta l)^2}{m\cdot g\cdot\Delta s}$					
$\mu_{átlag}$					

Táblázat a súrlódási együttható meghatározásához

ból elvész. Ezt a veszteséget úgy csökkenthetjük, ha a hasáb tömege jóval nagyobb, mint a gumiszál tömege.

Ügyeljünk arra, hogy a befogások után a kalapgumi hossza pontosan ugyanannyi legyen, mint amennyi a rugóállandó mérésénél volt.

– Figyeld meg, hogy mennyire egyenletesen vagy akadozva csúszik a hasáb. Mire következtetsz ebből?

A mérés értékelése, hibabecslés:

Foglald össze (írd le) a mérés célját, a végrehajtás módját, és értékeld az eredményt. Elemezd a mérési tapasztalataidat, írd le, hogy a feladatban említetteken kívül milyen tényezőkre kellett még odafigyelni, milyen praktikákat alkalmaztál a mérés sikeres végrehajtása érdekében. Becsüld meg, hogy mekkora hiba terheli a mérést! Becsüld meg, hogy reális-e a kapott eredmény!

Kérdések és feladatok

1 Mikor végez több munkát a súrlódási erő: ha egy v sebességű testet vízszintes, sima felületen, hosszabb úton, vagy érdesebb felületen és rövidebb úton állít meg? Melyik esetben keletkezik több hő?

2 Vízszintes talajon a súrlódás hatására lassuló mozgást végez egy 4 kg tömegű test. A csúszási súrlódási együttható értéke $\mu = 0{,}1$. Mennyi munkát végez a súrlódási erő a pálya első 3 m-es szakaszán? Mennyi munkát végez a 2. és az 5. méter közötti szakaszon? Mennyit változik a mozgási energia méterenként?

3 Egy 10 kg tömegű ládát vízszintes talajon 50 N erővel húzunk, aminek a függőleges komponense 40 N. A láda és a talaj között a csúszási súrlódási együttható $\mu = 0{,}3$. Mennyi munkát végez a súrlódási erő 10 m úton?

4 Ugyanakkora, $2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ kezdősebességgel vízszintesen elindítunk egy 0,5 kg és egy 2 kg tömegű fahasábot. Mekkora úton állnak meg a testek, ha a súrlódási együttható 0,2? Függ-e az út a test tömegétől?

17. lecke

Egyszerű gépek

Miért alkalmaznak az építkezéseken emelődarukat?

Az építkezéseken a toronydaru nagy méretű, súlyos terheket emel a magasba, és a helyükre teszi azokat. ***Hogyan biztosítják a toronydaru biztos egyensúlyi helyzetét?***

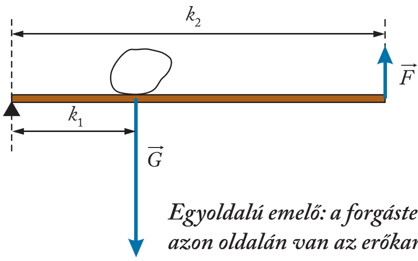
Egyszerű gépek

Az embert ősidők óta foglalkoztatta, hogyan lehet egy nyugalomban lévő nehéz tárgyat megmozdítani. A probléma megoldásakor a legfőbb célja az emberi vagy az állati erő megsokszorozása volt. Az erre a célra szolgáló eszközöket **egyszerű gépek**nek nevezzük. Ilyen egyszerű gépek például az *emelő*, a *csiga*, az *ék*, a *lejtő*, a *kerék* és a *csavar*.

Emelő típusú egyszerű gépek

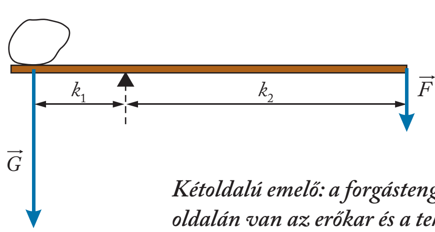
Az **emelő** az egyik legrégibb és leggyakrabban használt emberi találmány, amely egy tengely körül elforgatható erős rúdból áll. Az emelőknek két fajtáját különböztetjük meg: az **egyoldalú** és a **kétoldalú** emelőt.

Az **egyoldalú emelő** esetén a teher és az emelőerő támadáspontja az emelő forgástengelyének ugyanazon oldalára esik.



Egyoldalú emelő: a forgástengely ugyanazon oldalán van az erőkar és a teherkar

A **kétoldalú emelő** esetén a forgástengely az emelőerő és a teher támadáspontja közé esik.



Kétoldalú emelő: a forgástengely két oldalán van az erőkar és a teherkar

Az emelőknek azonos a *működési elvük*: alkalmazásukkor valamilyen tengely vagy támasz körül forgatható, merev rúddal egy terhet emelünk. A teher hatásvonalának az alátámasztási ponttól mért távolságát **teherkar**nak, az erő hatásvonalának alátámasztási ponttól való távolságát pedig **erőkar**nak nevezzük.

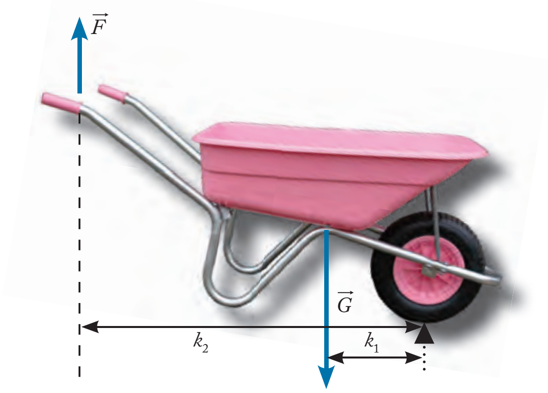
Az emelőknél az egyensúly fennáll, ha az emelőerőnek és a teher súlyának a forgástengelyre vonatkozó forgatónyomatékainak előjeles összege nulla. Az óramutató járásával megegyező irányt pozitívnak tekintve:

$$0 = F \cdot k_2 - G \cdot k_1$$

Ebből:

$$F \cdot k_2 = G \cdot k_1$$

Egyoldalú emelőnek tekintjük az építkezésen használt talicskát és a végénél kitámasztott feszítővasat.



A talicska mint egyoldalú emelő

Kétoldalú emelőt alkalmazunk például a targoncán, a gémeskutakon és a feszítővas alkalmazásakor, abban az esetben, ha nem a végén támasztjuk ki.

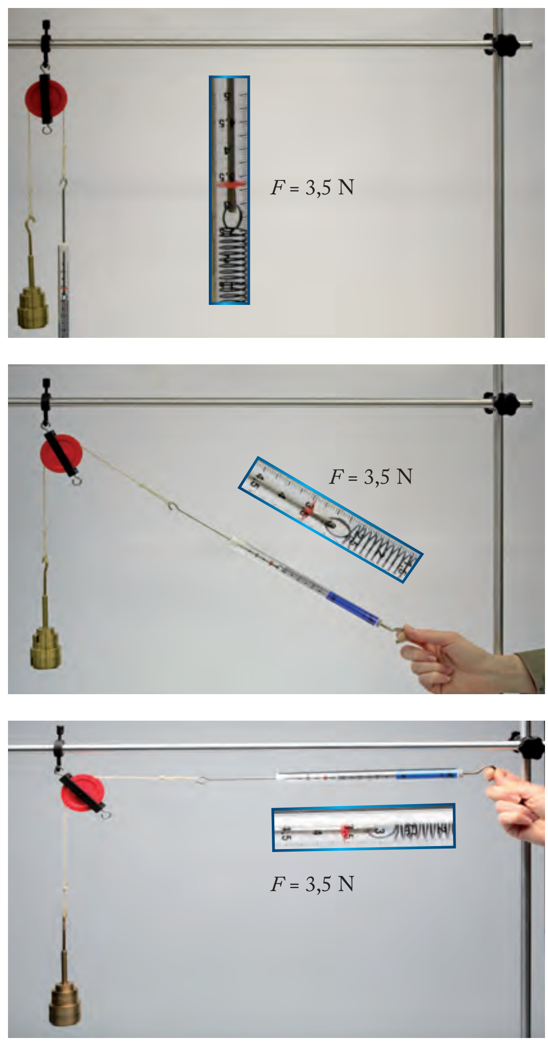
A targonca a kétoldalú emelő elvén működik, a hátsó kerékhez nagy tömegű ellensúlyt építettek be

A csiga mint egyszerű gép

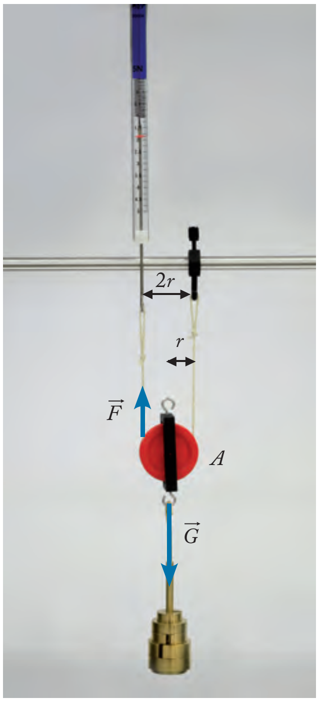
A **csiga** nagy előnye az emelővel szemben, hogy míg emelővel csak kis elmozdulást tudunk létrehozni, addig a csigával tetszőleges nagyságú úton mozdíthatjuk el a terhet.

Az állócsiga egy rögzített tengely körül forgatható korong, amely úgy működik, mint egy kétoldalú emelő, melynek karjai egyenlőek. *Az állócsiga az emelőerő nagyságát nem változtatja meg*, csak az irányát, aminek praktikus előnyei vannak.

Az állócsigát például építkezéseken terhek (vödrök, gerendák stb.) felemelésekor, a vitorlás hajókon a vitorlavásznak felhúzásakor használják.



Az állócsiga csak az erő irányát változtatja meg



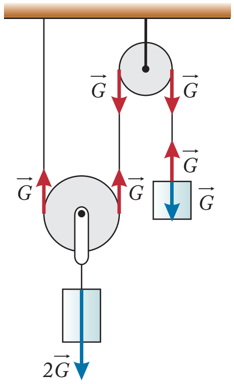
A mozgócsiga tengelye
nem rögzített

A **mozgócsiga** tengelye nem rögzített. A teher a csiga forgástengelyéhez van rögzítve, a kötél két szárában pedig egyenlő arányban oszlik meg az erő. Ha a kötelek párhuzamosak, és az egyik végét rögzítjük, akkor a másik kötél végén a teher felemelése feleakkora erővel valósítható meg, mint amekkora a teher súlya. Az egyensúly feltétele az *A* pontra:

$$F \cdot 2r = G \cdot r$$

$$F = \frac{G}{2}$$

Mekkora az F erő nagysága a G-hez képest?

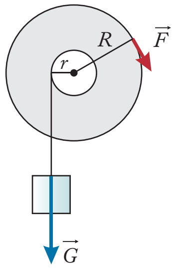


Egy mozgócsiga a ráakasztott súly nagyságát „megfelezi”

A **hengerkerék** olyan kétoldalú emelő, amelynek két karja különböző hosszúságú. A teher karja r, a terhet egyensúlyozó F erő karja R. Az ábra alapján felírható az egyensúly feltétele:

$$F \cdot R = G \cdot r$$

Így a terhet egyensúlyozó erő: $F = G \cdot \frac{r}{R}$



*A hengerkerék erőkarja **R**, a teherkar **r**. A két erő ellentétes irányú forgatónyomatékot hoz létre*

A hengerkerék mindenki előtt ismert megjelenési formája a kerekes kút emelőszerkezete, de hengerkerék van a kézi dió- és mákdarálóban is.

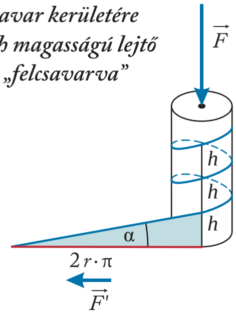
Lejtő típusú egyszerű gépek

A **lejtő** elsősorban nagy tömegű tárgyak felemelésére szolgál. A lejtő alkalmazásával a testeket hosszabb úton kisebb erővel emeljük fel ugyanolyan magasra. Lejtőt készítünk, ha nehezebb tárgyakat akarunk a lépcsőn felvinni vagy a teherautóra feltenni.

A **csavar** egy henger oldalába vágott lejtő. A csavar legfontosabb jellemzője a menetemelkedés. Az erőt a lejtő alapjával párhuzamos irányban fejtjük ki. A hengerkerékhez hasonlóan a csavar fejének sugara az erő erőkarjának, míg a csavartest sugara a teher teherkarjának felel meg. Csavar használatával a csavar tengelyére merőleges irányú behajtó erővel a tengellyel párhuzamos nagy erőt tudunk kifejteni.

A csavarok az ember életében alapvető szerepet töltenek be. Használjuk például a testek egymáshoz rögzítésére, a szőlőprésben a nyomás növelésére, a húsdarálóban a hús előretolására.

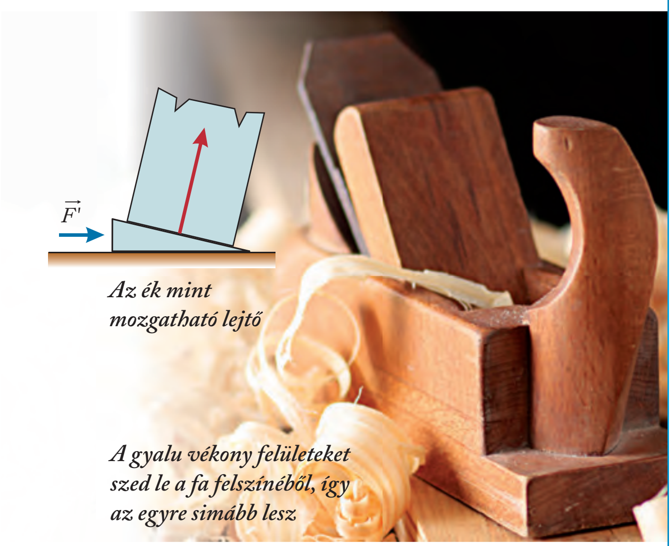
A csavar kerületére sok h magasságú lejtő van „felcsavarva”



A két egymást követő menet távolságát menetemelkedésnek nevezzük

Az **ék** két, szimmetrikusan összeillesztett lejtőből származtatható. Igen régi eszköz, használata a történelem előtti időkben kezdődött. Minden kés, fejsze, balta, szög és ácskapocs éknek tekinthető. Többféleképpen használják: egy testbe beleütve anyagok szétfeszítésére, légkalapácsban nagy keménységű tárgyak, például kősziklák, betontömbök széttörésére. Ezenkívül használatos a farönkök szétdarabolására, a mechanikus ekében talajforgatásra, a gyaluban a fa felszínének simítására és a kalapács vagy az ásó nyelének a fejhez szorítására. De ugyanígy éknek tekinthető a sajtreszelő is.

A harkály ék alakú csőrével kis mélyedéseket vág a fába, így lazítja és feszegeti a kérget. Az állatok karma és tépőfoga is lényegében ékként működik, csak nem ütéssel, hanem hosszabb idejű nagy erőkifejtéssel mélyednek tárgyakba (kapaszkodásnál például faágba, vadászatkor a zsákmányállat testébe).



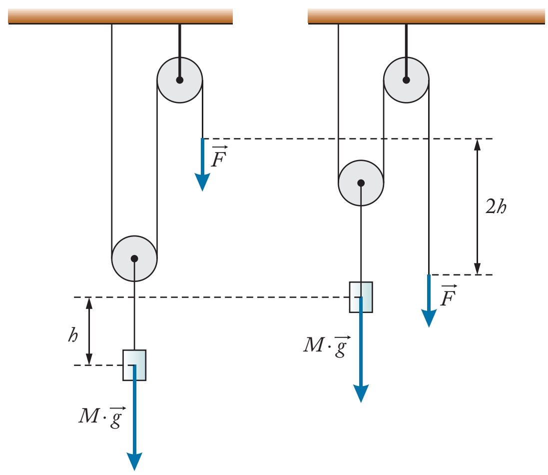
Az ék mint mozgatható lejtő

A gyalu vékony felületeket szed le a fa felszínéből, így az egyre simább lesz

Munkavégzés egyszerű gépekkel

Az egyszerű gépek tanulmányozása során megtanultuk, hogy nehéz testeket hogyan lehet viszonylag kis erőkifejtéssel mozgatni. Például a következő ábrán látható mozgócsiga segítségével az M terhet $\frac{M \cdot g}{2}$ erővel tudjuk egyensúlyozni vagy egyenletesen mozgatni.

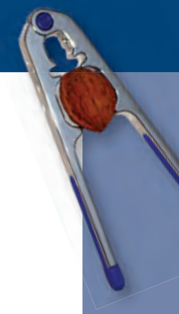
Ahhoz, hogy a terhet h-val magasabbra emeljük, a húzóerőnek $2h$ úton kell hatnia, vagyis az erő munkája $W = \frac{M \cdot g}{2} \cdot 2h$. Ez pontosan megegyezik azzal a munkával, amit akkor kell végezni, ha csigák nélkül a teherre közvetlenül hatva $M \cdot g$ erővel, azt h magasságba emelnénk. Vagyis a csigák alkalmazásával nem takarítottunk meg munkát. *Kisebb erőt kell kifejtenünk, de hosszabb úton.*



Munkavégzés mozgócsigával

Általában elmondható, hogy **egyszerű gépek alkalmazásával munkát nem lehet megtakarítani**. Amilyen arányban kisebb az erő az egyszerű gép alkalmazása következtében, olyan arányban növekszik az erő hatásának útja a teher azonos elmozdulása eléréséhez. Mivel a valóságos helyzetekben a súrlódás, a nem nulla tömegű csigák forgatása és a rugalmatlan deformációk az általunk végzett munka egy részét elhasználják, összességében több munkát kell végeznünk, mint az egyszerű gépek alkalmazása nélkül.

Az emberi szervezet élettani tulajdonságaiból adódik, hogy bizonyos nagyságú erőt viszonylag hosszú ideig tud kifejteni anélkül, hogy az számára különösebben megterhelő lenne. Nagy erőt csak rövid ideig képes kifejteni, és van egy határ, aminél nagyobbat már nem tud. Ezért az egyszerű gépeknek az a gyakorlati jelentősége, hogy az adott helyzetben szükséges erőt a munkavégző személy számára kellemes nagyságúra redukálja. Cserébe ezt a kisebb erőt sokkal hosszabb úton kell gyakorolni.



Olvasmány

Arkhimédész (i. e. 287–212)

A testek nyugalmi helyzetének feltételeivel Arkhimédész görög matematikus foglalkozott. Szürakuszaiban született előkelő családban. Hosszabb időt töltött el Alexandriában, ahol valószínűleg Eukleidésztől is tanult. Levelezett a kor nagy tudósaival, többek között Eratoszthenésszel. Arkhimédész elsősorban matematikusnak tartotta magát, de legalább akkora jelentőségűek mechanikai találmányai, mint matematikai tételei. Találmányai közül legismertebbek: a mozgócsiga, a csigasor, a vízemelő csavar és a fogaskerék. Csigasorral nagy terhek emelését végezték, elsősorban hajók vízre bocsátásánál használták.

Leonardo da Vinci (1452–1519)

*Leonardo da Vinci*re elsősorban mint festőre gondolunk, holott ő korának legjelentősebb polihisztora volt. Művészi tevékenysége mellett ismertek matematikusi, hadmérnöki munkái. Az egyik érdekes találmánya egy olyan híd, amit egyenes fadarabokból lehet összerakni, és nincs szükség sem szögekre, sem kötelekre. Egy ilyen „mobil hidat” szükség esetén a középkori katonák gyorsan összeállíthattak egy nagyobb patak felett, majd könnyen szétszedhették, és vihették magukkal tovább.

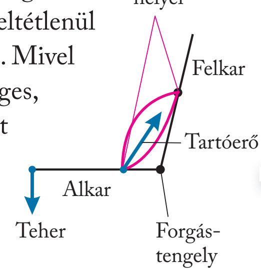
Építs te is Leonardo-hidat néhány pálcikából!

Leonardo tervezett és készített ostromágyúkat, hajítógépeket. Hadmérnöki vázlatai között találunk repülő szerkezeteket, harckocsit, különleges bombákat és egyéb hadigépek.

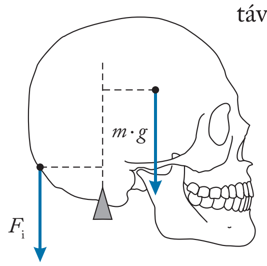
A középkori ellensúlyos hajítógépet elsősorban várak ostromakor használták

Egyszerű gépek az emberi szervezetben

Különböző típusú emelőket fedezhetünk fel végtagjaink tanulmányozásakor. Például az alkar mozgatását végző egyik izomcsoport kétkarú, míg egy másik egykarú emelőként hat. Meglepő módon nem feltétlenül olyan az izmok tapadási helye, hogy a legkisebb erővel tudjuk a terhet mozgatni vagy megtartani. Mivel az izmok összehúzódási sebessége nem túl nagy, gyors mozgatáshoz olyan elrendezés szükséges, amikor az emelő áttétele révén a teher mozgatása gyors lesz, cserébe a kifejtendő erő nagyobb, mint a teher. Ennek fizikai modellje egy olyan egyoldalú emelő, ahol a teher támadáspontja távolabb van a forgástengelytől, mint az erő támadáspontja.



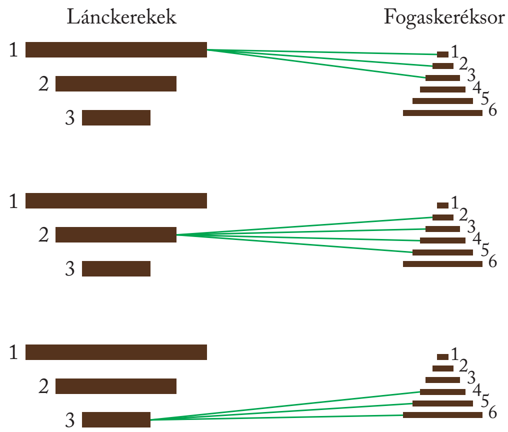
Az emberi fej alátámasztása ugyan nem egy ponton valósul meg (hanem a nyakszirtcsont és az első nyaki csigolya érintkezési felületein), de jól modellezhető egy kétkarú emelővel. A fej tömegközéppontjában ható nehézségi erő forgatónyomatékával a koponyán az öreglyuk mellett tapadó tarkóizmok által kifejtett erő nyomatéka tart egyensúlyt. A tarkóizom éber állapotban folyamatosan feszes, de elalváskor elernyed. Emiatt bukik előre a fejünk, amikor ülve elbóbiskolunk (pl. hosszú utazás során).



Olvasmány

Hengerkerék gyakorlati alkalmazása

A kerékpár ülése alatt lévő tengelyen több, különböző méretű lánckereket, a hátsó tengelyen pedig fogaskeréksort találunk. A lánckereket a hajtókar és a pedál segítségével hajtjuk, a forgatónyomatékot a lánc juttatja el a hátsó kerékhez. A kerékpározást megkönnyíti a váltó használata. A láncot egy kisebb lánckerékre mozgatva a pedálozás könnyebbé válik (lefelé váltás). A láncot egy nagyobb lánckerékre váltva a pedálozás nehezebbé válik (felfelé váltás). A hátsó keréknél fordított a helyzet. A legnagyobb (hátsó) fogaskerék és a legkisebb (első) lánckerék együttes használata a legmeredekebb emelkedőkhöz alkalmas. A legkisebb hátsó és legnagyobb első kombináció a legnagyobb sebességhez alkalmas.



A csiga és az ék gyakorlati alkalmazása

A kondicionálótermekben lévő gépek többségében több alkatrész mellett csigák is vannak, amelyek egyrészt a kifejtendő erő irányát (álló csigák) hivatottak megváltoztatni, másrészt változtatható velük az erő nagysága is (mozgó csigák).

A magas hegyekre vezető utakat szerpentinnek (kanyargós útnak) építik meg. Így könnyebb rajtuk felmenni, sőt közönséges gépkocsival csak így lehet átjutnunk a hegyi hágókon. Gyakran előfordul, hogy meredek emelkedőkön akár egyes sebességfokozatba is vissza kell kapcsolnunk, mert így képes az autó motorja maximális forgatónyomatékot kifejteni. Hosszabb úton és sokkal lassabban tudnak a járművek a szerpentineken haladni, ezért a legforgalmasabb helyeken alagutakat fúrnak a hegyekben, ezek megépítése viszont igen drága.

A hegytetőről lefelé a szerpentineken a hegyoldalhoz képest kisebb a lejtés, ezért tudunk viszonylag biztonságosan lejutni. A lejtőkön vigyázatlanul lefelé haladva könnyen felgyorsulhatunk, ami igencsak megnehezíti a következő szerpentinkanyar bevételét. Lefelé haladva is viszonylag alacsony sebességfokozatba kell kapcsolnunk, hogy motorfékkel is hatásosan fékezzük felgyorsulni vágyó gépkocsink mozgását.

A szerpentineken speciális közlekedési táblákkal jelzik előre az út lejtését, illetve emelkedését. Ezek közepén egy lejtő, illetve egy emelkedő látható, továbbá egy százalékos érték. Például 12%, ami azt jelenti, hogy az emelkedőn 100 méter út megtétele során 12 métert emelkedünk.

Projektfeladat

1 Izomerő

Mérd meg a bicepszed erejét különböző terheléseknél! Először tapintsd ki, hogy a könyökízületedtől milyen távolságra van a bicepszed tapadási helye! Majd mérd meg az alkarod hosszát! Egy átlagos ember alkarjának tömege 2 kg, a súlypontja középen található. Tartsd a felkarod függőlegesen, az alkarod pedig vízszintesen behajlítva! Ekkor csak az alkar terhét kell tartani. Ezután tegyél szatyorba körülbelül 2 kg tömegű nehezéket, és tartsd meg az alkaroddal vízszintesen! Hányszor nehezebbnek érzed? Végezz számítást! Hányszor több erőt fejt ki a bicepszed? Tartsd fel a karod függőlegesen, majd ereszd az alkarod a fejed fölé! Most a tricepszed tartja az alkarod. Mekkora erőt fejtesz ki? Az izom tapadási helye a könyök forgáspontjától kb. 3 cm távolságra van.

2 Szerszámok és eszközök

Csoportosítsd az alábbi háztartási eszközöket, szerszámokat, szerkezeteket az egyszerű gépek típusai szerint: tű, diótörő, csipesz, fejsze, villáskulcs, sörnyitó, dugóhúzó, libikóka, zongoraszék, sajtreszelő, húsdaráló, konzervnyitó, harapófogó, kés, csigalépcső! Keress még környezetedben az egyszerű gépek elvén működő szerkezeteket!

Kérdések és feladatok

1 Egy talicskával egyszerre 80 kg földet szeretnénk eltolni. Mekkora erővel kell megemelnünk a talicskát, ha a hossza 1,4 m, a rajta lévő teher tömegközéppontja pedig 0,3 m-re van a kerék középpontjától?

2 Egy csípőfogó markolatának végére kezünkkel 20 N nagyságú erőt fejtünk ki. A csípőfogó vágóél felőli hossza 10 mm, a markolatának hossza 8 cm. Mekkora erő éri vágás közben a rézdrótot?

3 Egy építkezésen a 4 kg tömegű mozgócsigára 30 kg össztömegű, téglával megrakott vödröt akasztanak. Mekkora erővel húzhatjuk egyenletesen felfelé a vödröt? Mekkora erőt fejt ki egyenletes mozgatáskor a kötél a felfüggesztési pontra?

4 Egy működő kerekes kút hengerének sugara 10 cm, a hajtókar sugara 60 cm. Mekkora erővel lehet a kútból felhúzni a 20 kg tömegű, vízzel teli vödröt?

5 A gémeskút 200 kg-os kútgémének egyik fele 4 m, a másik fele 6 m hosszúságú. A kútgém hosszabbik végén vödör lóg, amelynek vízzel teli tömege 25 kg. Mekkora tömegű fahasábot (koloncot) rögzítettek a kútgém szabad végéhez, ha a gémeskút vízszintes állapotban éppen egyensúlyi helyzetben van?

A kerekes kút hengerkerékként működik

Összefoglalás – Munka, energia, teljesítmény

A *Munka, energia, teljesítmény* fejezetben különböző mechanikai energiafajtákat ismertünk meg, és egymásba alakulásuk folyamatát, a munkavégzést vizsgáltuk.

A rugóban tárolt **rugalmassági energia** a rugót jellemző rugóállandótól és a deformáció mértékét jellemző megnyúlás négyzetétől függ.

$$E_r = \frac{1}{2} D \cdot (\Delta l)^2$$

Egy testnek egy rögzített vízszintes síkhoz képest h magasságban $E_h = m \cdot g \cdot h$ **magassági** (helyzeti) **energiá**ja van.

A mechanikai energia megmaradásának tétele: Ha egy rendszerben csak konzervatív erők hatnak, akkor a mechanikai energiák összege állandó.

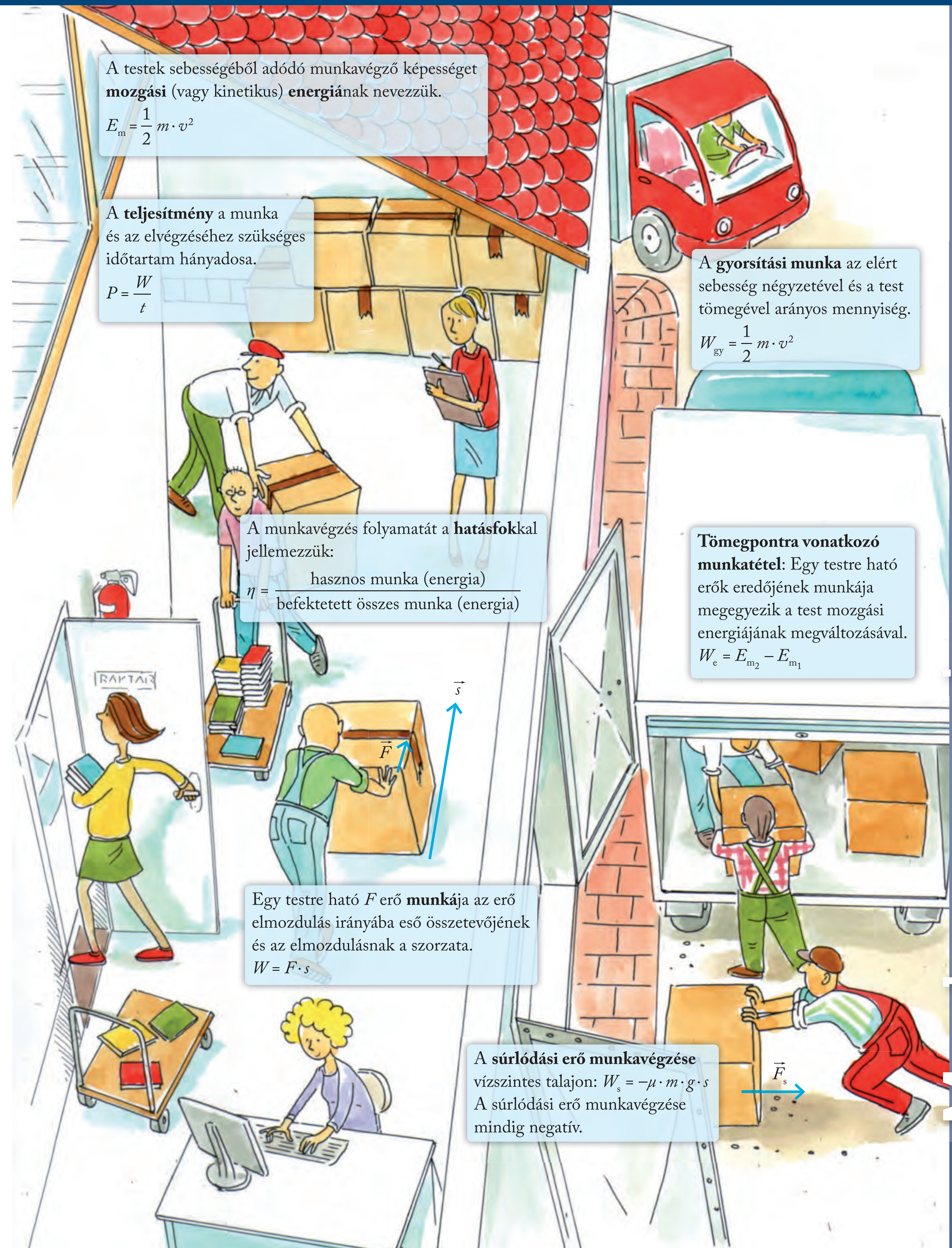
$E_m + E_h + E_r =$ állandó

Egyenletes mozgatás esetén az emelőerő és a nehézségi erő nagysága azonos, így az **emelési munka**:

$W_{em} = m \cdot g \cdot h$

Nullszint: viszonyítási szint.

Ha az erő merőleges az elmozdulásra, akkor nincs munkavégzés.



A testek sebességéből adódó munkavégző képességet **mozgási** (vagy kinetikus) **energiá**nak nevezzük.

$E_m = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

A **teljesítmény** a munka és az elvégzéséhez szükséges időtartam hányadosa.

$P = \frac{W}{t}$

A **gyorsítási munka** az elért sebesség négyzetével és a test tömegével arányos mennyiség.

$W_{gy} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

A munkavégzés folyamatát a **hatásfok**kal jellemezzük:

$$\eta = \frac{\text{hasznos munka (energia)}}{\text{befektetett összes munka (energia)}}$$

Tömegpontra vonatkozó munkatétel: Egy testre ható erők eredőjének munkája megegyezik a test mozgási energiájának megváltozásával.

$W_e = E_{m_2} - E_{m_1}$

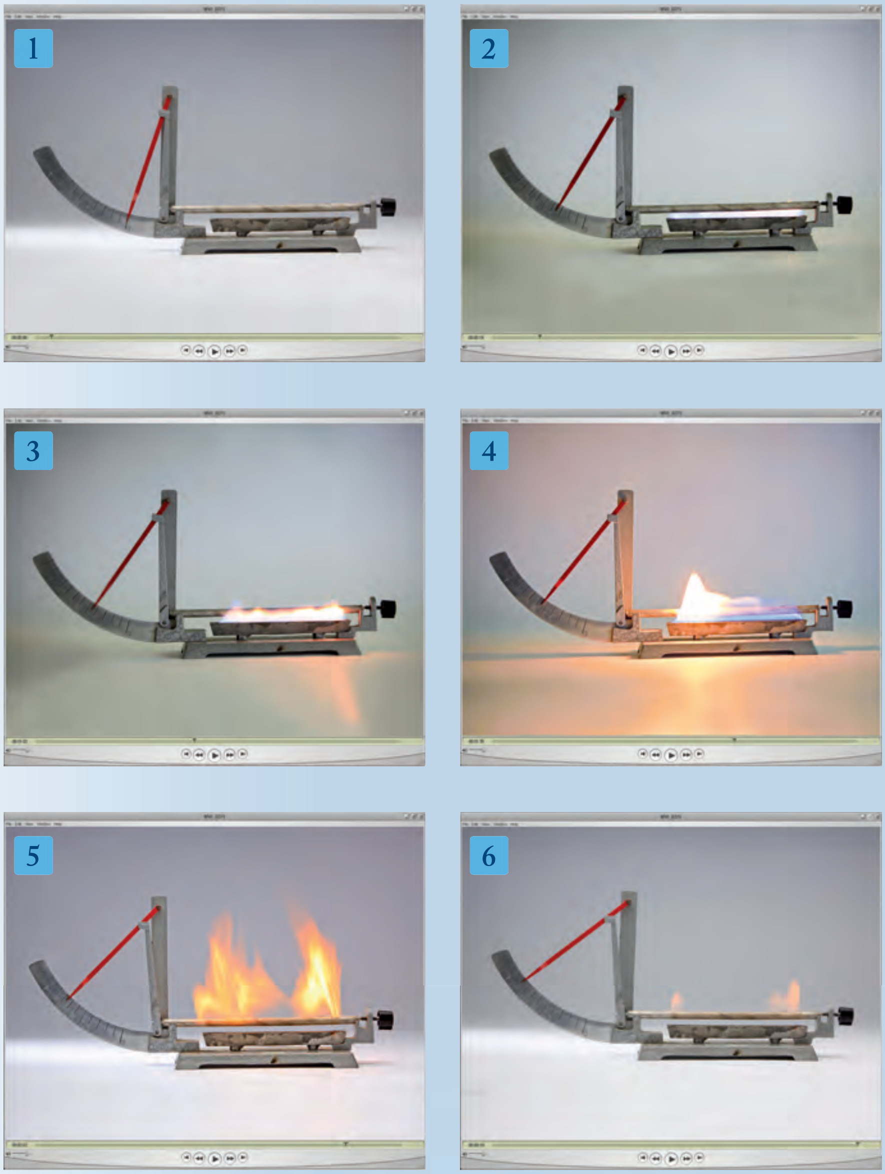
Egy testre ható F erő **munká**ja az erő elmozdulás irányába eső összetevőjének és az elmozdulásnak a szorzata.

$W = F \cdot s$

A **súrlódási erő munkavégzése** vízszintes talajon: $W_s = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s$

A súrlódási erő munkavégzése mindig negatív.

Emeltyűs pirométerrel végzett hőtágulási kísérlet



Hőtani folyamatok

- *Hőmérséklet*
- *Hőtágulás*
- *Gázok állapotváltozása*
- *Gáztörvények*

A következő fejezetben a *hőtani alapjelenségek, folyamatok* értelmezésével foglalkozunk. Ételt főzünk, vagy fűtjük a lakásunkat, hűtjük az élelmiszereinket, emelkedik a testhőmérsékletünk: ezek mindegyike hőtani folyamat. Olyan fizikai mennyiségekkel ismerkedünk meg, amelyek pontosan jellemzik a hőtani folyamatokat.

A gázok tulajdonságait is vizsgáljuk. Mérhető mennyiségekre (nyomás, térfogat, hőmérséklet) és tapasztalati tényekre alapozva mondunk ki törvényeket, tételeket. Ezt a tárgyalási módot szokás fenomenológiai módszernek nevezni.

18. lecke

A hőmérséklet és a hőmennyiség

Mi okozza a testek hőmérsékletének, halmazállapotának megváltozását?

Sok betegség magas lázzal jár. A gyógyulás érdekében fontos, hogy pontosan mérjük a beteg testének hőmérsékletét. Hőmennyiség, hőmérséklet gyakran használt fogalmak. Először ezeket a fizikai fogalmakat határozzuk meg, majd a hőmérséklet mérésével is foglalkozunk. ***Hogyan lehetne hőmérőt készíteni? Hogyan lehet megmérni a testek hőmérsékletét?***

Hőmérséklet, hőmennyiség

Sok érdekes és lényeges tulajdonságát ismerjük a testeknek: tömeg, elektromos töltés, mágneses tulajdonságok és „hőállapot”. Mi is ez a „hőállapot”? A „hőállapotot” az emberek, állatok, növények is érzékelik. Érzékszerveink azonban bizonytalanok. A langyos vizet melegebbnek érezzük, ha előtte hideg vízbe mártottuk a kezünket, és hidegebbnek, ha előtte forró vízbe nyúltunk. **A testek „hőállapotát” számszerűen jellemző fizikai mennyiség a hőmérséklet.**

A tenyerünk összedörzsöléskor a súrlódás következtében (mechanikai kölcsönhatás) felmelegszik. Ha kezünkbe veszünk egy csésze forró teát vagy meleg vízbe nyúlunk, vagyis kezünk magasabb hőmérsékletű anyaggal érintkezik (termikus kölcsönhatás), szintén emelkedik a hőmérséklete. A testek hőmérséklete tehát mechanikai vagy termikus kölcsönhatás során változhat meg.

A termikus kölcsönhatás közben átadott energiát, amely megváltoztatja az anyagok hőmérsékletét, halmazállapotát, hőmennyiségnek vagy röviden hőnek nevezzük. Jele: *Q*. Mértékegysége: J.

A hőmennyiség a termikus kölcsönhatás közben felvett vagy leadott energiát méri. A hőmennyiséget régen, tévesen, „súlytalan” folyadéknak tekintették.

A hőmérséklet mérése

A hőmérséklet meghatározása, pontos mérése – annak ellenére, hogy közismert, gyakran használt fogalom – régi vágya volt a fizikusoknak. Napjaink-

ban természetesnek vesszük a hőmérséklet mérését, a különböző hőmérők használatát, de ez nem volt mindig így.

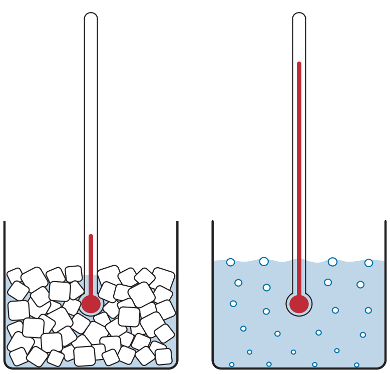
A XVII. században Galileo *Galilei* (1564–1642) készített hőmérőt, amely a gázok térfogatváltozásán alapult. Ez a hőmérő viszonylag érzékeny volt, de pontatlan.

Először Gabriel *Fahrenheit* (1686–1736) német fizikus készített olyan hőmérőt, amely elfogadható pontossággal működött. Alappontokként a jégből, vízből és szalmiáksóból álló keveréket, illetve az emberi test hőmérsékletét választotta. Az angolszász országokban még ma is használják a Fahrenheit-skálát.

A napjainkban is használatos hőmérőt Anders *Celsius* (1701–1744) svéd csillagász alkalmazta először. Az általa készített hőmérő jól megfelel azoknak a tapasztalati tényeknek, amelyek alapján érzékszerveinktől függetlenül mérhetjük a hőmérsékletet:

– a testek tulajdonságai (hosszúság, elektromos ellenállás) általában függnek a hőmérséklettől;
– különböző hőmérsékletű testek érintkezésekor a hőmérséklet-különbségek kiegyenlítődnek;
– a természetben léteznek jól meghatározható hőmérsékletek, például a víz olvadáspontja és forráspontja.

A Celsius-féle hőmérő az üvegcsőben lévő higanyoszlop hosszának hőmérséklet-változás hatására történő megváltozását használja fel. Az alappontok: normál légnyomáson az olvadó, tiszta jég (0 °C) és a forrásban lévő víz (100 °C) hőmérséklete. A két alappontnak megfelelő jelek közti szakaszt 100 egyenlő részre osztjuk, és így megkapjuk az egységet. A fokbeosztást az alappontokon túl felfelé és lefelé is folytathatjuk.



Celsius-féle hőmérő készítése

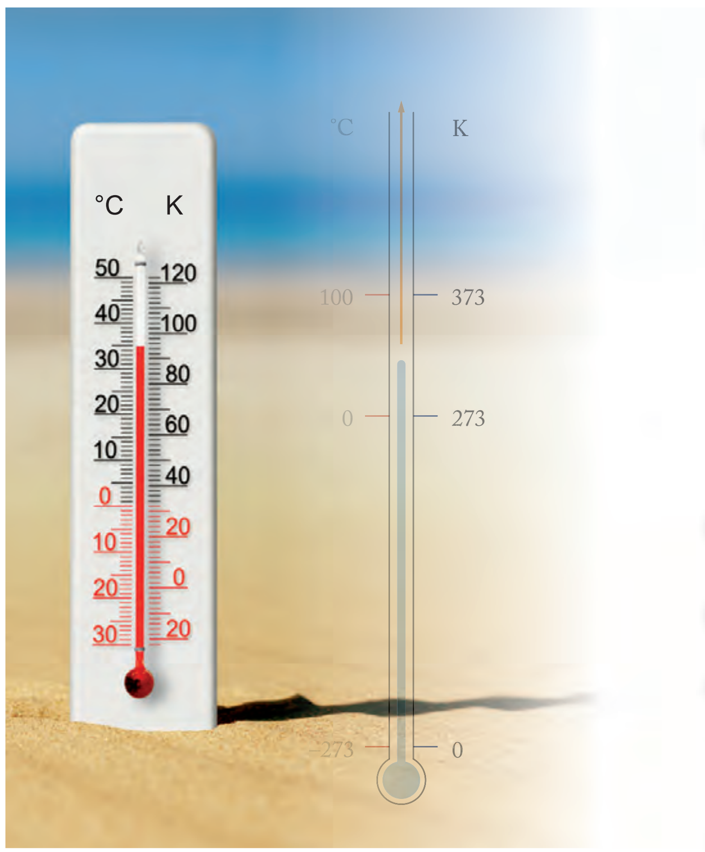
Kelvin-skála

Lord *Kelvin* (William *Thomson*) (1824–1907) angol fizikus vezette be az abszolút hőmérsékleti skálát, melyet később róla neveztek el Kelvin-skálának. Ez a skála nem tartalmaz negatív értékeket, hiszen 0 pontja az abszolút nullapont, aminél nem létezik alacsonyabb hőmérséklet. Ez kerekítve –273 °C. A Kelvin-skálán a hőmérsékletegység megegyezik a Celsius-skála egységével. A két skálán mért adott hőmérséklet-változás egyenlő, azaz:

$$\Delta T\,(\mathrm{K}) = \Delta T\,(°\mathrm{C})$$

A hőmérsékletértékek közötti kapcsolat pedig a következőképpen adható meg:

$$T\,(\mathrm{K}) = T\,(°\mathrm{C}) + 273$$



Celsius- és Kelvin-skála

Miért nevezik „abszolút jellegű”-nek a Kelvin-skálát?

Mi mennyire meleg?

Érdemes megnézni, hogy a környezetünkben, illetve a nagyvilágban hol, mekkora a hőmérséklet.

Gyakori kérdés, hogy hány fokos a világűr. Ez önmagában értelmetlen felvetés, mert ha a világűrt úgy tekintjük, hogy ott semmi nincs, akkor nincs minek a hőmérsékletéről beszélni. Nagyon kis sűrűségben és változó eloszlásban találhatók elemi részecskék, és mindenütt jelen van a kozmikus háttérsugárzás. A kérdésre adott szokásos válasz: 2,7 K. Az egy értelmes szám, ha tudjuk, hogy mire vonatkozik. A mai elfogadott elmélet szerint az általunk ismert világ, a világegyetem ősrobbanással jött létre. Ennek jele, maradványa a napjainkban is tapasztalható kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás. Ez egy olyan eloszlású elektromágneses sugárzás, ami egy 2,7 K-es test sugárzásának felel meg. Mivel ez a sugárzás csaknem egyenletesen van jelen mindenütt, ezért a hozzá tartozó hőmérsékletet szokás a világűr hőmérsékletének tekinteni.

Kamerlingh Onnes-nak 1908-ban sikerült cseppfolyósítania a héliumot. Folyékony héliummal hűtve a higanyt annak vezetőképességét vizsgálta. Azt tapasztalta, hogy 4,2 K-en a mintájának ellenállása nullára csökken, vagyis a higany szupravezetővé válik.

A nitrogéngáz –196 °C-on cseppfolyósodik, ez a folyékony nitrogén hőmérséklete. Az MRI, a mágneses magrezonancián alapuló képalkotó diagnosztikai műszer nagy mágneses térben vizsgálja az

emberi szervezetet. A mágneses teret szupravezető mágnes állítja elő, amit folyékony nitrogénnel hűtenek.

A Földön természetes körülmények között valaha mért legalacsonyabb hőmérséklet –93 °C, a legmagasabb 70 °C. Ezek az értékek a levegőre vonatkoznak.

Fagyasztószekrényben, fagyasztóládában a legtöbb típus esetében –18 °C van.

Hűtőgépben alul 2-3 °C, a felső polcon 8-10 °C lehet. (Ne felejtsük el: a meleg levegő felfelé áramlik.)

Nyáron a felmelegedett talaj, ami már égeti a talpunkat, 50-70 °C-os is lehet.

A víz (normál körülmények között) 100 °C-on forr.

A konyhai sütőben 200-250 °C körüli hőmérsékleten sütjük az ételeket.

Ha egy sötét konyhában bekapcsoljuk az elektromos tűzhely egyik lapját, vagy egy „rezsót”, akkor egy idő után sötétvörösnek látjuk a felületét. Ekkor 500-550 °C a hőmérséklete.

Egy hagyományos izzó volfrámszáljának hőmérséklete 3000 K körüli.

A legmagasabb hőmérsékleten a volfrám olvad, 3422 °C-on.

A szén gyémánt változata 3500 °C-on bomlik, grafit formája 3650 °C-on szublimál.

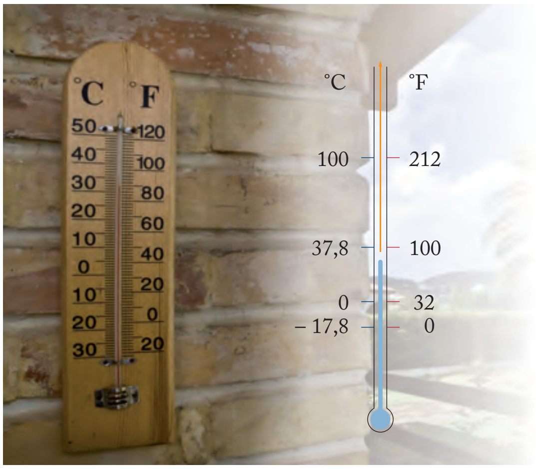
Napunk felületi hőmérséklete közel 6000 K, belsejében, ahol a magfúziós energiatermelés történik, $15 \cdot 10^6$ K van.

Olvasmány

Gabriel Daniel Fahrenheit (1686–1736)

Német fizikus, Danzigban (Gdańsk, mai Lengyelország) született. Apja kereskedőnek taníttatta Amszterdamban. Fahrenheitet azonban a gyakorlati természettudományok érdekelték. A hőmérők készítésében nagy ügyességre tett szert. Hőmérőit először borszesszel, később higannyal töltötte meg. Alsó alappontként Danzig 1709. évi leghidegebb hőmérsékletét jelölte. Ezt a hőmérsékletet ammónium-klorid (szalmiáksó), jég és víz keverékével állította elő. Felső alappontnak testének hőmérsékletét választotta. A skálát úgy alakította ki, hogy a két pont által meghatározott szakaszt 96 egyenlő részre osztotta. A víz fagyáspontja ezen a skálán 32, forráspontja 212. *Az általa készített hőmérőt napjainkban az Egyesült Államokban és néhány angol nyelvű országban használják.*

Fahrenheit volt az első, aki a vizet fagypont alá hűtötte. Élete nagy részét Angliában és Hollandiában töltötte. A Royal Society tagja volt.



Fahrenheit- és Celsius-skála

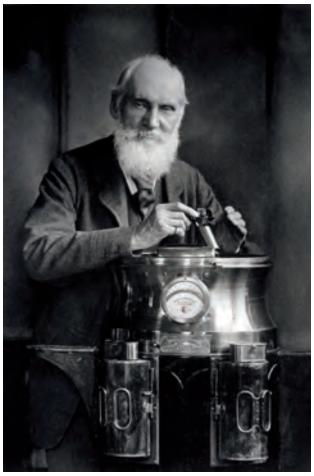

Anders Celsius (Olof Arenius festménye, XVIII. század)

Anders Celsius (1701–1744)

Svédországban, Uppsalában született. Azon az uppsalai egyetemen tanult matematikát, fizikát és csillagászatot, ahol apja az asztronómia professzora volt, nagyapja pedig a matematika professzora.

1737-ben tervezte meg a *ma is használt hőmérsékletskálát*, amely azóta is őrzi a nevét. Celsius azonban a víz forráspontját jelölte 0-val, és fagyáspontját 100-zal. A két számot 1750-ben *Strömer* svéd tudós cserélte fel.

Celsius sokat foglalkozott a Nap és Föld távolságának meghatározásával. Szorgalmazta a Gergely-naptár bevezetését a már pontatlan Julianus-naptár helyett. A XVIII. század kiemelkedő tudósa volt. Sírja Uppsala közelében található. A svéden kívül a berlini akadémia és a Royal Society is tagjai közé fogadta.


Lord Kelvin tájolójával (fényképezte: James Craig Annan, 1902)

Lord Kelvin (William Thomson) (1824–1907)

Észak-Írországban, Belfastban született. Glasgow-ban és Cambridge-ben tanult. 1846-ban Glasgow-ban az egyetemen a természettudományok professzora. Termodinamikai alapkutatásokat végzett, amellyel hozzájárult az *abszolút hőmérsékleti skála kidolgozásához*. 1892-ben főrendi címet kapott Lord Kelvin néven. Róla nevezték el azt a hőmérsékleti skálát, amely alappontjának az abszolút legkisebb hőmérsékletet tekinti.

Hidrodinamikai vizsgálatokat is végzett. Foglalkozott az elektromosság és mágnesség matematikai leírásával.

Hőmérők típusai

A *maximum–minimum* hőmérők a hőmérsékletnek egy meghatározott időközben elért legnagyobb, illetve legkisebb értékét vagy mind a kettőt mutatják. A *higanyos lázmérő* olyan hőmérő, amelynek alsó részén az üvegcső nagyon kis átmérőjű. A higany melegedéskor átjut rajta, visszahúzódáskor azonban megszakad. Rázással lehet visszajuttatni az alsó részbe. A lázmérő maximumhőmérő. Ma már nem gyártanak higanyos lázmérőket, mivel a töréskor keletkező higanygőz veszélyes az emberi szervezetre.

A fémek és félvezetők ellenállása is változik a hőmérséklet hatására. Ezeket a műszereket *ellenállás-hőmérőknek*, illetve termisztoroknak nevezzük.

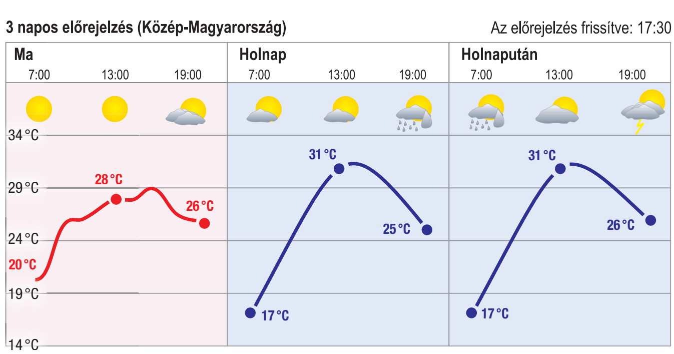
Milyen típusú hőmérőket látunk a fényképen?

Kérdések és feladatok

1 Hogyan befolyásolja a hőmérő tömege és hőmérséklete az 1 dl víz hőmérsékletének mérését?

2 A Kelvin-skála és a Celsius-skála közötti összefüggés: $T(\text{K}) = T(^\circ\text{C}) + 273$
a) Hány K a 41 °C; –23 °C; 128 °C hőmérséklet?
b) Hány °C a 236 K; 418 K hőmérséklet?

3 A következő grafikonokon három napon keresztül 7 órakor, 13 órakor és 19 órakor mért hőmérsékleteket ábrázoltak.
a) Számítsuk ki minden napra a reggel és este mért hőmérsékletek átlagát!
b) Ábrázoljuk oszlopdiagramon a grafikonról leolvasható, naponta 7 órakor, 13 órakor és 19 órakor mért hőmérsékleteket!



4 A képen egy hét időjárásának előrejelzése látható.
a) Számítsuk ki minden napra a naponta előre jelzett maximum- és minimum-hőmérsékletek átlagát!
b) Ábrázoljuk oszlopdiagramon az *a)* feladatban kapott átlagértékeket!

19. lecke

A szilárd testek hőtágulása

Mindennapi tapasztalat, hogy a testek mérete megváltozik, ha megváltoztatjuk a hőmérsékletüket. A legtöbb anyag méretei melegítés hatására növekednek. A növekedést szokás hőtágulásnak nevezni. Vannak azonban olyan ötvözetek, műanyagok is, amelyek melegítés hatására összehúzódnak. ***Hol alkalmaznak ilyen anyagokat?***

Miért helyezik a hidak, felüljárók egyik végén a pályatestet tömör acélhengerekre?

A szilárd testek lineáris hőtágulása

Huzalok, vezetékek, sínek tágulásakor a keresztmetszet változása a hosszváltozáshoz képest elhanyagolható nagyságú. Ha a szilárd test hossza több nagyságrenddel nagyobb, mint a keresztmetszet méretei, akkor a hőtágulás **lineáris hőtágulás**.

KÍSÉRLET

A különböző anyagból készült rudak eltérő nagyságú hőtágulása jól szemléltethető az emeltyűs pirométerrel. A vályúba öntött denaturált szesz elégetésekor keletkező hő melegíti fel a fémrudakat. Azt, hogy mindegyik fémrúd azonos hőmennyiséget kapjon, úgy biztosítjuk, hogy a vályúba azonos térfogatú szeszt töltünk.

Emeltyűs pirométer a kísérlet egyes szakaszaiban

TAPASZTALAT

A hőmérséklet megváltozására bekövetkező hosszváltozás mellett elhanyagolható a keresztmetszet méreteinek megváltozása. Ilyen esetben **hosszanti** vagy **lineáris hőtágulás**ról beszélünk.

A mérések alapján megállapíthatjuk, hogy a hosszváltozás (Δl) egyenesen arányos:
– a hőmérséklet megváltozásával (ΔT);
– az eredeti hosszal (l_0).

KÖVETKEZTETÉS

A két arányosságot egyesítve: $\Delta l \sim l_0 \cdot \Delta T$
Matematikából tanultuk, hogy egyenes arányosság esetén az összetartozó értékpárok hányadosa állandó, azaz:

$$\frac{\Delta l}{l_0 \cdot \Delta T} = \text{állandó}$$

Az állandó értéke függ a testek anyagi minőségétől, azaz minden anyag esetén más és más ez az érték. Ezt az állandót α-val jelöljük, és **lineáris hőtágulási együttható**nak nevezzük.
Mértékegysége: $\frac{1}{°\mathrm{C}}$ vagy $\frac{1}{\mathrm{K}}$.

A lineáris (vagy hosszanti) hőtágulási együttható megmutatja, hogy mennyivel változik meg a test hossza eredeti hosszához viszonyítva, ha 1 °C-kal (illetve 1 K-nel) változik a hőmérséklete.

$$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$$

A változás utáni hosszúság (l) kiszámítása:

$$l = l_0 + \Delta l = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T = l_0 (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Az anyag neve	$\alpha \left(10^{-5} \frac{1}{°\mathrm{C}}\right)$
alumínium	2,4
ezüst	1,9
réz	1,6
üveg	1,1
vas	1,2

Néhány anyag lineáris hőtágulási együtthatója

Létezik-e olyan anyag, amelynek negatív a hőtágulási együtthatója?

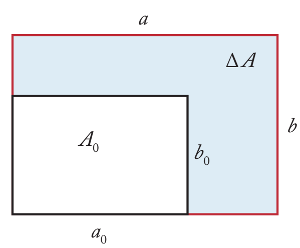
Szilárd testek felületi hőtágulása

Vékony, szilárd anyagból készült lemezek hőtágulásakor eltekinthetünk a vastagságuk megváltozásától. A vastagságuk mérete több nagyságrenddel kisebb, mint a területük mérete.

A lineáris hőtáguláshoz hasonlóan a terület változása (ΔA) egyenesen arányos:
– a hőmérséklet megváltozásával (ΔT);
– az eredeti területtel (A_0).
A két arányosságot összevonva: $\Delta A \sim A_0 \cdot \Delta T$
Az összetartozó értékpárok hányadosa állandó:

$$\frac{\Delta A}{A_0 \cdot \Delta T} = \text{állandó}$$

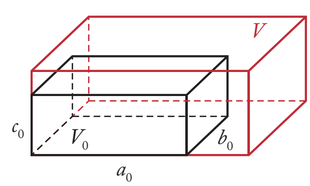
Az állandót **felületi hőtágulási együtthatót**nak szokás nevezni. Az értéke kétszerese a lineáris hőtágulási együtthatónak, 2α.



Lemez hőtágulása

Szilárd testek térfogati hőtágulása

Ha a szilárd testek mindhárom kiterjedése nagyságrendileg azonos, akkor egyik méretének megváltozása sem hanyagolható el.



Téglatest alakú test térfogati hőtágulása

A lineáris hőtáguláshoz hasonlóan a test térfogatának megváltozása (ΔV) egyenesen arányos:
– a hőmérséklet megváltozásával (ΔT);
– az eredeti térfogattal (V_0).
A két arányosságot összevonva: $\Delta V \sim V_0 \cdot \Delta T$

Az összetartozó értékpárok hányadosa állandó:

$$\frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta T} = \text{állandó}$$

Az állandó értéke függ az anyagi minőségtől, amit β-val jelölünk, és **térfogati** (vagy köbös) **hőtágulási együttható**nak nevezzük.

Mértékegysége: $\frac{1}{°\mathrm{C}}$ vagy $\frac{1}{\mathrm{K}}$.

Az értéke háromszorosa a lineáris hőtágulási együtthatónak, $\beta = 3\alpha$.

A térfogati (köbös) hőtágulási együttható megmutatja, hogy mennyivel változik meg a test térfogata az eredeti térfogatához viszonyítva, ha 1 °C-kal (illetve 1 K-nel) változik a hőmérséklete.

$$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

A változás utáni V térfogat:

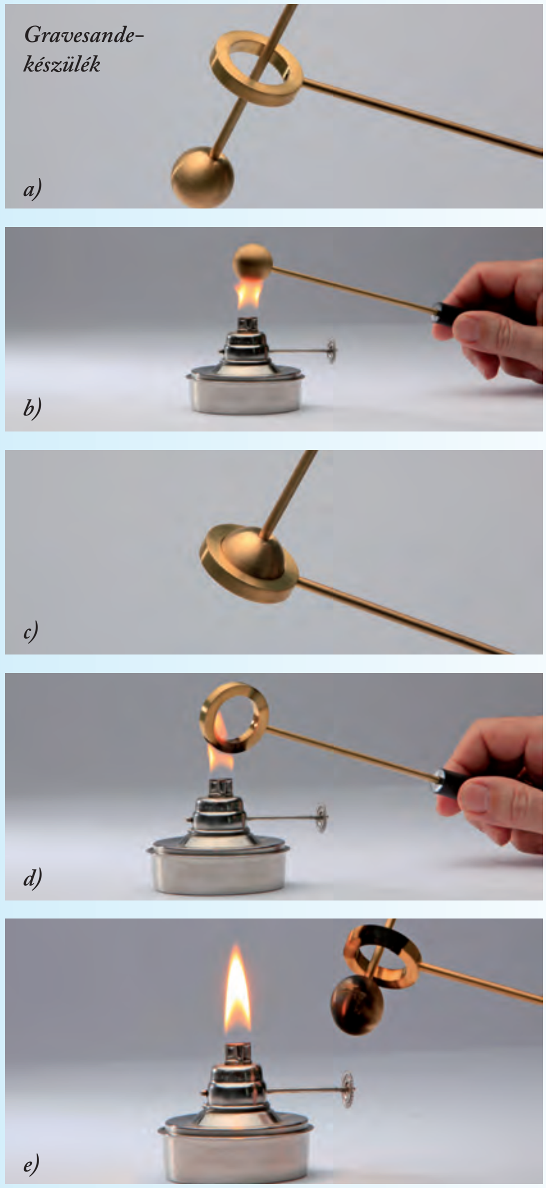
$$V = V_0 + \Delta V = V_0 + \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

$$V = V_0 (1 + \beta \cdot \Delta T)$$

KÍSÉRLET

Az alábbi kísérlet jól szemlélteti, hogy az üreges testek is úgy tágulnak, mintha tömör anyagból lennének. A kísérleti eszköz (Gravesande-készülék) egy fémgyűrűből és egy ugyanolyan anyagú golyóból áll; a golyó szobahőmérsékleten éppen átfér a gyűrűn (*a*).

A fémgolyót – például gázlángon – felmelegítjük (*b*), amitől kitágul, így nem fér át a gyűrűn (*c*). A gyűrű felmelegítése után (*d*) azonban a golyó ismét átfér a gyűrűn (*e*).


Gravesande-készülék
a) *b)* *c)* *d)* *e)*

Olvasmány

Abroncsok régen és ma

Régen a hintók, szekerek kerekét fából készítették. A fa nagyon hamar elkopna, ezért *vasból készült abroncsot* húztak rá. Az abroncsot melegen helyezték a kerékre, az kihűléskor összehúzódva rászorult a fára.

A „technológiát” ma is alkalmazzák a vasúti kocsik kerekének készítésekor. Jó minőségű, kopásálló acélból, melegen abroncsszerű réteget húznak a kerékre. Az egész kereket felesleges lenne a drága, kopásálló acélból készíteni.


Vasból készült abroncs fakeréken

Hőtani folyamatok

KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Egy acél csapágygolyó átmérője 8 °C-on pontosan 2 cm. A csapágyat tartalmazó gépalkatrész működés közben 60 °C-ra melegszik.
a) Mekkora lesz a csapágygolyó átmérője?
b) Milyen arányban csökkent a sűrűsége?
A hiányzó adatokat keressük meg a *Négyjegyű függvénytáblázatokban*!

MEGOLDÁS

Adatok:

$d_1 = 2$ cm
$T_1 = 8$ °C
$T_2 = 60$ °C
$\beta_{\text{acél}} = 3{,}9 \cdot 10^{-5}\ \dfrac{1}{°\text{C}}$

$d_2 = ?, \quad \dfrac{\varrho_2}{\varrho_1} = ?$

a) A csapágygolyó térfogatát a gömb térfogatképletével számoljuk:

$$V_1 = \frac{4 \cdot r_1^3 \cdot \pi}{3}, \qquad d_1 = 2 \cdot r_1, \quad r_1 = 1 \text{ cm}$$

A tágulás utáni térfogat:

$$V_2 = V_1(1 + \beta \cdot \Delta T)$$

Sugarakkal:

$$\frac{4 \cdot r_2^3 \cdot \pi}{3} = \frac{4 \cdot r_1^3 \cdot \pi}{3}(1 + \beta \cdot \Delta T)$$

Egyszerűsítés és az adatok behelyettesítése után:

$$r_2^3 = 1 \text{ cm}^3 \cdot \left(1 + 3{,}9 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{°\text{C}} \cdot 52\ °\text{C}\right)$$

$r_2 = 1{,}00067$ cm, az átmérő pedig $d_2 = 2{,}0013$ cm.

b) A sűrűségre vonatkozó $\varrho = \dfrac{m}{V}$ összefüggés alapján a sűrűségek aránya:

$$\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{\dfrac{m}{V_2}}{\dfrac{m}{V_1}}$$

A golyó tömege állandó, egyszerűsítünk vele, majd behelyettesítjük a V_2 térfogatot:

$$\frac{\varrho_2}{\varrho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{V_1 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)}$$

Innen $\dfrac{\varrho_2}{\varrho_1} = 0{,}998$.

A sűrűség tehát 0,002 ϱ_1-gyel csökkent!

2. Alumíniumból és vasból készült huzalt egymás mellé helyezünk, hosszuk különbsége 12 cm. Ha melegítjük a huzalokat, azt tapasztaljuk, hogy hosszúságuk különbsége nem változik. Milyen hosszúak voltak? $\left(\alpha_{\text{Fe}} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \dfrac{1}{\text{K}};\ \alpha_{\text{Al}} = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\ \dfrac{1}{\text{K}}\right)$

MEGOLDÁS

Adatok:

$l_{\text{Fe}} - l_{\text{Al}} = 12$ cm
$\alpha_{\text{Fe}} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \dfrac{1}{\text{K}}$
$\alpha_{\text{Al}} = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\ \dfrac{1}{\text{K}}$

$l_{\text{Fe}} = ?, l_{\text{Al}} = ?$

Alkalmazzuk az $l = l_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$ összefüggést!

$l_{\text{Fe}} \cdot (1 + \alpha_{\text{Fe}} \cdot \Delta T) - l_{\text{Al}} \cdot (1 + \alpha_{\text{Al}} \cdot \Delta T) = 12$ cm

Rendezzük az egyenletet!

$l_{\text{Fe}} + l_{\text{Fe}} \cdot \alpha_{\text{Fe}} \cdot \Delta T - l_{\text{Al}} - l_{\text{Al}} \cdot \alpha_{\text{Al}} \cdot \Delta T = 12$ cm
$l_{\text{Fe}} - l_{\text{Al}} + \Delta T \cdot (l_{\text{Fe}} \cdot \alpha_{\text{Fe}} - l_{\text{Al}} \cdot \alpha_{\text{Al}}) = 12$ cm

$l_{\text{Fe}} - l_{\text{Al}}$ helyébe írjuk be a 12 cm-t!
$\Delta T \cdot (l_{\text{Fe}} \cdot \alpha_{\text{Fe}} - l_{\text{Al}} \cdot \alpha_{\text{Al}}) = 0$

Mivel ΔT nem lehet 0, ezért
$l_{\text{Fe}} \cdot \alpha_{\text{Fe}} - l_{\text{Al}} \cdot \alpha_{\text{Al}} = 0$.

Rendezzük át az egyenletet!

$\dfrac{l_{\text{Fe}}}{l_{\text{Al}}} = \dfrac{\alpha_{\text{Al}}}{\alpha_{\text{Fe}}} = 2$, ebből $l_{\text{Fe}} = 2 \cdot l_{\text{Al}}$.

Ezt helyettesítsük be az $l_{\text{Fe}} - l_{\text{Al}} = 12$ cm összefüggésbe!
Így azt kapjuk, hogy
$l_{\text{Al}} = 12$ cm és $l_{\text{Fe}} = 24$ cm.
Az alumíniumhuzal 12 cm, a vasból készült huzal 24 cm volt.

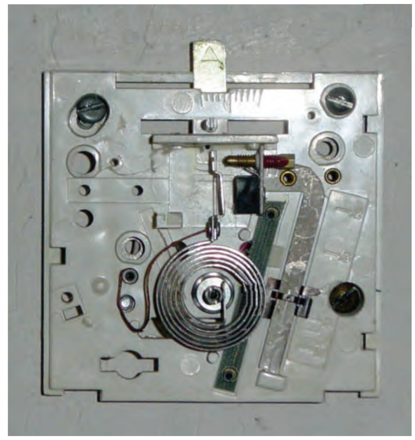
Olvasmány

Bimetallszalag

Kettős fémszalagot (bimetall) úgy készíthetünk, hogy két különböző hőtágulási együtthatójú fémszalagot összeszegecselünk. Melegítéskor a bimetall ívben elhajlik, a nagyobb mértékben táguló lemez a külső, hosszabb ívet képezi. Bimetalltermosztátot alkalmaznak a fűtő- és hűtőkészülékekben a túlmelegedés elleni védelemre. Hőmérők készítésénél is használnak bimetallt.

A bimetallszalag melegítéskor elhajlik

Merre hajlik a bimetallszalag?



Bimetalltermosztát

Vasbeton és kvarcedények

Az építőiparban használt vasbetonban nem keletkeznek feszítőerők hőmérséklet-változás hatására. Ugyanis a vas és a beton hőtágulási együtthatója nagyon kis mértékben tér el egymástól.

A főzéskor, sütéskor használt kvarcedények nagy hőmérséklet-változás hatására sem repednek el. Az ilyen edények anyagának hőtágulási együtthatója nagyon kicsi, $6 \cdot 10^{-7}\,\frac{1}{\mathrm{K}}$. A nem egyenletes melegítés vagy hűtés közben fellépő mechanikai feszültségek is kicsik, az edény nem reped el.

Vasbeton elemek

Hosszú építmények hőtágulása

A hosszú pályatestek *nyáron kitágulnak, télen összehúzódnak*. A hidak esetében a görgőkön elmozdulhat a pályatest, így nem teszi tönkre a pilléreket. A régen épült vasúti síneknél hézagot hagytak, hogy a hőtágulás ne görbítse el a sínpárt. Napjaink fejlett rögzítési technikája lehetővé teszi a sínszálak összehegesztését úgy, hogy ne lépjen fel káros deformáció hőtáguláskor. Az ezzel a technikával készített pályákon a vonatkerekek kattogása megszűnt, és a vonatszerelvények sebessége is nagymértékben növelhető.

Kérdések és feladatok

1 Egy alumíniumból készült elektromos távvezeték hossza 80 km. 20 °C volt a hőmérséklet, amikor építették. Milyen hosszú lesz nyáron 42 °C hőmérsékleten, illetve télen –20 °C-on? $\left(\alpha = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\mathrm{K}}\right)$

2 Egy rézből készült téglatest méretei 5 °C-on 10 cm, 20 cm és 30 cm. A réz hőtágulási együtthatója $1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{°\mathrm{C}}$. Mennyivel változnak meg az élei, a felszíne és a térfogata, ha 30 °C-ra nő a hőmérséklete?

3 Az Eiffel-torony 320 m magas 20 °C hőmérsékleten. Szegecseléssel úgy szerelték össze, hogy még 32 cm magasságnövekedést is kibír. Mekkora hőmérséklet-változást tervezett Eiffel mérnök? $\left(\text{A torony acélból készült, } \alpha = 1{,}17 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\mathrm{K}}.\right)$

4 Télen a raktárban tárolt rézcsövek sűrűsége 0 °C hőmérsékleten 8920 $\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Mennyi lesz a sűrűségük, ha 250 °C-ra melegítjük a csöveket? $\left(\alpha = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\mathrm{K}}\right)$

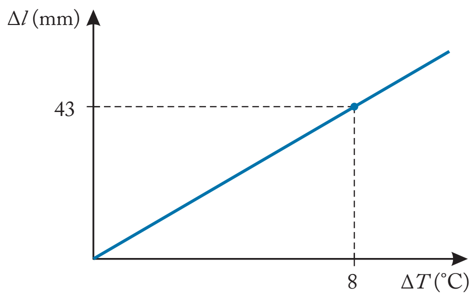
5 Nyáron nagy melegben a villamos-, illetve vasúti sínek elhajlanak, felpúposodnak a hőtágulás következtében. Vízzel kell hűteni a sínszálakat, hogy ne történjen baleset. Hajnalban 12 °C-on pontosan 1,4 km hosszú volt a sínszál. Mekkora volt az acélsín hőmérséklete a nap legmelegebb órájában, amikor 1400,5 méter hosszúnak mérték a sínszálat? $\left(\alpha = 1{,}17 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\mathrm{K}}\right)$

Az Eiffel-tornyot 2,5 millió szegecs tartja össze

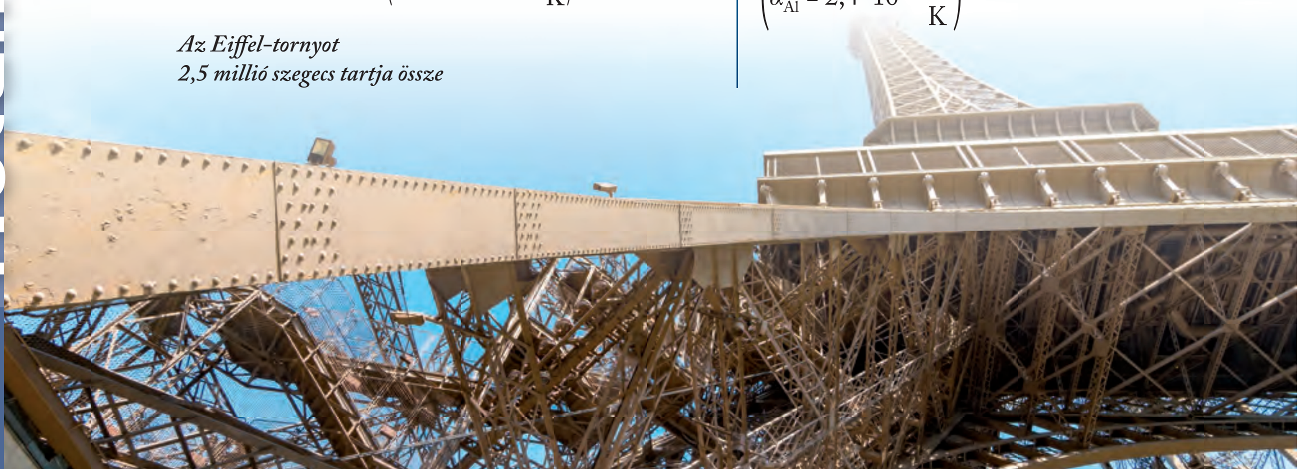
6 Építkezésnél használt gerenda hosszúságának megváltozása 60 °C hőmérséklet-változás hatására 0,078% lesz. Mekkora a gerenda anyagának a hőtágulási együtthatója? Milyen anyagból készülhetett a gerenda? (Használjuk a *Négyjegyű függvénytáblázatokat*!)

7 Gépelemek egymáshoz való rögzítésénél mélyhűtéses eljárást is alkalmaznak. Az eljárás lényege az, hogy a szegecsek átmérője kicsit nagyobb, mint a furatoké. A szegecseket ezért le kell hűteni, hogy illeszthetők legyenek a furatokba. Egy acélszegecs átmérője 22 °C-on 80 mm. Minimum hány °C-ra kell lehűteni, ha 79,8 mm átmérőjű furatba kell belehelyezni? $\left(\alpha = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\mathrm{K}}\right)$

8 A grafikon 300 m hosszúságú huzal hosszváltozását mutatja a hőmérséklet-változás függvényében. Számítsuk ki a huzal lineáris hőtágulási együtthatóját!



9 Vékony alumíniumlemez területe a 14 °C-os raktárban 2,5 m². Mekkora lesz a területe, ha szállítás közben, a tűző napon 35 °C-ra melegszik? $\left(\alpha_{\mathrm{Al}} = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{\mathrm{K}}\right)$



20. lecke

A folyadékok hőtágulása

A szilárd anyagokhoz hasonlóan a folyadékoknak is megnő melegítéskor a térfogata, amit hőtágulásnak nevezünk. A folyadékok melegítéskor nagyobb mértékben tágulnak, mint a szilárd anyagok. A hőtágulás mértéke függ az anyagi minőségtől. ***Miért tilos a hűvös helyiségben benzinnel teletöltött kannát a tűző napra tenni?***

A folyadékok térfogatváltozása

A folyadékoknak nincs önálló alakjuk, mindig a tárolóedény formáját veszik fel. Ezért csak a hőmérséklet-változás hatására bekövetkező *térfogatváltozást* (ΔV) vizsgáljuk. Ezt úgy tehetjük meg, hogy a folyadékot aránylag nagy edénybe tesszük, amely keskeny csőben folytatódik. Az ilyen eszközt szokás *dilatométernek* nevezni.

Dilatométer

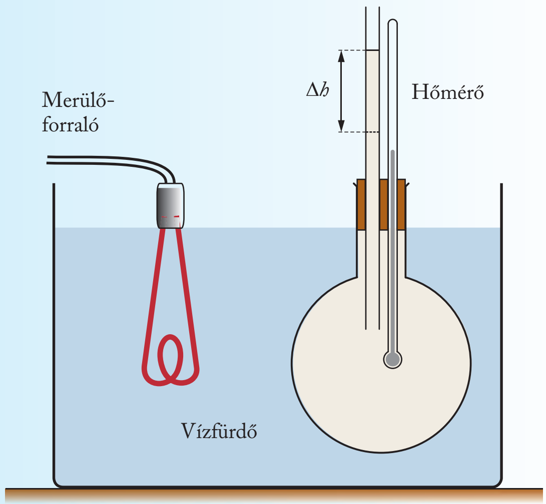
Miért használnak a gépjárművek hűtőberendezésénél utántöltő kiegyenlítőtartályt?

KÍSÉRLET

Helyezzünk vízfürdőbe egy üvegcsövet és egy hőmérőt tartalmazó, vízzel teli lombikot! Mérjük meg az üvegcső belső átmérőjét, ebből kiszámíthatjuk a keresztmetszet (A) területét!

Mérjük meg az üvegcsövön a folyadékoszlop magasságának megváltozását (Δh), miközben a víz hőmérséklete ΔT-vel változik!

A ΔV-t kiszámíthatjuk az $A \cdot \Delta h$ szorzattal.



A dilatométer rajza

Hőtani folyamatok

TAPASZTALAT

A kísérlet elvégzésekor azt tapasztaljuk, hogy a térfogatváltozás (ΔV) egyenesen arányos a hőmérséklet megváltozásával (ΔT) és az eredeti térfogattal (V_0).

KÖVETKEZTETÉS

A két arányosságot összevonva:

$$\Delta V \sim V_0 \cdot \Delta T$$

Az összetartozó értékpárok hányadosa állandó, azaz:

$$\frac{\Delta V}{V_0 \cdot \Delta T} = \text{állandó}$$

Az állandó értéke függ az anyagi minőségtől, amit β-val jelölünk, és térfogati vagy köbös hőtágulási együtthatónak nevezünk.

Mértékegysége: $\frac{1}{°\mathrm{C}}$ vagy $\frac{1}{\mathrm{K}}$.

A térfogati (köbös) hőtágulási együttható megmutatja, hogy mennyivel változik meg a folyadék térfogata az eredeti térfogatához viszonyítva, ha 1 °C-kal (illetve 1 K-nel) változik a hőmérséklete.

$$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot (\Delta T)$$

A változás utáni V térfogat kiszámítása:

$$V = V_0 + \Delta V = V_0 + \beta \cdot V_0 \cdot (\Delta T) = V_0 (1 + \beta \cdot \Delta T)$$

Az anyag neve	$\beta \left(10^{-3}\ \frac{1}{°\mathrm{C}}\right)$
alkohol	1,1
benzin	1,0
glicerin	0,5
higany	0,18
benzol	1,25
tömény kénsav	0,56
sósav (20%-os)	0,3
víz (18 °C-on)	0,13

Néhány folyadék térfogati hőtágulási együtthatója

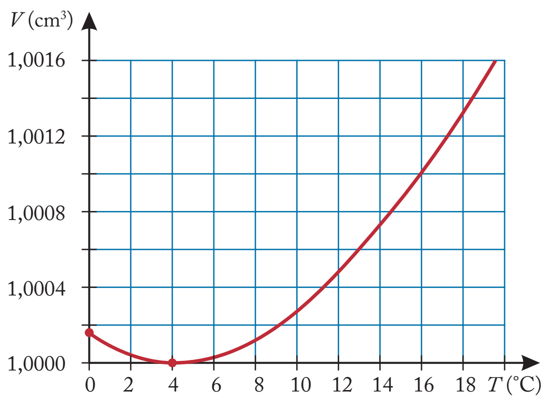
Megfigyelhetjük, hogy ezek az értékek hozzávetőlegesen egy nagyságrenddel nagyobbak a szilárd anyagok köbös hőtágulási együtthatóinál.

A víz térfogatának hőmérsékletfüggése

A folyadékok térfogata melegítés hatására nő. Fontos kivétel a víz. 0 °C és 4 °C között melegítéskor csökken a térfogata, nő a sűrűsége. 4 °C-nál nagyobb hőmérsékleten nő a térfogata, csökken a sűrűsége. Ebből az következik, hogy a víz sűrűsége 4 °C-on a legnagyobb.

9. osztályban a tömeg mértékegységénél olvashattuk, hogy 1 kg a tömege 1 dm^3 desztillált víznek 4 °C-on és normál légköri nyomáson.

Az is leolvasható az alábbi grafikonról, hogy 4 °C-nál magasabb hőmérsékleten nem lineáris a görbe. A víz térfogatának növekedése nem egyenesen arányos a hőmérséklet növekedésével. A víz különleges hőtágulásával magyarázható, hogy az állóvizek télen nem fagynak be fenékig. Ezzel a 31. leckében foglalkozunk részletesen.



A víz térfogatának függése a hőmérséklettől

Szaunázás utáni használatra kialakított „hideg vizű medence" Finnországban. A jégtakaró alatt néhány °C-os víz található

KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Alkoholos hőmérőnk –35 °C-tól +55 °C-ig méri a hőmérsékletet. A skálacső hossza 25 cm, belső átmérője 0,4 mm.

a) Mekkora térfogatú a gömb alakú tartály?

b) Ha a hőmérőben lévő alkohol térfogata 0,34 cm³, akkor hány °C hőmérsékletet mutat?

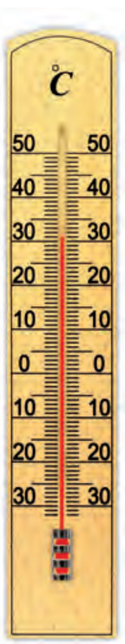
Az üveg tágulását ne vegyük figyelembe!

MEGOLDÁS

$\beta_{\text{alkohol}} = 1{,}1 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{°C}$, $T_1 = -35\ °C$, $T_2 = +55\ °C$

$l = 25$ cm, $d = 0{,}4$ mm, $V = 0{,}34\ cm^3$

a) $V_1 = ?$, *b)* $T_3 = ?$



a) –35 °C-on csak a gömbben van alkohol, +55 °C-on pedig teljesen kitölti a csövet. Legyen V_1 a gömb térfogata, a ΔV pedig a cső térfogata, amit hengerként számítunk ki.

$$\Delta V = V_1 \cdot \beta \cdot \Delta T = r^2 \cdot \pi \cdot l$$

Fejezzük ki V_1-et!

$$V_1 = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot l}{\beta \cdot \Delta T} = \frac{(2 \cdot 10^{-4})^2\ m^2 \cdot \pi \cdot 0{,}25\ m}{1{,}1 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{°C} \cdot 90\ °C}$$

$d = 0{,}4$ mm

A számítás elvégzése után:

$V_1 = 3{,}17 \cdot 10^{-7}\ m^3$

A gömb alakú tartály térfogata 0,317 cm³.

b) A hőmérőben lévő alkohol térfogata egyenlő a gömbben és a csőben (V_{cs}) lévő térfogatok összegével: $V = V_1 + V_{cs}$

A V_{cs} térfogat kiszámítható:

$V_{cs} = V - V_1 = 0{,}34\ cm^3 - 0{,}317\ cm^3 = 0{,}023\ cm^3$

A V_{cs} térfogat azonos az alkohol térfogatváltozásával (ΔV):

$$\Delta V = V_{cs} = V_1 \cdot \beta \cdot \Delta T, \quad \text{azaz} \quad \Delta T = \frac{V_{cs}}{V_1 \cdot \beta}$$

Helyettesítsük be az adatokat, végezzük el a számítást:

$$\Delta T = \frac{0{,}023\ cm^3}{0{,}317\ cm^3 \cdot 1{,}1 \cdot 10^{-3}\ \frac{1}{°C}} = 65{,}96\ °C$$

$\Delta T = T_3 - T_1$, ebből

$T_3 = \Delta T + T_1 = 65{,}96\ °C - 35\ °C = 30{,}96\ °C$

A hőmérő 31 °C hőmérsékletet mutat.

2. A 10 literes rézfazék 75 °C-on tele van vízzel. Hány °C-ra hűlt le, ha még 0,5 dl vizet lehetett beletölteni? A réz hőtágulását is vegyük figyelembe! A víz térfogati hőtágulási együtthatója jó közelítéssel: $5{,}85 \cdot 10^{-4}\ \frac{1}{°C}$.

MEGOLDÁS

$V = 10\ l = 100\ dl$

$T_1 = 75\ °C$

$\alpha_{\text{réz}} = 1{,}6 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{°C}$, $\beta_{\text{víz}} = 5{,}85 \cdot 10^{-4}\ \frac{1}{°C}$

$T_2 = ?$

Írjuk fel, mennyivel csökkent a víz térfogata!

$$\Delta V_{\text{víz}} = \beta_{\text{víz}} \cdot V \cdot T = 5{,}85 \cdot 10^{-4}\ \frac{1}{°C} \cdot 100\ dl \cdot \Delta T$$

Írjuk fel, mennyivel csökkent a rézfazék térfogata!

$$\Delta V_{\text{réz}} = \beta_{\text{réz}} \cdot V \cdot T = 4{,}8 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{°C} \cdot 100\ dl \cdot \Delta T$$

A két térfogatváltozás különbsége 0,5 dl.

$$0{,}5\ dl = \Delta V_{\text{víz}} - \Delta V_{\text{réz}}$$

Helyettesítsük be az ismert mennyiségeket:

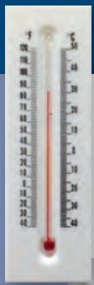
$$0{,}5\ dl = 5{,}85 \cdot 10^{-4}\ \frac{1}{°C} \cdot 100\ dl \cdot \Delta T - {}$$
$$- 4{,}8 \cdot 10^{-5}\ \frac{1}{°C} \cdot 100\ dl \cdot \Delta T$$

Ebből a ΔT kiszámítható: $\Delta T = 9{,}3\ °C$

A 75 °C ΔT-vel csökkent:

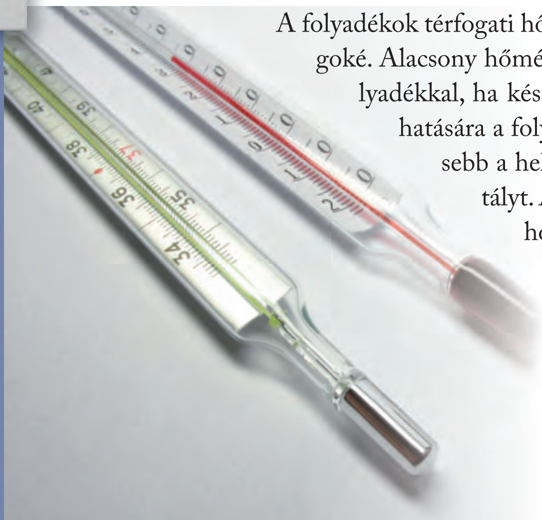
$$T_2 = T_1 - \Delta T = 75\ °C - 9{,}3\ °C = 65{,}7\ °C$$

A rézfazék és a benne lévő víz hőmérséklete 65,7 °C-ra csökkent.



Folyadékok hőtágulása tartályokban

Olvasmány



A folyadékok térfogati hőtágulási együtthatója egy nagyságrenddel nagyobb, mint a szilárd anyagoké. Alacsony hőmérsékleten a tartályokat, edényeket nem szabad teletölteni jól táguló folyadékkal, ha később magas hőmérsékletű helyre visszük. A nagy hőmérséklet-változás hatására a folyadék egy része kifolyik az edényből. A zárt tartályoknál még veszélyesebb a helyzet, hiszen a mechanikai feszítőerők szétrepesztik, tönkreteszik a tartályt. A gépjárművek hűtőberendezésénél azért használnak kiegyenlítőtartályt, hogy a hűtőfolyadék tudjon tágulni, ne feszítse szét a hűtőberendezést és az összekötő csöveket.

A hőmérőkben olyan folyadékokat alkalmaznak, amelyeknek alacsony a fagyáspontja. A hőmérséklet ezáltal széles intervallumon mérhető. A higanyos hőmérők –39 °C és 300 °C között, az amil-alkoholt tartalmazók –110 °C és 135 °C között használhatók. A hőmérőkben a tartály vékony üvegcsőben folytatódik. Ennek az a következménye, hogy néhány fokos hőmérséklet-változás is a folyadék jól látható hosszváltozását eredményezi.

Kérdések és feladatok

1 A gyógyszertár raktárában 10 °C-on 2 liter glicerint öntöttek egy tartályba. Mekkora lesz a glicerin térfogata a 22 °C-os laboratóriumban? Ne vegyük figyelembe a tartály térfogatának megváltozását!

2 Üvegpalackba 24 °C-os hőmérsékleten benzint töltünk. Mekkora hőmérsékleten lesz a térfogata 3%-kal kisebb? Az üveg hőtágulását ne vegyük figyelembe!

3 Ismeretlen folyadék hőtágulási együtthatóját szeretnénk meghatározni. Ezért az anyagból 200 ml-t töltünk 5 °C hőmérsékleten egy mérőhengerbe. Ha 40 °C-ra melegítjük, a térfogata 210 ml lesz. Számítsuk ki, hogy mekkora a folyadék hőtágulási együtthatója! A mérőhenger hőtágulását ne vegyük figyelembe! Keressük meg a folyadék nevét a *Négyjegyű függvénytáblázatok* segítségével!

4 A Fertő tó átlagos vízmélységét tekintsük 2,5 m-nek. Jelentősen változik-e a vízszintje, ha a napi hőmérséklet-ingadozás 6 °C, és nem vesszük figyelembe a párolgást?

5 A tanulók kémiaórán a sósav sűrűségét 18 °C-on 1190 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$-nek mérték. Mekkora lesz a sűrűsége 80 °C-on?

6 Egy 0,4 literes, sárgarézből készült kupát teletöltünk vízzel 20 °C-os hőmérsékleten. Mennyi víz folyik ki a kupából, ha 70 °C-ra melegítjük? A réz hőtágulását is vegyük figyelembe!

7 A 16 literes, vasból készült fazék 80 °C-os hőmérsékleten tele van vízzel. Mennyi vizet tölthetünk bele, ha 10 °C-ra lehűl?

A Fertő tó madártávlatból

21. lecke

A gázok állapotváltozásai

Miért nehéz lecsavarni a lekvárosüveg tetejét, ha forrón zárták le?

Ha összenyomjuk a kerékpárpumpába zárt levegőt, megnő a nyomása. A hőmérsékletet állandónak tekintjük. ***Hogyan kell végrehajtanunk az összenyomást, hogy ne változzon meg számottevően a levegő nyomása?***

A gázok állapotának jellemzése

Ha adott tömegű és térfogatú gáz nyomása és hőmérséklete mindenütt azonos, akkor **egyensúlyi állapot**ban van.

A gázok állapotát jól mérhető mennyiségek egyértelműen meghatározzák: a gáz nyomása (p), térfogata (V), hőmérséklete (T) és tömege (m). Ezeket a fizikai mennyiségeket állapotjelzőknek vagy állapothatározóknak nevezzük.

A gázok mennyiségét jellemezhetjük az **anyagmennyiség**gel vagy **mólszám**mal is, jele: $\boldsymbol{n}$. Mértékegysége: **mol**. Egy mol az az anyagmennyiség, amely annyi elemi egységet (atom, molekula, ion) tartalmaz, mint amennyi atom van 12 gramm 12-es szénizotópban (^{12}C).

$n = \frac{m}{M}$, ahol m a gáz tömege, M pedig a gáz **moláris tömege**, a mólnyi mennyiségű anyag tömege. Mértékegysége alapmértékegységekkel kifejezve: $\frac{kg}{mol}$, de gyakrabban használjuk a $\frac{g}{mol}$ mértékegységet. Például a hidrogén moláris tömege $M_{H_2} = 2\ \frac{g}{mol}$, az oxigéné $M_{O_2} = 32\ \frac{g}{mol}$.

A gázok vizsgálata

Megkönnyíti a gázok vizsgálatát az, hogy anyagi minőségüktől függetlenül sok esetben azonos módon viselkednek. Például, ha állandó a gázok tömege és hőmérséklete, akkor a nyomásuk és a térfogatuk közötti összefüggés minden gáz esetében ugyanaz. Vagy, ha állandó a gázok tömege és térfogata, akkor a nyomásuk és a hőmérsékletük közötti összefüggés könnyen megállapítható.

A gáz hőmérsékletét hőmérővel mérhetjük, a térfogatát a tárolóedény térfogata határozza meg.

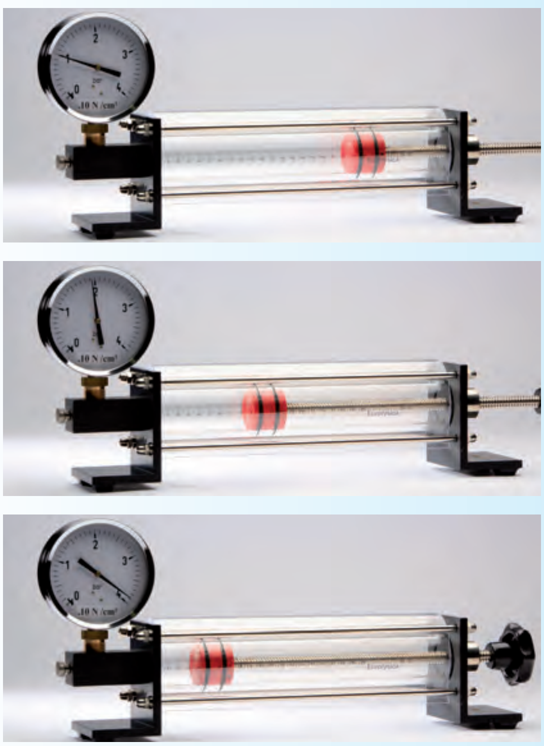
A gáz nyomását, ha az nagyobb, mint a légköri nyomás, nyomásmérővel, ha kisebb, vákuummérővel állapíthatjuk meg. A gáz tömegét úgy kaphatjuk meg, hogy megmérjük a gázt tartalmazó tartály és a benne lévő gáz együttes tömegét. Ezután kiszivattyúzzuk a gázt, és megmérjük a tartály tömegét. Az így kapott két érték különbsége a gáz tömege.

Izoterm állapotváltozás

Az olyan állapotváltozást, amelynek során az adott tömegű gáz hőmérséklete állandó, izoterm állapotváltozásnak nevezzük.

KÍSÉRLET

Változtassuk meg a térfogatát a dugattyúval lezárt hengerben állandó tömegű gáznak! A gáz hőmérsékletét tekintsük állandónak!



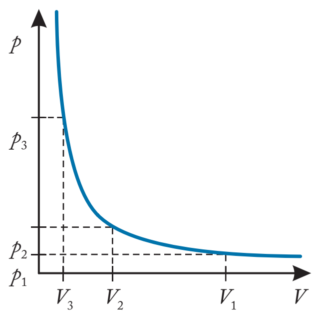
Izoterm állapotváltozás bemutatására készített eszköz

A dugattyú lassú mozgatásával változtassuk meg a bezárt levegő térfogatát! Olvassuk le, milyen értékeket mutat a nyomásmérő! A mérési adatokat foglaljuk táblázatba, majd készítsünk grafikont! A hőmérsékletet állandónak tekintjük.

TAPASZTALAT

Azt tapasztaljuk, hogy a zárt térben lévő gáz térfogatát változtatva a nyomása is változik. A kísérlet adatait ábrázolva a pontok hiperbola mentén helyezkednek el. A hiperbola azonos hőmérsékletű állapothoz tartozó pontokat köt össze, ezért izotermának nevezzük. Az összetartozó p–V értékpárok szorzata állandó.

V (cm^3)	16	8	4
p (kPa)	100	200	400



Az izoterm állapotváltozás p–V diagramja

KÖVETKEZTETÉS

Ebből arra következtethetünk, hogy a térfogat változása és a nyomás változása között fordított arányosság van.

A pontos törvényszerűséget Robert *Boyle* angol és Edme *Mariotte* francia fizikusok egymástól függetlenül fedezték fel.

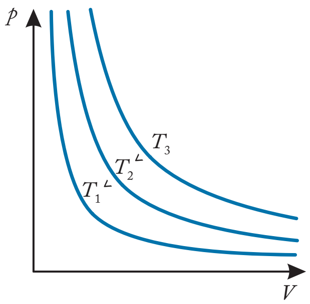
Boyle–Mariotte törvénye: Az állandó hőmérsékletű és állandó tömegű gáz térfogata és nyomása között fordított arányosság van.

$p \cdot V =$ **állandó**

A feladatok megoldásakor általában két egymás utáni különböző állapotra szükséges csak felírni az egyenlőséget:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$$

Ha a kísérletet magasabb hőmérsékleten végezzük, akkor az állandó értéke is nagyobb. A grafikon a hiperbolák eltolódnak a nagyobb értékek felé.



Az izotermák eltolódását szemléltető diagram

Azokat a gázokat, amelyekre érvényes a Boyle–Mariotte-törvény, **ideális gázok**nak nevezzük. Közönséges körülmények között a gázok ideálisnak tekinthetők.

KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Fémcsőből „dugós puskát” készítünk. A cső keresztmetszetének területe 4 cm². Az egyik végébe jól illeszkedő gumidugót teszünk, a másik végébe könnyen mozgó, jól záró dugattyút. A dugó és a dugattyú távolsága 20 cm. A csőbe zárt levegőoszlop nyomása és a külső nyomás egyaránt 100 kPa. A dugót 120 N nagyságú erő tudja kilőni. A dugattyút lassan betoljuk a csőbe. Ha a dugó és a dugattyú távolsága 8 cm, kirepül-e a dugó?

MEGOLDÁS

Adatok:

$A = 4\ \text{cm}^2$

$l_0 = 20\ \text{cm}$

$F = 120\ \text{N}$

$p_0 = 100\ \text{kPa}$

$l = 8\ \text{cm}$

$l_1 = ?$

Számítsuk ki, hogy mekkora nyomás esetén repül ki a dugó!

$$p = \frac{F}{A} = \frac{120\ \text{N}}{4 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2} = 300\ \text{kPa}$$

A csőben 100 kPa nyomás volt, ehhez adódik a 300 kPa, tehát $p_1 = 400$ kPa nyomást kell létrehoznunk.

Alkalmazzuk a Boyle–Mariotte-törvényt, helyettesítsük be az adatokat!

$p_1 \cdot V_1 = p_0 \cdot V_0$

$400\ \text{kPa} \cdot l_1 \cdot A = 100\ \text{kPa} \cdot 20\ \text{cm} \cdot A$

Ebből az $l_1 = 5$ cm. Nem repül ki a dugó 8 cm-es összenyomásnál, 5 cm-re vagy kisebb távolságra kell betolni a dugattyút!

2. A vattát alkotó szálak között sok a levegő. Hogyan lehetne meghatározni, hogy valójában mekkora térfogatot foglalnak el a vattát alkotó gyapotszálak? Tamás, a kis fizikus, orvosi fecskendő hengerébe helyezte el a vattát. Amikor a dugattyú a 20 cm³-es osztási jelnél van, akkor a nyomásmérő 100 kPa-t mutat. A dugattyút lassan a 10 cm³-es beosztáshoz tolta, és azt tapasztalta, hogy a nyomás 230 kPa lett. Számítsuk ki a vattát alkotó szálak térfogatát! A hőmérsékletet tekintsük állandónak!

MEGOLDÁS

Adatok:

Jelöljük V_x-szel a vattát alkotó szálak térfogatát.

$V_1 = 20\ \text{cm}^3 - V_x$

$V_2 = 10\ \text{cm}^3 - V_x$

$p_1 = 100\ \text{kPa}$

$p_2 = 230\ \text{kPa}$

$V_x = ?$

***T* = állandó, azaz az állapotváltozás izoterm.**

Alkalmazhatjuk a $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2$ összefüggést.

Helyettesítsük be az ismert mennyiségeket:

$100\ \text{kPa} \cdot (20\ \text{cm}^3 - V_x) = 230\ \text{kPa} \cdot (10\ \text{cm}^3 - V_x)$

Egyszerűsítsünk:

$10 \cdot (20\ \text{cm}^3 - V_x) = 23 \cdot (10\ \text{cm}^3 - V_x)$

A rendezés után megkapjuk V_x-et:

$200\ \text{cm}^3 - 10 \cdot V_x = 230\ \text{cm}^3 - 23 \cdot V_x$

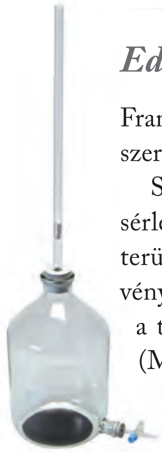
$13 \cdot V_x = 30\ \text{cm}^3$

$V_x = 2{,}31\ \text{cm}^3$

A vattát alkotó gyapotszálak térfogata 2,31 cm³.

Olvasmány

Edme Mariotte (1620–1684)



Francia bencés szerzetes, egy Dijon melletti kolostor apátja volt. 1666-tól a párizsi akadémia tagja. Mint szerzetes a tudományoknak szentelte életét, kiváltképp a fizikát kedvelte.

Sajnos kísérleti ügyességével nem voltak arányban matematikai ismeretei. A fizikai problémákat kísérletileg helyesen oldotta meg, de matematikai számításait hiányosan végezte. A fizika majd minden területén tett felfedezéseket. Legjelentősebb eredménye a *róla és Boyle-ról elnevezett gáztörvény*. A törvényt Boyle 18 évvel Mariotte előtt megállapította. Mariotte erről semmit nem tudott, újra felfedezte a törvényszerűséget. Olyan palackokat is szerkesztett, amelyekből a víz kifolyását szabályozni lehet (Mariotte-palack).

A víz kifolyását szabályozó Mariotte-palack

Robert Boyle (1627–1691)

Robert Boyle (Johann Kerseboom festménye, 1689)

Angol fizikus és kémikus. 1661-ben jelent meg *Szkeptikus kémikus* című munkája, ami párbeszédes formában íródott. Ettől számítjuk a *modern kémia* kezdetét. *Newton* kortársa volt. Kiterjedt kísérleteket végzett a gázok témakörében. 1656-tól 1668-ig az Oxfordi Egyetemen tanított. Alapító tagja volt a Brit Tudományos Akadémiának.

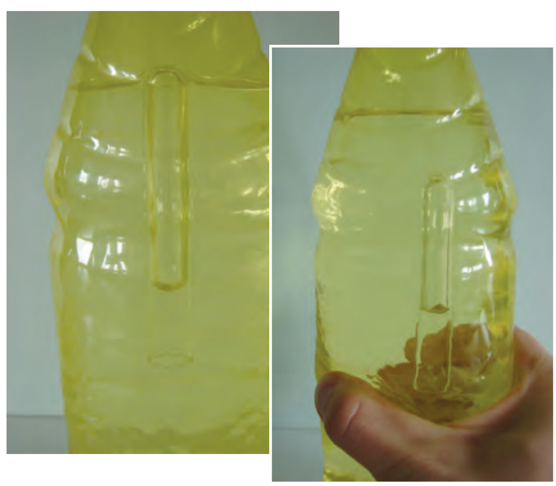
Úttörő kísérleteket végzett, amelyekkel kimutatta a *levegő fizikai jellemzőit*, illetve hogy milyen nagy jelentősége van a levegőnek égéskor, a légzésben, a hang továbbításában.

Ő állított elő először hidrogént. Elektrosztatikával is foglalkozott. Megdörzsölt pálcák elektromos állapotát vizsgálta.

A róla elnevezett gáztörvényt 1661-ben írt tanulmányában jelentette meg. Sírja a Westminsteri Apátságban található, Londonban.

Cartesius-búvár

Ez az érdekes kísérleti eszköz René *Descartes* (1596–1650) francia tudósról kapta a nevét. (Descartes neve latinosan Cartesius.) A képen a *Cartesius-búvár* műanyag palackból és kémcsőből készített változata látható. Kezdetben a búvár, azaz a kémcső, a palack felső részén lebeg. Ha megnyomjuk a palack oldalát, az így létrejött többletnyomás Pascal törvénye következtében tovaterjed a vízben, összenyomja a kémcsőbe zárt levegőt. A hőmérséklet állandó, nő a levegő nyomása, csökken a térfogata (Boyle–Mariotte-törvény). A búvár átlagsűrűsége nő, nagyobb lesz a víz sűrűségénél, lefelé mozdul el. A külső nyomás megszűnése után a búvár felemelkedik.



Izobár állapotváltozás

Most a gázok hőtágulását fogjuk vizsgálni. Az állapothatározók közül a nyomást állandónak vesszük.

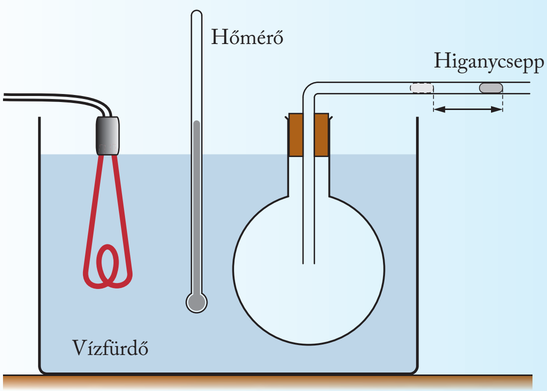
Az olyan állapotváltozást, amelynek során adott tömegű gáz nyomása állandó, izobár állapotváltozásnak nevezzük.

KÍSÉRLET

A gázok állandó nyomáson történő állapotváltozásának vizsgálatához végezzük el a következő kísérletet! Változtassuk meg vízfürdő segítségével a lombikba zárt levegő hőmérsékletét! A víz melegítését merülőforralóval végezzük.

A hőmérséklet értéke egyszerűen leolvasható a hőmérőről. A térfogat változása a higanycsepp eltolódásának (Δl) mérésével és a cső keresztmetszetének (A) ismeretében meghatározható:

$$\Delta V = A \cdot \Delta l$$

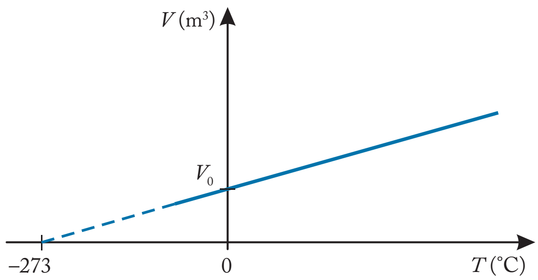


Kísérleti összeállítás az izobár állapotváltozás vizsgálatához

Miért tekinthetjük állandónak a lombikba zárt levegő nyomását?

TAPASZTALAT

Ha a kísérlet során mért értékeket *V–T* grafikonon ábrázoljuk, akkor olyan egyenest kapunk, amely –273 °C-nál metszi a hőmérséklet tengelyét. Ezzel a hőmérsékletértékkel már találkoztunk a 18. leckében. Azt a pontot, ahol az egyenes metszi a hőmérséklettengelyt, a hőmérséklet abszolút nullpontjának nevezzük. Az olyan skálát, amelynek ez az érték a nullapontja, *Kelvin-féle gázhőmérsékleti skálának* is nevezzük.



Az izobár állapotváltozás V–T diagramja. A hőmérséklet °C-ban van ábrázolva

Jelöljük V_0-val a gáz térfogatát 0 °C-on! (V_0 minden esetben a gáz 0 °C-on lévő térfogatát jelenti.)

Az egyenes V_0-nál metszi a V tengelyt, meredeksége:

$$\frac{V_0}{273\ °\mathrm{C}}$$

A függvényt leíró összefüggés:

$$V = V_0 + \frac{V_0}{273\ °\mathrm{C}} \cdot T$$

Hasonlítsuk össze képletünket a folyadékok hőtágulásánál kapott összefüggéssel:

$$V = V_0 + \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T$$

KÖVETKEZTETÉS

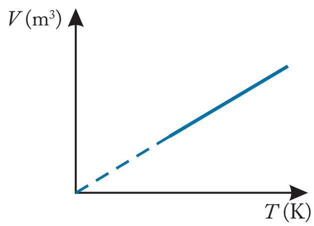
A β értéke $\frac{1}{273}\frac{1}{°\mathrm{C}}$-nak adódik, azaz anyagi minőségtől függetlenül a gázok térfogati hőtágulási együtthatója ugyanakkora. A valódi gázok jól megközelítik ezt az értéket. $\left(\frac{1}{273}\frac{1}{°\mathrm{C}} = 3{,}663 \cdot 10^{-3}\,\frac{1}{°\mathrm{C}}\right)$

Hőtani folyamatok

Az anyag neve	$\beta\left(10^{-3}\ \frac{1}{°C}\right)$
hélium	3,66
hidrogén	3,662
levegő	3,675
neon	3,661
oxigén	3,674

Valódi gázok térfogati hőtágulási együtthatói

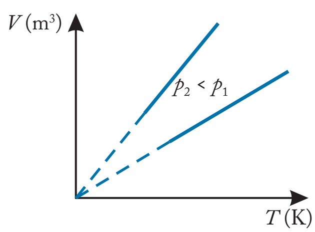
Ábrázoljuk a vízszintes tengelyen a hőmérsékletet K-ben a °C helyett! Ekkor az egyenes a két tengely metszéspontján halad át. A grafikon egyenes arányosságot mutat a térfogat változása és a kelvinben mért hőmérséklet között.



Az izobár állapotváltozás V–T diagramja.
A hőmérséklet K-ben van ábrázolva

A grafikonon a szaggatott vonal azt jelzi, hogy 0 K közelében nem érvényes az összefüggés, mert a gáz halmazállapota folyékony lesz.

Ha a kísérlet közben kisebb, de állandó nyomást hozunk létre, akkor a $\frac{V}{T}$ állandó értéke nagyobb lesz. A grafikonon az egyenes meredeksége is nagyobb lesz.



Az izobár állapotváltozások V–T grafikonja kétféle nyomásérték esetén

A pontos törvényszerűséget Joseph *Gay-Lussac* francia tudós fogalmazta meg.

Gay-Lussac első törvénye: Az állandó tömegű és nyomású gáz térfogata és kelvinben mért hőmérséklete között egyenes arányosság van.

A feladatok megoldásakor általában két különböző állapotra szükséges felírni az egyenlőséget:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

KIDOLGOZOTT FELADAT

A meteorológiai léggömbben lévő levegő térfogata állandó nyomáson 15%-kal megnőtt. Mekkora lett a hőmérséklete, ha kezdetben 22 °C volt?

MEGOLDÁS

Adatok:

$V_2 = 1{,}15 \cdot V_1$

$T_1 = 22\ °C = 295\ K$

$T_2 = ?$

Izobár állapotváltozás.

Alkalmazzuk a $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_1}$ összefüggést! Fejezzük ki a T_2-t:

$$T_2 = \frac{V_2 \cdot T_1}{V_1} = \frac{1{,}15 \cdot V_1 \cdot 295\ K}{V_1}$$

Egyszerűsítsünk V_1-gyel:

$$T_2 = 1{,}15 \cdot 295\ K = 339{,}25\ K = 66{,}25\ °C$$

A léggömbben a levegő hőmérséklete 66,25 °C lett.

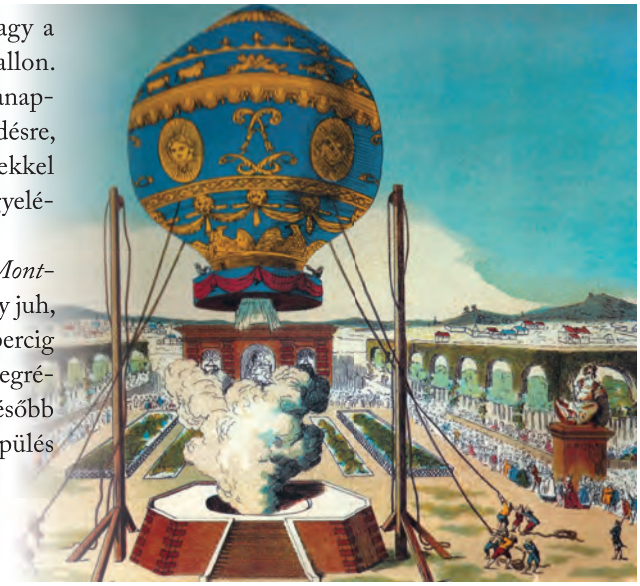
Meteorológiai léggömb

Olvasmány

A léggömb

A léggömb vagy légballon *meleg levegővel* vagy a levegőnél kisebb sűrűségű gázzal töltött ballon. Eredetileg légi utazás céljaira találták fel. Manapság is használják a levegőben való felemelkedésre, közlekedésre mint sporteszközt. A műszerekkel felszerelt léggömböket meteorológiai megfigyelésekre alkalmazzák.

A forró levegővel töltött első léggömböt a *Montgolfier testvérek* készítették 1783-ban. Utasai egy juh, egy kakas és egy kacsa voltak. A ballon 15 percig volt a levegőben, majd lezuhant. A három megrémült állat túlélte a kísérletet. Egy hónappal később már embert vitt a léggömb gondolája. A repülés sikeres volt, 20 percig tartott.



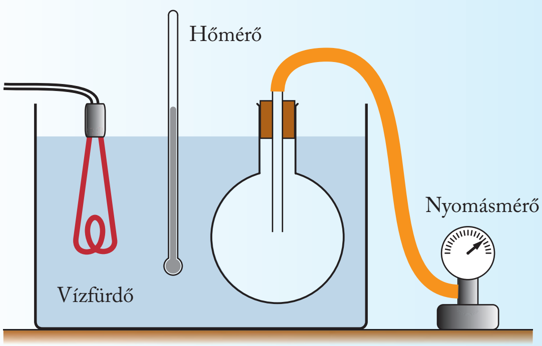
Az első, embert is szállító léggömb felemelkedése (Ismeretlen festő, 1783)

Izochor állapotváltozás

Ebben a leckében azt vizsgáljuk, hogyan változik a gázok nyomása, ha állandó a térfogatuk. A négy állapothatározó közül a tömeget és a térfogatot nem változtatjuk.

Az olyan állapotváltozást, amelynek során az adott tömegű gáz térfogata állandó, izochor állapotváltozásnak nevezzük.

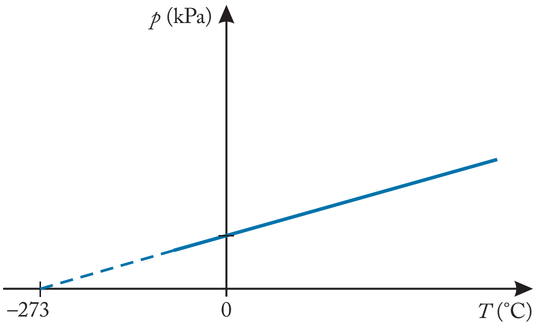
KÍSÉRLET



Kísérleti összeállítás izochor állapotváltozás vizsgálatához

A gázok állandó térfogaton történő állapotváltozásának bemutatásához végezzük el a következő kísérletet! Változtassuk vízfürdő segítségével a lombikba zárt gáz hőmérsékletét! A víz melegítését merülőforralóval végezzük.

A hőmérőről leolvashatjuk a hőmérséklet változását. A nyomásmérővel könnyen mérhető a lombikba zárt levegő nyomása. A kísérlet során mért értékeket ábrázoljuk p–T grafikonon!

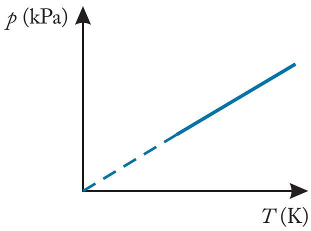


Az izochor állapotváltozás p–T diagramja. A hőmérséklet °C-ban van ábrázolva

Hőtani folyamatok

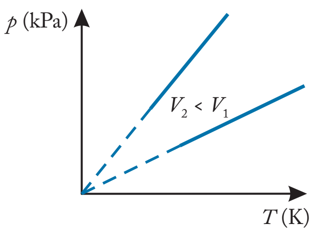
TAPASZTALAT

Az izobár állapotváltozáshoz hasonlóan olyan egyenest kapunk, amely –273 °C-nál metszi a hőmérséklet tengelyét.



Az izochor állapotváltozás p–T diagramja. A hőmérséklet K-ben van ábrázolva

A hőmérséklet tengelyén kelvinben mérjük fel az értékeket, ekkor az egyenes a tengelyek metszéspontján halad át. A grafikonról leolvasható, hogy a nyomás változása és a kelvinben mért hőmérséklet változása között egyenes arányosság van.



Az izochor állapotváltozás p–T diagramja kétféle térfogatérték esetén. A hőmérséklet K-ben van ábrázolva

Milyen fizikai jelentése van az egyenesek meredekségének?

Ha a kísérletet egy kisebb térfogatú lombikkal végezzük, akkor a $\frac{p}{T}$ állandó értéke nagyobb lesz. Ezzel együtt a grafikonon az egyenes meredeksége is nagyobb lesz.

KÖVETKEZTETÉS

Joseph *Gay-Lussac* francia tudós fogalmazta meg az izochor folyamatokat leíró törvényszerűséget.

Gay-Lussac második törvénye:
Az állandó tömegű és térfogatú gáz nyomása és kelvinben mért hőmérséklete között egyenes arányosság van.

A feladatok megoldásakor általában két különböző állapotra szokás felírni az arányosságokat:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

Ha tűzbe dobjuk a hajtógázzal működő palackokat, a nagy nyomás hatására felrobbannak, és súlyos sérüléseket okozhatnak. VIGYÁZAT! Az üres palackban is van levegő. A magas hőmérséklet hatására kialakult nagy nyomás szintén robbanást okoz!

KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Gyakran bosszankodunk azon, hogy a befőttesüveget lezáró fémtetőt nehéz lecsavarni. Végezzünk számítást, hogy mekkora erő nyomja a fedelet! A tartósítás 90 °C-on történt. A tető kör alakú, átmérője 64 mm, a levegő nyomása 102 kPa. A kinyitáskor a befőttesüveg hőmérséklete 22 °C.

MEGOLDÁS

A befőtt felszíne és a tető közötti térfogat állandó, így az állapotváltozás izochor. (Tartósításkor a befőtt felett lévő levegő nyomása megegyezik a légnyomással.)

Adatok:
$p_1 = 102$ kPa
$T_1 = 90$ °C $= 363$ K, $T_2 = 22$ °C $= 295$ K
$r = 32$ mm $= 3{,}2 \cdot 10^{-2}$ m

$F = ?$, $p_2 = ?$

Számítsuk ki a levegő nyomását, ha lehűlt a befőtt!

$$\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$$

$$p_2 = T_2 \cdot \frac{p_1}{T_1} = 295\ \text{K} \cdot \frac{102\ \text{kPa}}{363\ \text{K}}$$

$p_2 = 82{,}89$ kPa

$\Delta p = p_1 - p_2 = 19{,}11$ kPa

A nyomóerő a nyomáskülönbség miatt lép fel.

$F = \Delta p \cdot A$

$A = r^2 \cdot \pi = (3{,}2 \cdot 10^{-2}\ \text{m})^2 \cdot \pi = 3{,}22 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2$

$$F = 19{,}11 \cdot 10^3\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 3{,}22 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^2$$

Egyszerűsítés után:

$F = 19{,}11\ \text{N} \cdot 3{,}22 = 61{,}53$ N

A fedelet 61,53 N erő nyomja.

Kérdések és feladatok

1 Kompresszor 100 m^3 normál nyomású levegőt (100 kPa) 8 m^3-es tartályba sűrít. Mekkora a nyomás a tartályban, ha a hőmérsékletet állandónak tekintjük?

2 Orvosi fecskendő dugattyúját a 20 cm^3-es jelhez állítottuk. A végét gumidugóval lezárjuk. A dugattyú lassú lenyomásával a térfogatot 5 cm^3-re nyomjuk össze. A kezdeti nyomást vegyük 100 kPa-nak. Ábrázoljuk a folyamatot nyomás-térfogat grafikonon, ha a hőmérséklete nem változik!

3 Nyomásmérővel ellátott autóspumpában 500 cm^3 levegő van. Pumpáláskor a szelep 180 kPa nyomásnál nyit. Mekkora ebben az esetben a pumpában levő levegő térfogata? (A hőmérséklet legyen állandó, a kezdeti nyomás 100 kPa.)

4 A meteorológiai léggömbben lévő levegő térfogata 40 dm^3. A raktárban, ahol tárolták, a hőmérséklet 24 °C. Délben kivitték az udvarra, ahol a hőmérséklet 30 °C. Mennyivel nőtt a térfogata, ha a léggömbben lévő levegő nyomása nem változott?

5 Egy léggömbben lévő levegő hőmérséklete kelvinben mérve, állandó nyomáson, 40%-kal csökkent. Mekkora lett a térfogata, ha kezdetben 3,2 dm^3 volt?

6 A félig megtöltött műanyag palack a hűtőszekrényben behorpad. A jelenség magyarázata, hogy a palackban lévő levegő lehűl, a nyomása csökken. Mivel a palack nem szilárd anyagból készült, ezért a külső, nagyobb nyomás behorpasztja. A 20 °C-os raktárban 25 literes, műanyagból készült palackokat tároltak. Télen, szállításkor azt tapasztalták, hogy behorpadtak, és térfogatuk 10%-kal csökkent. Mekkora volt a hőmérséklet szállítás közben?

7 Egy szagtalanító anyagot tartalmazó, hajtógázzal működő palackot reggel 7 °C-on kint hagytunk a kerti asztalon. Napközben a tűző napra került, a hőmérséklete 40 °C lett. Mennyi lett a palackban a nyomás, ha kezdetben 100 kPa volt?

8 Zárt gázpalackot télen a 27 °C-os lakásból kiviszünk a szabadba. A nyomásmérő azt mutatja, hogy a nyomás $2{,}4 \cdot 10^5$ Pa-ról $2{,}08 \cdot 10^5$ Pa-ra csökkent. Mennyi volt a külső hőmérséklet?

9 Gázpalackot biztonsági szeleppel szereltek fel. 10 °C-on a túlnyomás 160 kPa. Mekkora nyomásértékre tervezték a biztonsági szelepet, ha az 80 °C-on nyit? (A levegő nyomása 100 kPa.)

22. lecke

Egyesített gáztörvény, az ideális gáz állapotegyenlete

Milyen állapotjelzői változnak meg a magasba emelkedő meteorológiai léggömbben lévő gáznak?

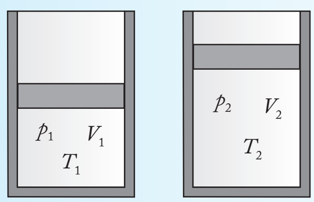
A munkahelyen használt gázpalackok hőmérséklete üzemi balesetekkor nagymértékben megnőhet. ***Hogyan lehet megakadályozni, hogy a nagy nyomás következtében ne legyen robbanás a magas hőmérséklet miatt?***

Egyesített gáztörvény

Eddig olyan folyamatokat vizsgáltunk, amikor a tömeg mellett a hőmérséklet, a térfogat és a nyomás közül valamelyik állapotjelzőt állandónak tekintettük. Most azt vizsgáljuk, hogy milyen összefüggést lehet megállapítani, ha állandó tömeg mellett a másik három állapotjelző (p, V, T) egyszerre változik.

GONDOLATI KÍSÉRLET

Legyenek a mozgatható dugattyúval elzárt hengerben levő gáz kezdeti jellemzői: p_1, V_1, T_1, a gáz tömege legyen állandó! Melegítsük a gázt! Melegítés hatására nő a gáz nyomása, változik a térfogata is, hiszen a dugattyú elmozdulhat. A végállapotban a gáz állapotjelzői: p_2, V_2, T_2. A folyamat közben mind a három állapotjelző megváltozott.



A folyamat közben mind a három állapothatározó megváltozott

A Boyle–Mariotte-törvényből és Gay-Lussac II. törvényéből levezetett összefüggés azokra az állapotváltozásokra érvényes, amelyek során a nyomás, a térfogat és a hőmérséklet is változhat. Ezt az összefüggést **egyesített gáztörvény**nek nevezzük.

Az egyesített gáztörvény:
Állandó tömegű gáz nyomásának és térfogatának szorzata egyenesen arányos a kelvinben mért hőmérsékletével.

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{állandó}$$

Több egymás utáni egyensúlyi állapotra:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} = \ldots = \frac{p_n \cdot V_n}{T_n}$$

Ha a gáz tömege is változik a folyamat során, akkor az egyesített gáztörvény:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{m_1 \cdot T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{m_2 \cdot T_2}$$

$$\frac{p \cdot V}{m \cdot T} = \text{állandó}$$

Az összefüggést tovább alakíthatjuk, ha a számlálót és a nevezőt is elosztjuk a V térfogattal:

$$\frac{p}{\frac{m}{V} \cdot T} = \text{állandó}$$

A sűrűséget bevezetve $\left(\varrho = \frac{m}{V}\right)$, az egyesített gáztörvény újabb alakját kaphatjuk:

$$\frac{p}{\varrho \cdot T} = \text{állandó, illetve}$$

$$\frac{p_1}{\varrho_1 \cdot T_1} = \frac{p_2}{\varrho_2 \cdot T_2}$$

Általános gázállandó

A feladatok megoldásakor általában két különböző állapotra szokás felírni az arányosságokat:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{állandó}$$

Hogyan lehetne meghatározni az állandó értékét? Célszerű feltételezni, hogy a vizsgált gáz mennyisége 1 mol, és normálállapotban van:

$p_0 = 101{,}3\ \text{kPa}$, $T_0 = 273\ \text{K}$, $V_0 = 22{,}4\ \text{dm}^3$

$$\frac{p_0 \cdot V_0}{T_0} = \frac{101{,}3 \cdot 10^3\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 22{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3}{273\ \text{K}} = $$

$$= 8{,}31\ \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} = R$$

A mértékegységben a *mol* azt jelenti, hogy 1 mol gázra számítottuk ki az állandó értékét.

A 8,31 $\frac{\textbf{J}}{\textbf{mol} \cdot \textbf{K}}$-t általános (vagy egyetemes) gázállandónak nevezzük, és Henri Victor *Regnault* (1810–1878) francia tudós tiszteletére ***R***-rel jelöljük.

Mólnyi mennyiség

Kémiai tanulmányainkból tudjuk, hogy a gázok atomokból, illetve molekulákból állnak. Mennyi részecske található egy adott tömegű gázban?

Amadeo *Avogadro* olasz tudós fogalmazta meg: **Minden ideális gáz egyenlő térfogatában – ugyanazon a hőmérsékleten és nyomáson – egyenlő számú molekula van. Ez Avogadro törvénye.**

Az Avogadro-szám: minden anyag mólnyi mennyiségében azonos számú, azaz $6 \cdot 10^{23}$ darab részecske van.

Az Avogadro-állandó jele: N_A.

Azaz $N_A = 6 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}}$.

A mólnyi mennyiség tömegének meghatározása: **egy mólnyi gáz annyi gramm, amennyi az adott gáz moláris tömege.** Például 1 mol oxigéngáz (O_2) 32 g, 1 mol héliumgáz (He) 4 g.

Az ideális gáz állapotegyenlete

Ha a gáz tömege nem 1 mol, akkor az állandó értéke $n \cdot R$, hiszen $\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot \frac{p_0 \cdot V_0}{T_0}$.

Az n a mólszámot jelöli.

A $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ összefüggést az ideális gázok állapotegyenletének nevezzük.

Mivel $n = \frac{m}{M}$, ezért:

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$$

Az utóbbi összefüggés tartalmazza a gáz tömegét is. Ezt az egyenletet átalakítva:

$$\frac{p \cdot V}{m \cdot T} = \frac{R}{M} = \text{állandó egy adott minőségű gázra.}$$

A lecke elején feltett kérdésre az állapotegyenlet segítségével adhatjuk meg a választ.

A $p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$ egyenletben az M és R mennyiségek állandók. Az egyenlet bal oldala állandó a bevezetőben szereplő feladat szerint. A jobb oldal akkor marad változatlan a hőmérséklet növelésekor, ha a gáz tömegét csökkentjük. Ezt könnyen megtehetjük a palackon lévő csap megnyitásával vagy biztonsági szeleppel.

KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Péter reggel az iskolába menet kerékpárjának tömlőjében a nyomást 200 kPa-nak mérte, a hőmérő 20 °C-ot mutatott. Hazafelé induláskor megnézte a hőmérőt, ami 40 °C-ot jelzett. A nyomás is megnőtt. Hányadrészét engedte ki Péter a tömlőben lévő levegőnek, ha a nyomás újra 200 kPa lett? Este a levegő lehűlt, a hőmérséklet 20 °C lett. Mekkorának mérte Péter a tömlőben lévő levegő nyomását?

MEGOLDÁS

Adatok:

$p_1 = p_2 = 200$ kPa
$T_1 = 20$ °C $= 293$ K
$T_2 = 40$ °C $= 313$ K

a) $\frac{m_2}{m_1} = ?$, *b)* $p_3 = ?$

a) Az állapotegyenletet írjuk fel az első és a második egyensúlyi állapotra!

1. $p_1 \cdot V_1 = \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1$

2. $p_2 \cdot V_2 = \frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2$

Péter a kerékpártömlő térfogatát változatlannak tekintette: $V_1 = V_2$

A két egyenlet bal oldala egyenlő, így a jobb oldala is.

$$\frac{m_2}{M} \cdot R \cdot T_2 = \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1$$

Az egyszerűsítés után az arány kiszámítható.

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{293 \text{ K}}{313 \text{ K}} = 0{,}94$$

$m_2 = 0{,}94 \cdot m_1$

A levegő 6%-át engedte ki Péter.

b) Írjuk fel az egyenletet az első és a harmadik állapotra! Péter ismét nem vette figyelembe a térfogatváltozást.

1. $p_1 \cdot V_1 = \frac{m_1}{M} \cdot R \cdot T_1$, $\quad T_1 = T_3$, $\quad m_2 = m_3$

3. $p_3 \cdot V_3 = \frac{m_3}{M} \cdot R \cdot T_3$

Osszuk el a 3. egyenletet az 1.-vel!
($V_1 = V_3$, $T_1 = T_3$ és $m_2 = m_3$)

$$\frac{p_3}{p_1} = \frac{m_3}{m_1} = \frac{m_2}{m_1} = 0{,}94$$

$p_3 = 188$ kPa

188 kPa-nak mérte Péter este a tömlőben lévő levegő nyomását.

2. Állandó tömegű ideális gáz térfogata 25%-kal nőtt, a kelvinben mért hőmérséklete 12%-kal csökkent. Mekkora lett a nyomása, ha kezdetben 120 kPa volt?

MEGOLDÁS

Adatok:

$V_2 = 1{,}25 \cdot V_1$
$T_2 = 0{,}88 \cdot T_1$
$p_1 = 120$ kPa

$p_2 = ?$

Alkalmazzuk az egyesített gáztörvényt!

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Fejezzük ki a p_2-t: $p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{V_2 \cdot T_1}$

Helyettesítsük be az ismert adatokat, végezzük el a számítást:

$$p_2 = \frac{120 \text{ kPa} \cdot V_1 \cdot 0{,}88 \cdot T_1}{T_1 \cdot 1{,}25 \cdot V_1} = 84{,}48 \text{ kPa}$$

Az ideális gáz nyomása 84,48 kPa lett.

3. A 40 l térfogatú tartályban $2{,}5 \cdot 10^5$ Pa nyomású, 27 °C hőmérsékletű hidrogéngáz van.
a) Hány mól gázt töltöttek a tartályba?
b) Mekkora lesz a hőmérséklete, ha állandó nyomáson kiengedik a gáz tömegének 20%-át?

MEGOLDÁS

Adatok:
$V = 40\ \text{l} = 40\ \text{dm}^3 = 4 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$
$p = 2{,}5 \cdot 10^5\ \text{Pa}$, $R = 8{,}314\ \dfrac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$
$T_1 = 27\ °\text{C} = 300\ \text{K}$
$M_{H_2} = 2\ \dfrac{\text{g}}{\text{mol}}$
$m_2 = 0{,}8 \cdot m_1$

---

a) $n = ?$, *b)* $T_2 = ?$

a) Alkalmazzuk az állapotegyenletet:
$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$
Fejezzük ki a mólok számát: $n = \dfrac{p \cdot V}{R \cdot T} = 4\ \text{mol}$
4 mol gázt töltöttek a tartályba.

b) p = állandó, V = állandó
Alkalmazzuk az egyesített gáztörvény tömeget is tartalmazó alakját!
$$\frac{p_1 \cdot V_1}{m_1 \cdot T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{m_2 \cdot T_2}$$
Mivel a nyomás és térfogat állandó, ezért egyszerűsítünk velük:
$m_2 \cdot T_2 = m_1 \cdot T_1$ és $0{,}8 \cdot m_1 \cdot T_2 = m_1 \cdot T_1$
m_1-gyel egyszerűsítünk, kifejezzük T_2-t:
$T_2 = \dfrac{T_1}{0{,}8} = 375\ \text{K} = 102\ °\text{C}$
102 °C lesz a hőmérséklete, ha állandó nyomáson kiengedik a gáz tömegének 20%-át.

Kérdések és feladatok

1 Egy tartályról leesett a térfogatot jelző címke. A fizikaszakkör tanulói azt a feladatot kapták, hogy határozzák meg a térfogatát. Tudták, hogy 1,4 kg nitrogén van benne, a hőmérsékletét 27 °C-nak, a nyomását 3 MPa-nak mérték. Mekkora a tartály térfogata?

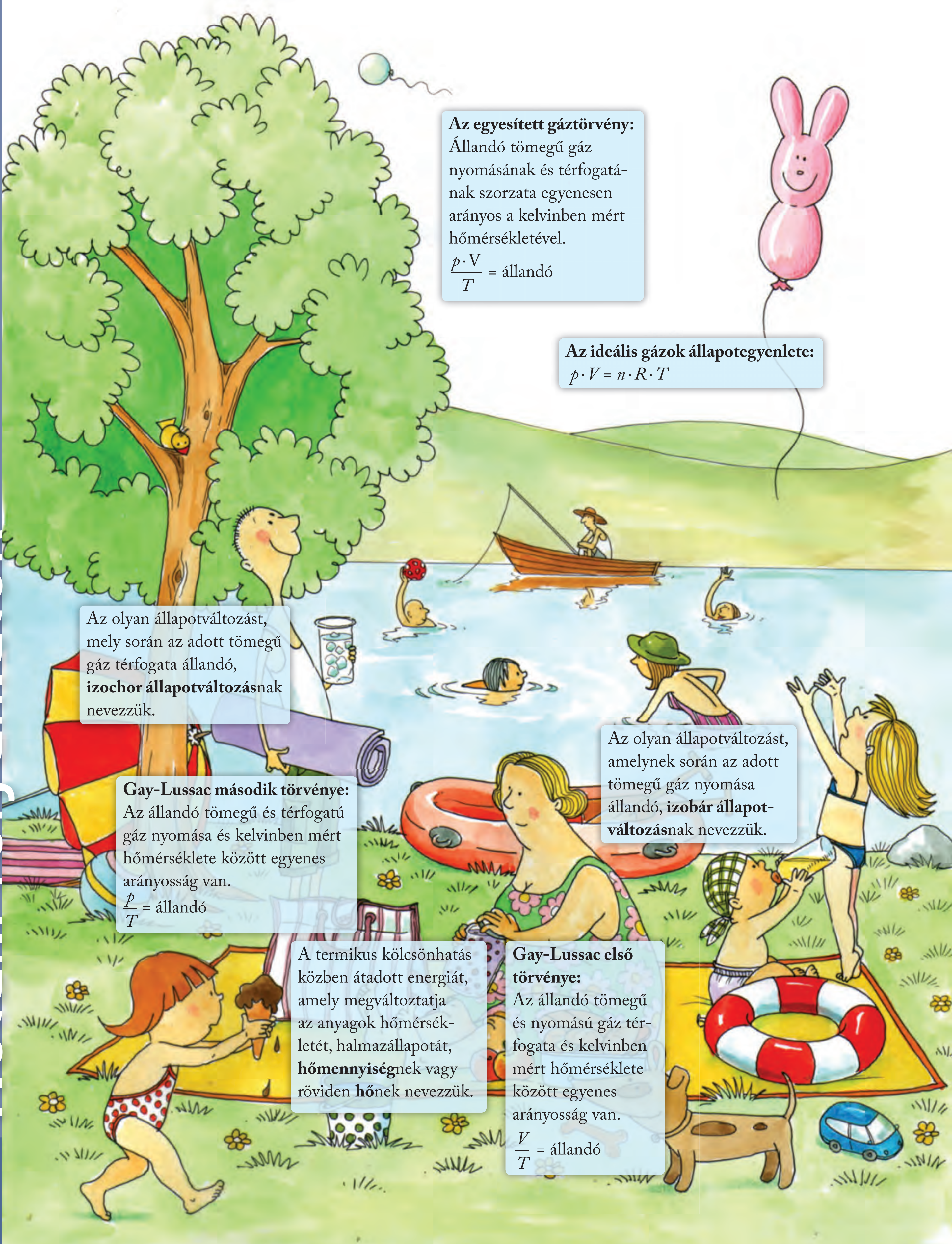
2 Állandó tömegű ideális gáz térfogata 15%-kal csökken, nyomása 20%-kal nő. Mekkora lesz a hőmérséklete, ha eredetileg 16 °C volt?

3 A motorkerékpár tömlőjében a reggel 12 °C-on mért nyomás 160 kPa. Tulajdonosa a forró aszfaltúton hagyta, ahol a hőmérséklet 48 °C. A gumitömlőben mért nyomás 170 kPa. Hány százalékkal nőtt meg a térfogata?

4 A 30 l-es oxigénpalackon lévő nyomásmérő elromlott. A helyiség hőmérséklete 20 °C, az oxigén tömege 0,4 kg. Számítsuk ki a nyomását!

5 Meteorológiai vizsgálatokhoz használt rugalmas léggömböt héliummal töltöttek meg. Nagy magasságban lévő felhőben haladva, ahol a hőmérséklet –30 °C, térfogata 6 m³, a hélium nyomása $1{,}4 \cdot 10^4$ Pa. Mekkora a térfogata a Földre való visszatéréskor, ha a hőmérséklet 24 °C, a nyomás pedig 10^5 Pa?

Összefoglalás – Hőtani folyamatok



Az egyesített gáztörvény: Állandó tömegű gáz nyomásának és térfogatának szorzata egyenesen arányos a kelvinben mért hőmérsékletével.

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{állandó}$$

Az ideális gázok állapotegyenlete: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

Az olyan állapotváltozást, mely során az adott tömegű gáz térfogata állandó, **izochor állapotváltozás**nak nevezzük.

Az olyan állapotváltozást, amelynek során az adott tömegű gáz nyomása állandó, **izobár állapotváltozás**nak nevezzük.

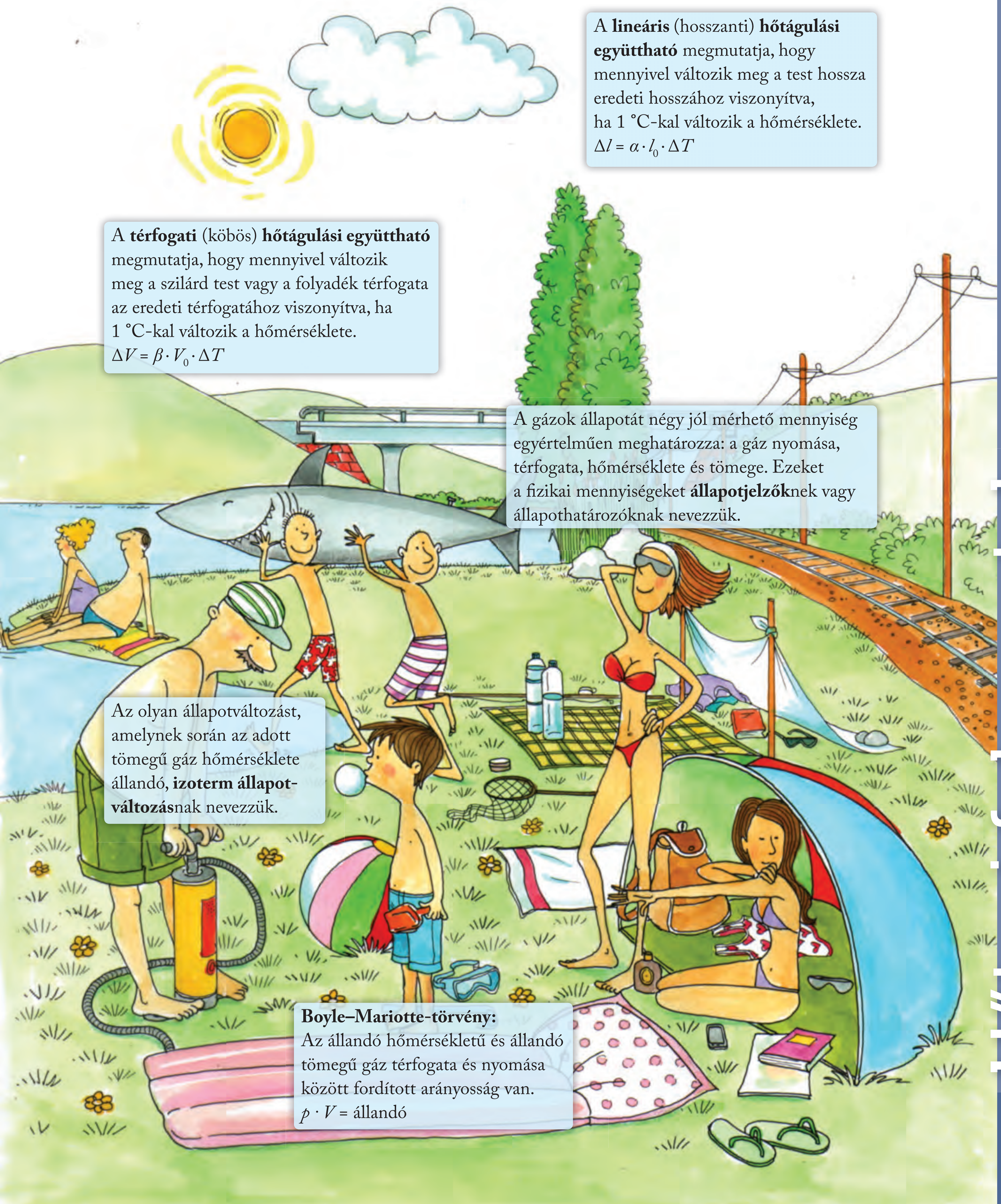
Gay-Lussac második törvénye: Az állandó tömegű és térfogatú gáz nyomása és kelvinben mért hőmérséklete között egyenes arányosság van.

$$\frac{p}{T} = \text{állandó}$$

A termikus kölcsönhatás közben átadott energiát, amely megváltoztatja az anyagok hőmérsékletét, halmazállapotát, **hőmennyiség**nek vagy röviden **hő**nek nevezzük.

Gay-Lussac első törvénye: Az állandó tömegű és nyomású gáz térfogata és kelvinben mért hőmérséklete között egyenes arányosság van.

$$\frac{V}{T} = \text{állandó}$$



A **lineáris** (hosszanti) **hőtágulási együttható** megmutatja, hogy mennyivel változik meg a test hossza eredeti hosszához viszonyítva, ha 1 °C-kal változik a hőmérséklete.
$\Delta l = \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta T$

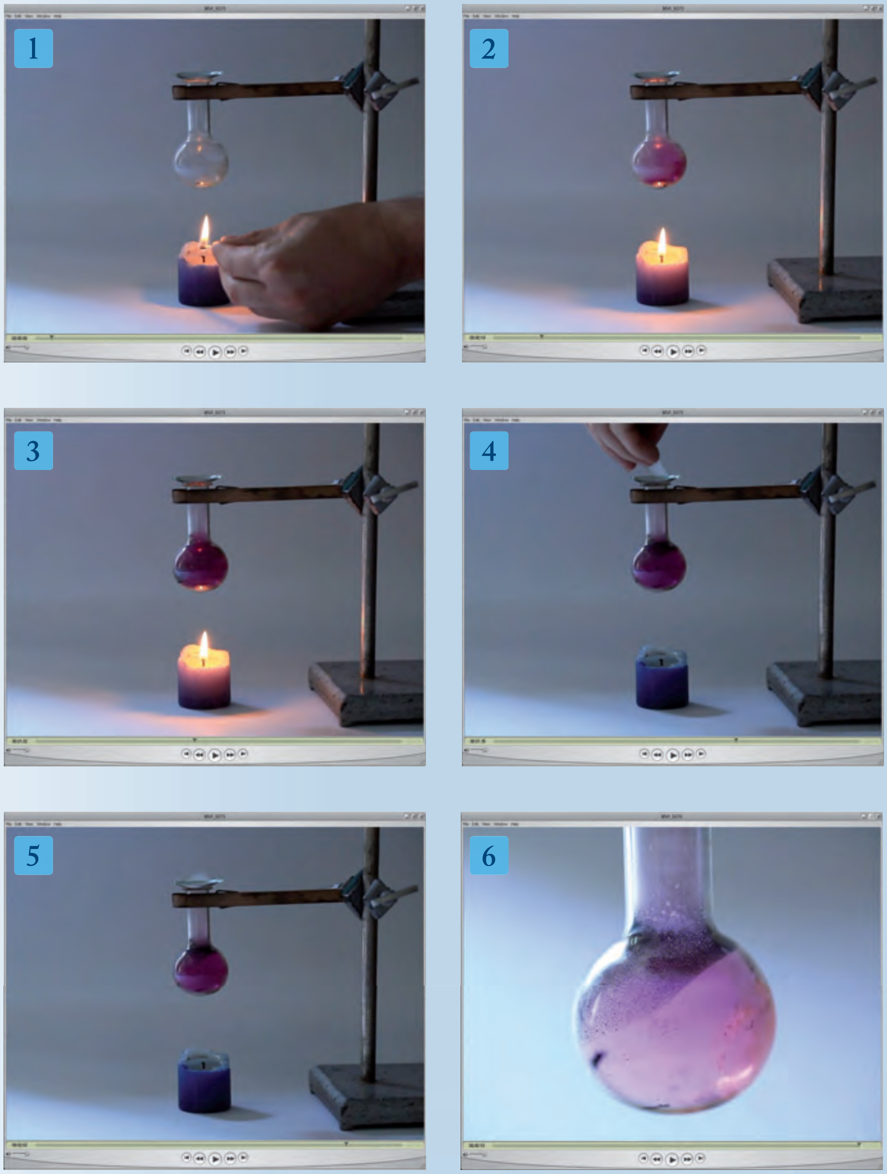
A **térfogati** (köbös) **hőtágulási együttható** megmutatja, hogy mennyivel változik meg a szilárd test vagy a folyadék térfogata az eredeti térfogatához viszonyítva, ha 1 °C-kal változik a hőmérséklete.
$\Delta V = \beta \cdot V_0 \cdot \Delta T$

A gázok állapotát négy jól mérhető mennyiség egyértelműen meghatározza: a gáz nyomása, térfogata, hőmérséklete és tömege. Ezeket a fizikai mennyiségeket **állapotjelzők**nek vagy állapothatározóknak nevezzük.

Az olyan állapotváltozást, amelynek során az adott tömegű gáz hőmérséklete állandó, **izoterm állapotváltozás**nak nevezzük.

Boyle–Mariotte-törvény:
Az állandó hőmérsékletű és állandó tömegű gáz térfogata és nyomása között fordított arányosság van.
$p \cdot V$ = állandó

A jód szublimációja és lecsapódása



▪ *Gázok* ▪ *Hőtan főtételei*
▪ *Halmazállapot-változások*

Termodinamika

Az előző fejezetben tapasztalati tényekre alapozva fogalmaztuk meg a hőtani alapjelenségek törvényeit. Ez a fenomenológiai módszer. A *termodinamika*, vagy más néven molekuláris hőelmélet az anyagot felépítő részecskék kölcsönhatását vizsgálja. Ezt korpuszkuláris módszernek nevezzük. A gázok nyomását és hőmérsékletét az atomok és a molekulák mozgására vezeti vissza. Ebben a fejezetben megismerkedünk a hőtan főtételeivel és alkalmazásukkal. Tanulmányozzuk a hűtőgépek és a hőerőgépek működését. Mindkét fent említett módszert alkalmazva foglalkozunk a fagyás, az olvadás, a párolgás, a forrás és a lecsapódás jelenségével, valamint a hő terjedésével.

23. lecke

A gázok belső energiája. A hőtan I. főtétele

Mi hozza mozgásba a légpuska lövedékét?

Milyen távolságra lehetnek egymástól a gázok molekulái? Tegyük fel, hogy a normálállapotú oxigén molekulái egy-egy kis kocka közepén helyezkednek el. ***Milyen hosszú ezen kockák éle, azaz normálállapotban mekkora az oxigénmolekulák átlagos távolsága?***

Kinetikus gázelmélet

Az előző fejezetben úgy foglalkoztunk a gázok állapotváltozásaival, hogy nem vizsgáltuk a gázrészecskék tulajdonságait.

A következő leckékben a gázok molekuláris elméletével ismerkedünk meg. A kinetikus gázelmélet a molekuláris elmélet egyszerűsített változata.

A kinetikus gázelmélet alapfeltevései:

- az ideális gáz rendkívül nagyszámú egyenlő tömegű részecskékből áll;
- a részecskék mérete nagyon kicsi a tartály méretéhez és a közöttük lévő távolsághoz képest;
- a részecskék állandó mozgásban vannak, egymással és a tartály falával tökéletesen rugalmasan ütköznek;
- az ütközések során a részecskék sebességének nagysága és iránya folytonosan változik, de az átlagsebességgel jellemezhető a mozgásuk;
- a tartály falai tökéletesen merevek;
- eltekintünk a részecskékre ható gravitációs erőtől és a részecskék közötti vonzóerőtől;
- a részecskék rendezetlenül, nagy sebességgel mozognak.

Az anyagok belső energiája

A belső égésű motorokban felrobbanó gáz nagy nyomása dugattyút mozgat. A forró gáz tágulásakor munkavégzés történik. A légpuskába helyezett lőszert is sűrített levegő lövi ki. Az elsütőbillentyű meghúzásakor egy összenyomott rugóval mozgatott dugattyú összenyomja a hengerben lévő levegőt, a megnövekedett nyomás kirepíti a lövedéket.

A felsorolt példák azt mutatják, ha az anyagok egy bizonyos állapotba kerülnek, például összepréselődnek vagy berobbannak, akkor képesek munkát végezni. Ebből az következik, hogy az anyagoknak

van energiájuk, mely a belső szerkezetükkel, belső tulajdonságaikkal kapcsolatos. Ezt az energiát az anyagok addig tárolják magukban, amíg a szerkezeti változás be nem következik.

Egy anyagban tárolt energiát, mely az anyag belső szerkezetével kapcsolatos, az adott anyag belső energiájának nevezzük.
Jele: E_b. Mértékegysége: 1 J.

A munkavégzés során a sűrített levegő sűrűsége, a berobbanó benzin anyagának szerkezete megváltozott, ezáltal megváltozott a belső energiájuk is. A továbbiakban csak a gázokat vizsgáljuk, de hangsúlyozzuk, hogy következtetéseink, a leírt törvények minden anyagra érvényesek.

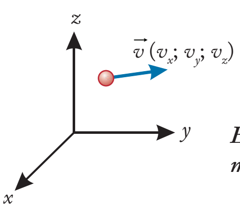
A gázok belső energiája a részecskék hőmozgásával kapcsolatos.

Az ideális gáz belső energiája egyenlő a részecskék mozgásából származó összes mozgási energiával.

A kinetikus modell segítségével levezethető, hogy egy egyatomos részecske mozgási energiája:

$$E_{0\,\mathrm{mozg}} = \frac{3}{2}k \cdot T = \frac{1}{2}m_0 \cdot v^2 =$$
$$= \frac{1}{2}m_0 \cdot v_x^2 + \frac{1}{2}m_0 \cdot v_y^2 + \frac{1}{2}m_0 \cdot v_z^2$$

A k a Boltzmann-állandó: $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$, az m_0 egy részecske tömege, v pedig a sebessége.



Egyatomos gáz modellje

Ez az összefüggés az egyatomos gázok esetén érvényes. Ilyenek a nemesgázok: He, Ne stb.

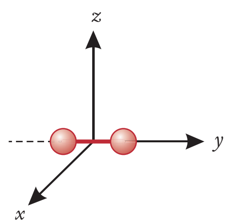
Az atomok csak haladó mozgást végeznek a háromdimenziós térben. Három egymástól független sebesség-összetevővel rendelkeznek, azaz a szabadsági fokuk: $f = 3$, ***f*** **a szabadsági fok jele**.

A molekulák egyszerre végeznek haladó és forgómozgást. A kétatomos molekulák esetében két forgástengelyt kell figyelembe vennünk. Az atomok középpontján áthaladó tengely körüli forgást elhanyagolhatjuk. A kétatomos molekulákból álló gázok (O_2, H_2) szabadsági foka:

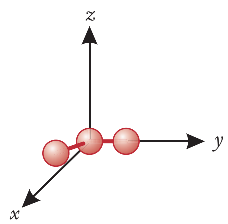
$f = 3 + 2 = 5$

A többatomos gázok esetében (CO_2, CH_4) mindhárom forgástengelyt figyelembe kell vennünk. A szabadsági fokok száma:

$f = 3 + 3 = 6$



Kétatomos molekulából álló gáz modellje



Többatomos molekulából álló gáz modellje

Egy gázrészecske átlagos energiája: $E = \frac{f}{2} \cdot k \cdot T$
Az N részecskéből álló gáz esetén a gáz belső energiája: $E_b = \frac{f}{2} \cdot N \cdot k \cdot T$

Termikus egyensúly

Ha egy testnek és környezetének a hőmérséklete különböző, akkor a hidegebb test belső energiája nő, amit a hőmérséklet növekedése jelez. A melegebb test belső energiája és hőmérséklete pedig csökken. Az ilyen kölcsönhatást termikus kölcsönhatásnak nevezzük. A termikus kölcsönhatás addig tart, amíg a két test hőmérséklete azonos nem lesz. A test környezetével **termikus egyensúlyi állapot**ba kerül.

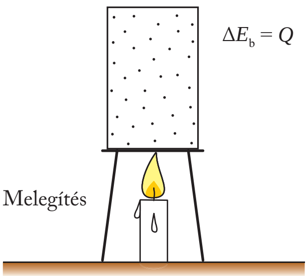
A kovács a felforrósodott szerszámait egy vödör vízben hűti le: a fogók lehűlnek, a víz hőmérséklete nő, kialakul a termikus egyensúly

A hőtan I. főtétele

Az ideális gáz belső energiáját kétféle módon lehet megváltoztatni:

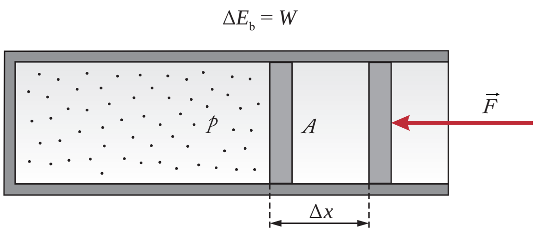
1. Termikus kölcsönhatás közben: melegítjük vagy hűtjük a gázt.

$$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot N \cdot k \cdot \Delta T$$



A gáz belső energiájának növelése melegítéssel

2. Mechanikai kölcsönhatás közben: összenyomjuk vagy engedjük tágulni a gázt.



A gáz belső energiájának növelése munkavégzéssel

A dugattyú mozgatásakor munkát végzünk, ezt térfogati munkának nevezzük. A **térfogati munka** a gázon végzett munka. A gáz nyomása legyen állandó!

$$W = F \cdot \Delta x = p \cdot (A \cdot \Delta x) = p \cdot \Delta V$$

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = p \cdot A$$

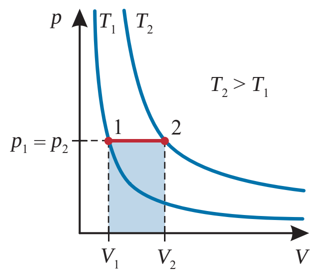
A térfogati munka előjeles skalármennyiség. A gáz tágulásakor a dugattyúra ható külső erő és az elmozdulás ellentétes, tehát a térfogati munka negatív, a gáz összenyomásakor pedig pozitív.

$$W = -p \cdot \Delta V$$

Táguláskor: $\Delta V > 0$, $W < 0$

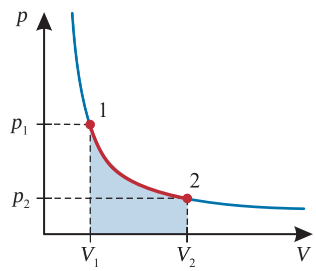
Összenyomáskor: $\Delta V < 0$, $W > 0$

Ha a gázok állapotváltozását nyomás-térfogat (p–V) grafikonon ábrázoljuk, akkor a görbe alatti terület mérőszáma a munkavégzés számértékével egyenlő. Izobár állapotváltozáskor a nyomás állandó, így a konstans függvénygörbe alatti terület egy téglalap területe.



Izobár állapotváltozás p–V diagramon

Izoterm állapotváltozáskor a gáz nyomása és térfogata is változik. A görbe alatti terület kiszámítása közelítő eljárással vagy integrálszámítással történhet (ezzel itt nem foglalkozunk).



Izoterm állapotváltozás p–V diagramon

Izochor állapotváltozáskor a munkavégzés nulla.

Ha a termodinamikai folyamatban hőközlés és munkavégzés is történik, akkor a belső energia megváltozása: $\Delta E_b = Q + W$

A gáz belső energiájának megváltozása egyenlő a gáz által felvett vagy leadott hőmennyiség és a munkavégzés összegével. Ezt az összefüggést a hőtan (vagy a termodinamika) I. főtételének nevezzük.

$$\boldsymbol{\Delta E_b = Q + W}$$

A hőtan I. főtétele az energiamegmaradás törvényének az általánosítását fejezi ki.

A munkavégzés többféle lehet: elektromos, súrlódási stb. Sokszor ez a munkavégzés a gáz térfogatváltozásával kapcsolatos *térfogati munka*.

Melegítés munkavégzéssel

Munkavégzéssel növelhetjük a testek hőmérsékletét. Ha két tenyerünket összedörzsöljük vagy megdörzsöljük a karunkat, meleget érzünk. Súrlódás következtében a mechanikai munka hővé alakul.

Az ősember tűzgyújtásra alkalmazta ezt a jelenséget. A puha fadarabba kővel mélyedést alakított ki. A mélyedésbe keményebb farudat szorított. Két tenyere között nagyon gyorsan addig forgatta, amíg a keletkezett hőtől izzani kezdett a farúd vége.

Az I. főtétel alkalmazásai

A következő leckében termodinamikai folyamatokat elemzünk majd az I. főtétel segítségével.

A körfolyamatok vizsgálatakor is alkalmazzuk az I. főtételt.

A kémiai energia hőenergiává alakulása az I. főtétel speciális esete. Az atomok közötti kémiai kötések felbomlanak, termikus energia keletkezik. Például szerves anyagok égetésekor, oxigén segítségével hőenergia jön létre. A hőtermelő (exoterm) és a hőfogyasztó (endoterm) folyamatok lejátszódásakor is érvényes az első főtétel. Az ehhez hasonló folyamatokkal a termokémia foglalkozik részletesen.

Az élőlények táplálkozáskor energiákat alakítanak át. Testük hőmérsékletét, a mozgásukat és egyéb életfunkcióikat energia felhasználásával végzik. A bioenergiák kiszámításánál figyelembe kell venni az első főtételt. A biológiai folyamatok vizsgálatakor is alkalmazható az I. főtétel. Ne feledjük, hogy az élő szervezetekben nagyon bonyolult biokémiai folyamatok mennek végbe, nem egyszerűsíthetők le csak fizikai jelenségekre.

Geológiai modellek létrehozásánál is figyelembe kell venni az I. főtételt. A Föld egyirányú fejlődése a termodinamika első főtételével bizonyítható. Égitestek keletkezésekor a gravitációs erők összehúzzák az anyagot, közben hő keletkezik. Geotermikus energia kitermelésekor, hasznosításakor is számolni kell az I. főtétellel.

Általános energiatétel

Az általános energiatétel kimondja, hogy energia semmilyen folyamatnál nem keletkezik, nem semmisül meg, csak átalakul.

Például a mechanikai energia átalakulhat a gáz belső energiájává.

Az energiatételből következik, hogy nem lehet olyan periodikusan működő gépet szerkeszteni, amely munkát végezne anélkül, hogy valamilyen energiát ne használna fel. Az ilyen gépet elsőfajú perpetuum mobilének (örökmozgónak) nevezzük.

A termodinamika I. főtétele nem más, mint az energiatétel alkalmazása hőtani folyamatokra. Az I. főtétel is *az elsőfajú perpetuum mobile lehetetlenségét fejezi ki.*

A Popular Science *1920. októberi címlapján egy feltaláló az örökmozgó megalkotásán dolgozik (Norman Rockwell grafikája, 1920)*

KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Hogyan lehet megbecsülni, hogy mennyi a levegő belső energiája a 8 m × 5 m × 3 m méretű tanteremben?

MEGOLDÁS

Hasonlítsuk össze a gázok állapotegyenletét és a belső energia kiszámítására kapott összefüggést:

$$E_b = \frac{f}{2} n \cdot R \cdot T$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Ha az $n \cdot R \cdot T$ helyébe beírjuk a $p \cdot V$-t, a következő összefüggést kapjuk: $E_b = \frac{f}{2} \cdot p \cdot V$

A levegő főleg oxigénből és nitrogénből áll: $f = 5$

Vegyük a nyomást 100 kPa-nak! Számítsuk ki a térfogatot! $V = 8\ \text{m} \cdot 5\ \text{m} \cdot 3\ \text{m} = 120\ \text{m}^3$

Helyettesítsük be az ismert mennyiségeket:

$$E_b = \frac{5}{2} \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 120\ \text{m}^3 = 30\ \text{MJ}$$

A tanterem levegőjének belső energiája 30 MJ.

Az ember energia-háztartása

A mindennapi létünk során sokféle munkát végzünk (akaratlagosan és a biológiai működésünk során is), valamint biztosítjuk a megfelelő testhőmérsékletünket. Ennek energiafedezetét a táplálkozással a szervezetünkbe bevitt élelmiszerek adják. Energiaforrás szempontjából a szénhidrátok, a zsírok és a fehérjék a legfontosabbak. Fontos tudni azonban, hogy ezeknek nem mindegyik változatát képes az emberi szervezet feldolgozni, hasznosítani (elégetni). Például a cellulóz (szénhidrát) a szarvasmarhák számára fontos tápanyag, de az ember nem képes lebontani, tehát számára nem táplálék.

A fehérjefogyasztásunk jellemzően állati eredetű húsokból áll. Vannak növények is, amik jelentős fehérjetartalmúak, és képesek vagyunk őket megemészteni. Ilyen a szója, amit általában nem önmagában fogyasztunk, de jelentős mértékben tartalmazzák különféle ételkészítmények. Az olajos magvak közül elsősorban a mandula, a földimogyoró és a tökmag, a hüvelyesek közül a bab, borsó, lencse jelentős fehérjeforrás.

A zsírok is alapvető fontosságú táplálékok, szintén vannak állati és növényi eredetűek. Az étolajok is zsírok, csupán folyékony halmazállapotúak, többnyire növényi eredetűek, kivétel a halolaj.

Az élelmiszerek energiatartalmát hagyományosan kcal-ban, újabban már MJ-ban adják meg, és általában (ezt fel is tüntetik a csomagoláson) 100 g tömegre vonatkoztatják. Napjainkban lépten-nyomon találkozunk táplálkozási „szakértőkkel”, akik legtöbbször kalóriát említenek kcal helyett. Éttermekben is általánossá vált az ételek összetételének és tápértékének feltüntetése az étlapon, sokszor ott is hibásan, kalóriát írva. Ha igazak lennének azok az értékek, bizony nagyon gyorsan megéheznénk egy kiadós ebéd után. Érdemes tudni, hogy egy átlagos középiskolás napi tápanyagigénye ~12 000 kJ (~2900 kcal), egy felnőtt, közepesen nehéz munkát végző személynek ~13 000 kJ (~3100 kcal) bevitt energiára van szüksége. Fontos tudni, hogy ezek a számok valóban nagyon átlagos értékek. Az, hogy a bevitt tápanyag mekkora része fordítódik az életfolyamatok fenntartására, és mennyi épül be a szervezetbe, egyéni alkattól és a testtömegtől függ.

Szénhidrátok (4,1 kcal/g)	Fehérjék (4,2 kcal/g)	Zsírok (9,3 kcal/g)

A lassú és a gyors égés

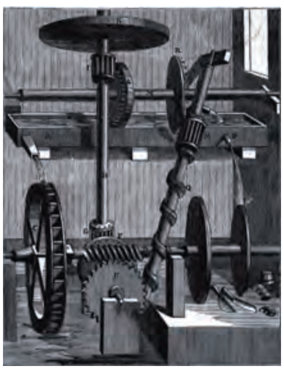
A köznapi életben, ha égésről beszélünk, általában egy anyag látványos, lánggal és füsttel járó átalakulására gondolunk. Ilyen lehet a kályhában elégő szén vagy fa, a kazánban elégő földgáz folyamata. Ez a gyors égés, ilyenkor jelentős hő keletkezik, amit jellemzően melegítésre használunk. Az éghető anyagon kívül oxigén, kellően magas hőmérséklet szükséges hozzá, és szén-dioxid keletkezik.

Az emberben (és az állatokban is) a bevitt tápanyag lassan bomlik le, alakul át. Ez is egy égési folyamat, itt is termelődik hő, de az egész alacsony hőmérsékleten megy végbe. A táplálékon kívül itt is szükséges oxigén és szén-dioxid keletkezik.

Kémiában az égést oxigénnel való egyesülésként értelmezzük, így lassú égésnek tekinthető a fémfelületek oxidációja vagy általában a szerves anyagok elbomlása.

Kérdések és feladatok

1 Hogyan működnek a képeken látható „örökmozgók"? Milyen fizikai jelenségekkel lehet indokolni, hogy csak „látszólag" örökmozgók?



2 Mekkora a hőmérséklete 60 g héliumnak, ha belső energiája 45 kJ?

3 A búvárok oxigénpalackjában 4 kg 17 °C-os gáz van. Mekkora a belső energiája?

4 A tanulók – a fizikaszakkörön – azt a feladatot kapták, hogy számítsák ki, mennyi volt a 2 kg nitrogént tartalmazó palack belső energiája hűtés előtt, ha hűtés közben 5%-kal csökkent. Mekkora lett a nitrogén hőmérséklete a hűtés után, ha előtte 22 °C volt?

5 Egy súrlódásmentes dugattyúval lezárt hengerben ideális gáz van, amelynek a nyomása 120 kPa. Állandó nyomáson 800 cm^3 térfogatról 200 cm^3-re összenyomjuk. A folyamat közben a gáz 1400 J hőt ad át a környezetének.

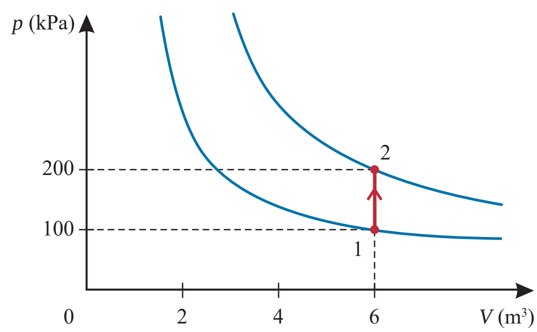
a) Mennyi a térfogati munka értéke?

b) Mennyivel változott meg a gáz belső energiája?

6 Az ábrán kétatomos molekulákból álló gáz állapotváltozása látható. A gáz hőmérséklete a kezdeti (1) állapotban 300 K.

a) Mennyivel változik a belső energiája?

b) Mennyi hőt vett fel a környezetéből?



Az állapotváltozás p–V diagramja

24. lecke

A termodinamikai folyamatok energetikai vizsgálata

A szifonpatron becsavarásakor érdekes jelenséget figyelhetünk meg. Még nyáron, nagy melegben is, a patron külső része deres lesz. A levegőben lévő vízpára ráfagy a felületére. ***Mivel magyarázható a patron nagymértékű lehűlése?***

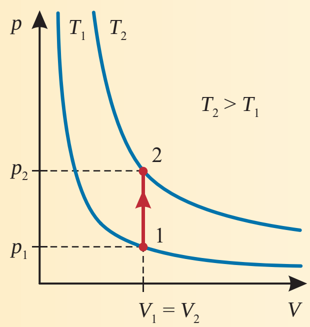
Hogyan működik a dízelmotor?

Termodinamikai folyamatok

A gáz az állapotváltozáskor munkát végez, vagy munkát végeznek rajta, hőt ad le vagy hőt vesz fel, megváltozik a belső energiája. Az ideális gázok esetén jól elemezhetők azok a folyamatok, amelyekben valamilyen feltételt szabunk. Az I. főtétel segítségével négy speciális termodinamikai folyamatot elemzünk. A vizsgálatok közben a gáz tömegét állandónak tekintjük. Három folyamattal már az előző leckékben is találkoztunk, ezek az izochor, az izobár és az izoterm folyamatok. Ezért egyes ismereteinket ismételni fogjuk. A negyedik fajta állapotváltozáskor a gáz és a környezete között nincs hőcsere, ezt adiabatikus állapotváltozásnak nevezzük.

Izochor állapotváltozás

Az ideális gáz térfogata a folyamat közben állandó. Térfogati munkavégzés nincs: ez a nyomás–térfogat grafikonról is egyszerűen leolvasható.



Izochor állapotváltozás p–V diagramja

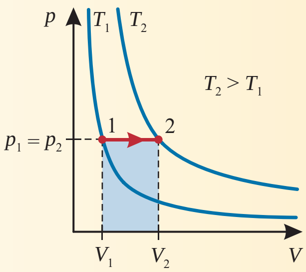
$W = 0$, mert nincs térfogatváltozás,
$\Delta E_b = Q + W = Q$

Izochor folyamat esetén a gáz belső energiáját csak a hőmennyiség változtatja meg. Ha hőt közlünk a gázzal, akkor a belső energiája nő, ha hőt vonunk el a gáztól, akkor a belső energiája csökken.

Izobár állapotváltozás

A folyamat közben állandó az ideális gáz nyomása. **Izobár folyamat esetén a termikus és mechanikai kölcsönhatás egyszerre határozza meg a belső energia megváltozását.**

$\Delta E_b = Q + W = Q - p \cdot \Delta V$



Izobár állapotváltozás p–V diagramja

A térfogati munka mértéke egyenlő a téglalap területével.

Izoterm állapotváltozás

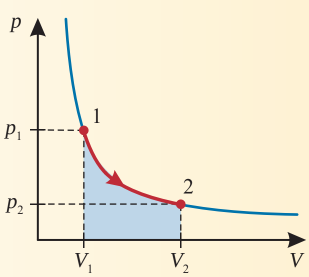
A folyamat közben állandó az ideális gáz hőmérséklete. A belső energia változása zérus:

$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = 0$, mert $\Delta T = 0$

$\Delta E_b = Q + W = 0$, azaz $Q = -W$

Izoterm állapotváltozáskor a gázzal közölt hőmennyiség teljes egészében térfogati munkává alakul. Másképp fogalmazva:

- Izoterm összenyomáskor a gáz a munkával egyenlő nagyságú hőt ad le a környezetének.
- Izoterm táguláskor pedig a gáz a munkával egyenlő nagyságú hőt vesz fel a környezetéből.



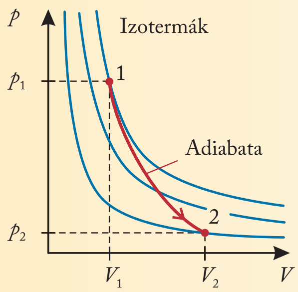
Izoterm állapotváltozás p–V diagramja

A térfogati munkát a görbe alatti terület jelenti. Kiszámítása bonyolultabb matematikai művelettel történhet (integrálszámítás).

Adiabatikus állapotváltozás

A folyamat során az ideális gáz és a környezet között nincs hőcsere, azaz $Q = 0$. Ez úgy valósítható meg, ha az állapotváltozás közben tökéletesen elszigeteljük a gázt a környezetétől. Úgy is létrehozhatunk ilyen folyamatot, hogy nagyon gyorsan, rövid idő alatt valósítjuk meg. Ilyen esetben a gyorsaság miatt nem történik számottevő hőfelvétel vagy hőleadás.

$\Delta E_b = Q + W = W$



Adiabatikus állapotváltozás p–V diagramja

Adiabatikus állapotváltozáskor a gáz belső energiájának megváltozása egyenlő a gázon végzett munkával. Adiabatikus táguláskor a gáz lehűl, $\Delta E_b < 0$. A szifonpatron becsavarásakor a patronban lévő szén-dioxid-gáz nagy sebességgel a szifonba áramlik. A jelenség adiabatikus tágulásnak tekinthető, ezzel magyarázható a patron hirtelen lehűlése. Adiabatikus összenyomáskor a gáz felmelegszik, $\Delta E_b > 0$.


A dugattyú hirtelen lenyomásakor az alkohollal átitatott vatta lángra lobban

Miért lángol a szesszel átitatott vatta?

Termodinamika

Az ideális gázok hőkapacitása és fajhője

Laboratóriumi mérések azt mutatják, hogy a különböző anyagok melegítéséhez szükséges hőmennyiség (Q) egyenesen arányos a hőmérséklet megváltozásával (ΔT).

$Q \sim \Delta T$, tehát a $\frac{Q}{\Delta T}$ = állandó.

A $\frac{Q}{\Delta T}$ állandó jellemzi a gáz anyagi minőségét.

Neve: hőkapacitás. Jele: C.

$C = \frac{Q}{\Delta T}$. Mértékegysége: $1\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} = 1\ \frac{\mathrm{J}}{^\circ\mathrm{C}}$.

A hőkapacitás definíciójából következik, hogy két test közül annak kisebb a hőkapacitása, amelynek 1 °C-kal való felmelegítéséhez kevesebb hőre van szükség. Egy tányér ételnek kisebb a hőkapacitása, mint egy tele lábasénak. A sportcsarnokban lévő nagy tömegű levegő hőkapacitása sokkal nagyobb, mint egy kis szobában található. Gondoljunk arra, mennyivel kevesebb fűtőanyaggal melegíthetjük fel a szoba levegőjét!

A különböző gázok hőkapacitása akkor is különböző, ha a tömegük egyenlő. A hidrogén hőkapacitása állandó nyomáson például 14-szerese a vele azonos tömegű nitrogénének. A **fajhő**vel jellemezhetjük a gázoknak azt a tulajdonságát, hogy azonos tömeg esetén különböző a hőkapacitásuk.

A gáz fajhőjén hőkapacitásának és tömegének hányadosát értjük. Jele: c.

$$c = \frac{C}{m}, \quad c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}, \quad \text{azaz} \quad Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

Mértékegysége: $1\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{K}} = 1\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg} \cdot {}^\circ\mathrm{C}}$.

Egy adott gáz fajhője megmutatja, hogy mekkora hőmennyiség felvételére vagy leadására van szükség ahhoz, hogy 1 kg tömegű anyag hőmérséklete 1 °C-kal (1 K-nel) megváltozzon.

Az ideális gázokkal közölt hőmennyiség nem mindig a gáz belső energiáját változtatja meg, hanem térfogati munkára is fordítódhat. A gázok fajhője tehát függ a hőközlés módjától is. Megkülönböztetünk állandó nyomáson (c_p) és állandó térfogaton (c_V) értelmezett fajhőt.

A $c_p > c_V$, mert állandó nyomáson a hőmennyiség egy része a munkavégzésre fordítódik:

$$\Delta E_b = Q + W$$

Állandó térfogaton kevesebb hővel lehet melegíteni vagy hűteni a gázokat, mert nincs munkavégzés.

Gáz	$c_p \left(\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg} \cdot {}^\circ\mathrm{C}}\right)$	$c_V \left(\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg} \cdot {}^\circ\mathrm{C}}\right)$
hidrogén	14,236	10,112
oxigén	0,916	0,653
hélium	5,234	3,161
nitrogén	1,038	0,741
metán	2,161	1,637
levegő	0,997	0,712

Néhány gáz fajhője állandó nyomáson és állandó térfogaton

KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. A kerékpárpumpa használatakor megközelítőleg adiabatikus folyamat játszódik le.

Legyen a pumpa hengerének hossza 60 cm. A levegő hőmérséklete a pumpálás kezdetekor 24 °C. Azt tapasztaljuk, hogy a pumpa használat közben 80 °C-ra melegszik. A külső légnyomás 100 kPa. A pumpa hengerének átmérője 3 cm. Mekkora munkát végeztünk, ha hirtelen egyszer összenyomtuk a levegőt?

MEGOLDÁS

Adatok:

T_1 = 24 °C = 297 K

T_2 = 80 °C = 353 K

$\Delta T = T_2 - T_1$ = 56 K

p_1 = 100 kPa

d = 3 cm

r = 1,5 cm

l = 60 cm

W = ?

A levegőmolekulák szabadsági foka: f = 5

A pumpa hengerének térfogata: $V_1 = r^2 \cdot \pi \cdot l$

$V_1 = 1{,}5^2\ \text{cm}^2 \cdot 3{,}14 \cdot 60\ \text{cm} = 4{,}24 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^3$

A folyamat adiabatikus: $Q = 0$

Alkalmazzuk a belső energia kiszámítására kapott összefüggést:

$$\Delta E_b = W = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$$

Az $n \cdot R$ szorzat kiszámítható, ha az összenyomás előtti helyzetre alkalmazzuk az állapotegyenletet!

$$p_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1$$

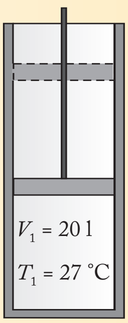
$$n \cdot R = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = 0{,}143\ \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$n \cdot R$ ismeretében a munkavégzés kiszámítható:

$$W = \Delta E_b = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = 20\ \text{J}$$

Tehát ha hirtelen egyszer összenyomtuk a levegőt, akkor 20 J munkát végeztünk.

2. Könnyen mozgó dugattyúval lezárt hengerben 20 liter térfogatú, 300 kPa nyomású hélium van. A dugattyú hirtelen elmozdulásával, adiabatikus folyamatban, a térfogat kétszeresére nő. A gáz kezdeti hőmérséklete legyen 27 °C! A folyamat közben a gáz belső energiája 3340 J-lal csökkent.



a) Mennyi lesz a végső állapotban a hőmérséklete?
b) Mennyi a gáz nyomása a végső állapotban?
c) Ábrázoljuk a folyamatot p–V diagramon!

MEGOLDÁS

Adatok:

$R = 8{,}314\ \dfrac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

$V_1 = 20\ \text{l} = 2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$, $V_2 = 40\ \text{l} = 4 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^3$

$T_1 = 27\ °\text{C} = 300\ \text{K}$

Hélium, a szabadsági fokok száma: $f = 3$

$p_1 = 300\ \text{kPa}$

$\Delta E_b = 3340\ \text{J}$

Adiabatikus állapotváltozás: $Q = 0$

---

a) $T_2 = ?$, *b)* $p_2 = ?$

a) Alkalmazzuk a belső energia kiszámítására kapott összefüggést!

$$\Delta E_b = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$$

Írjuk fel az állapotegyenletet a kezdő állapotra:

$$p_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1$$

Fejezzük ki az $n \cdot R$ szorzatot:

$$n \cdot R = \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = 20\ \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

A belső energia kiszámítására kapott összefüggésből fejezzük ki a hőmérséklet-változást!

$$\Delta T = \frac{2 \cdot \Delta E_b}{3 \cdot n \cdot R} = \frac{6680}{3 \cdot 20}\ \text{K} = 111{,}3\ \text{K}$$

$$T_2 = T_1 - \Delta T = 188{,}67\ \text{K}$$

A végső állapotban a gáz hőmérséklete 188,67 K, azaz –84,33 °C.

b) Alkalmazzuk az egyesített gáztörvényt:

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

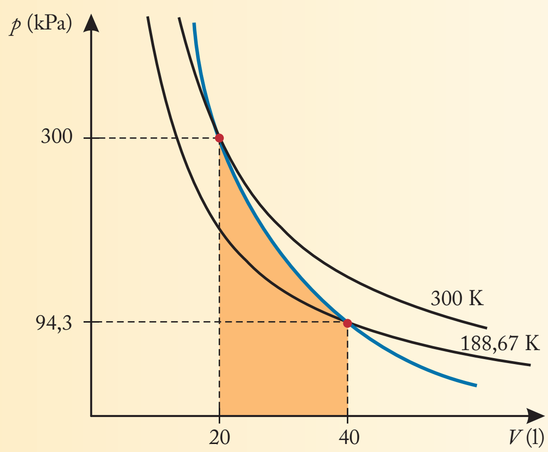
Fejezzük ki a nyomást! Helyettesítsük be az adatokat!

$$p_2 = \frac{p_1 \cdot V_1 \cdot T_2}{T_1 \cdot V_2} = \frac{300\ \text{kPa} \cdot 20\ \text{l} \cdot 188{,}67\ \text{K}}{300\ \text{K} \cdot 40\ \text{l}} =$$

$$= 94{,}3\ \text{kPa}$$

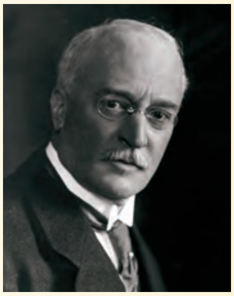
A végső állapotban a gáz nyomása 94,3 kPa.

c) A p–V diagram megrajzolása:



Olvasmány

Rudolf Diesel (1858–1913)



Német feltaláló és gépészmérnök. Párizsban született, tanulmányait Párizsban, Augsburgban és Münchenben végezte. 1880-ban gépészmérnöki oklevelet kapott kitűnő minősítéssel. Több híres cégnél is dolgozott. Főleg motorok tervezésével foglalkozott. 1892-ben szabadalmaztatta *belső égésű motorját*, amely levegősűrítéssel, gyújtógyertya nélkül működött. A motort olajmotornak nevezték, mert gázolajat használtak az üzemeltetésekor. A dízelmotor kis fogyasztása miatt – tökéletesített formában – máig népszerű. Diesel javasolta a növényi olajok üzemanyagként való felhasználását is.

Rudolf Diesel (Ismeretlen fényképész felvétele)

Kérdések és feladatok

1 A súrlódásmentesen mozgó dugattyúval hengerbe zárt oxigén tömege 80 g. Melegítés hatására a hőmérséklete 20 °C-ról 80 °C-ra nő. Az oxigén fajhője állandó nyomáson 920 $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$.

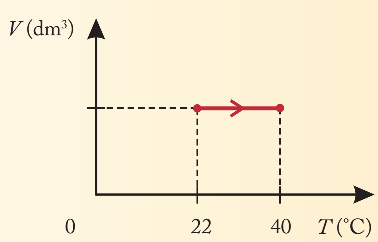
a) Mekkora hőmennyiséget vett fel az oxigén a környezetétől?
b) Mennyi a belső energia megváltozása?
c) Mekkora a térfogati munka?

2 A 100 g tömegű, 17 °C-os hidrogéngáz adiabatikus összenyomásakor 40 kJ munkát végeztünk.

a) Mekkora a belső energia megváltozása?
b) Mekkora a hőmérséklet az új állapotban?

3 Zárt tartályban 15 kg neongáz van. Szállítás közben a hőmérséklete megemelkedett. A neon állandó térfogaton mért fajhője 620 $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$. A hiányzó adatokat olvassuk le a grafikonról!

a) Mennyi hőt közöltünk a gázzal melegítés közben?
b) Mennyivel nőtt a neon belső energiája?



4 Jól hőszigetelt falú hengerben 2 kg 17 °C-os levegő van. Adiabatikus folyamatban a hőmérséklete –17 °C-ra csökken. A levegő fajhője állandó térfogaton 710 $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$.

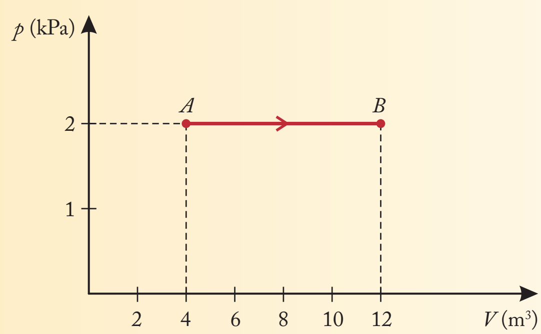
a) Mekkora a belső energia megváltozása?
b) Mekkora a munkavégzés?

5 Ideális gáz izoterm folyamat közben 12 kJ hőmennyiséget adott át környezetének.

a) Mekkora a gáz belső energiájának megváltozása?
b) Hogyan változott a térfogata?
c) Hogyan változott a nyomása?

6 Az ábrán kétatomos molekulákból álló gáz állapotváltozása figyelhető meg.

a) Milyen típusú az állapotváltozás?
b) Mekkora a gáz által végzett munka?
c) Hogyan változott a gáz belső energiája, ha az *A* állapotban a hőmérséklete 7 °C volt?
d) Mennyi hőt vett fel a gáz a környezetétől?



25. lecke

A hőtan II. főtétele

Lehet-e olyan erőművet építeni, amely a tengerekből elvont hőt használja fel?

A hideg tányérba mert forró leves lehűl, a tányér felmelegszik. ***Lejátszódhatna-e ez a folyamat fordítva: előfordulhat-e, hogy a forró leves még melegebb és a hideg tányér még hidegebb lesz, miután a levest a tányérba tettük?***

Megfordítható és nem megfordítható folyamatok

Ebben a fejezetben a hőtani folyamatok megfordíthatóságát, illetve megfordíthatatlanságát vizsgáljuk. Az I. főtétel kimondja, hogy a természetben lejátszódó folyamatokban nem változik az összes energia. Azt azonban nem mondja meg, hogy egy folyamat egy adott irányba vagy éppen azzal ellentétes irányba játszódik-e le. Az I. főtétel azt is megengedné, hogy a hideg tányér lehűljön, és a forró leves tovább melegedjen. Megfigyeléseink és tapasztalataink azonban mást mutatnak. A természetben lejátszódó folyamatokat **reverzibilis, azaz megfordítható** és **irreverzibilis, azaz nem megfordítható** folyamatokra oszthatjuk fel.

Jó példa a **reverzibilis** folyamatra a padlón rugalmasan pattogó labda. A rugalmas labda visszapattan eredeti helyzetébe, és a padlón sem figyelhetünk meg maradandó alakváltozást. (A példa nem tökéletes, mert a labda padlóra csapódásakor egy kevés hő fejlődik.) Általában a súrlódás és a hőfejlődés nélküli mechanikai folyamatok reverzibilisek.

Az **irreverzibilis** folyamatok során nem hanyagolható el a súrlódás vagy a közegellenállás miatt keletkezett hő. A súrlódási munka hővé alakul, amely a környezetben eloszlik. A termodinamikai folyamatok nagy része irreverzibilis.

A hőtan II. főtétele meghatározza, hogy egy folyamat önmagától milyen irányba játszódik le. A tételnek több megfogalmazása is létezik, de a lényege minden esetben azonos az alábbi megfogalmazással.

A hőtan II. főtétele: A testek termikus kölcsönhatásakor mindig a melegebb test ad át energiát a hidegebb testnek. Ennek a folyamatnak az iránya önmagától nem változik, csak külső beavatkozással fordítható meg.

A hőtan II. főtételének értelmezése a gázok kinetikus modelljével

A természetben lejátszódó folyamatok közben megváltozik a folyamatban részt vevő részecskék (molekulák, atomok) rendezettsége.

Amikor a vonat megáll az állomáson, a fékezéskor a mechanikai energia hővé alakul (súrlódás). A vonat mozgási energiája a részecskék rendezett mozgásából adódott. A keletkezett hőt elnyeli a környezet (levegő). A levegő részecskéi rendezetlen hőmozgást végeznek.

Ha két golyó rugalmatlanul ütközik, csökken a mozgási energiájuk. Deformálódnak a golyók, csökken a részecskék rendezettsége.

Általában igaz, hogy a magukra hagyott rendszerekben a folyamatok iránya a rendezetlenséget növeli. A fizikusok egy nagyon jól használható mennyiséggel fejezik ki valamely rendszer rendezetlenségét, ez az **entrópia**. Ha nő egy rendszer rendezetlensége, akkor nő az entrópiája.

Energiaátalakítás, hatásfok

Az energiaátalakításkor azt kell vizsgálnunk, hogy az *energiaátalakító gép* – *hőerőgép* – működése közben milyen mértékben hasznosítja a bevitt energiát. Tanulmányozzuk tehát a hőerőgépek hatásfokát! A hőerőgépek hőmennyiség befektetése árán hasznos mechanikai munkát végeznek.

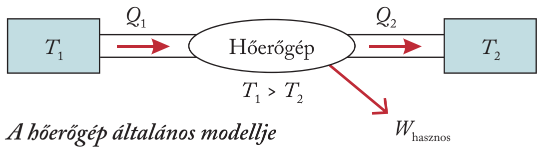
Már megismertük a **hatásfok** fogalmát. A termodinamikában is hasonló módon határozzuk meg:

$$\eta = \frac{\text{kimenő, hasznos munka}}{\text{bemenő energia (befektetett munka)}}$$

A hőerőgép Q_1 hőt vesz fel a T_1 hőmérsékletű tartályból (kazánból), és $Q_2 < Q_1$ hőt ad le a T_2 hőmérsékletű tartálynak (hűtőnek). A gép által végzett munka (hasznos munka): $W = Q_1 - Q_2$

A hatásfok: $\eta = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \dfrac{Q_2}{Q_1}$

A leadott Q_2 hő nem lehet 0-val egyenlő, ezért ideális esetben sem lehet a hatásfok 1, azaz 100%.



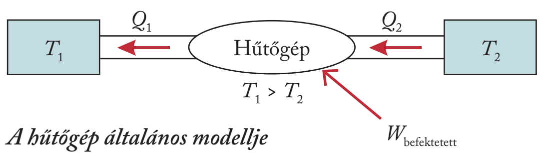
A hőerőgép általános modellje

Ideális gázok esetén az elérhető legjobb hatásfok $\eta = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$ alakban is felírható.

A *hűtőgép vagy hőszivattyú* a T_2 hőmérsékletű tartályt (hűtőszekrény) a környezeténél (T_1) alacsonyabb hőmérsékleten tartja. Q_2 hőt von el a T_2 tartálytól, amely most a hasznos munka. A befektetett munka: $W = Q_1 - Q_2$

A hatásfok: $\eta = \dfrac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \dfrac{T_2}{T_1 - T_2}$

Ezt az elérhető legnagyobb hatásfokot szokás a hűtőgép *jósági tényezőjének* nevezni, jele: ε.



A hűtőgép általános modellje

Másodfajú perpetuum mobile

A lecke elején felvetett problémát másképpen megfogalmazva: Létezik-e olyan berendezés, amely egy hőtartálytól (talaj, légkör, óceán) hőt von el, és ezt *a hőt minden egyéb beavatkozás nélkül teljes egészében munkává alakítja? Az ilyen gép ingyen termelne munkát,* mert a talaj, a légkör, az óceán gyakorlatilag kimeríthetetlen, bármekkora hőmennyiség kivonható belőle. *Ezt a gépet másodfajú perpetuum mobilének szokás nevezni.* A tapasztalat azt mutatja, hogy ilyen szerkezetet nem lehet előállítani.

A hőtan II. főtételének Max Planck német fizikustól származó megfogalmazása: Nem lehet olyan periodikusan működő gépet szerkeszteni, amely egy hőtartályból hőmennyiséget von el, és azt egyéb változások bekövetkezése nélkül munkává alakítja át.

A hőtan II. főtétele mint általános törvény

A második főtétel a kémiában a spontán folyamatok irányát szabja meg. Meghatározza, hogy a kémiai reakciók hogyan játszódjanak le. A kémiai potenciálok leírásánál alkalmazott Gibbs-függvény is a II. főtétel alkalmazása.

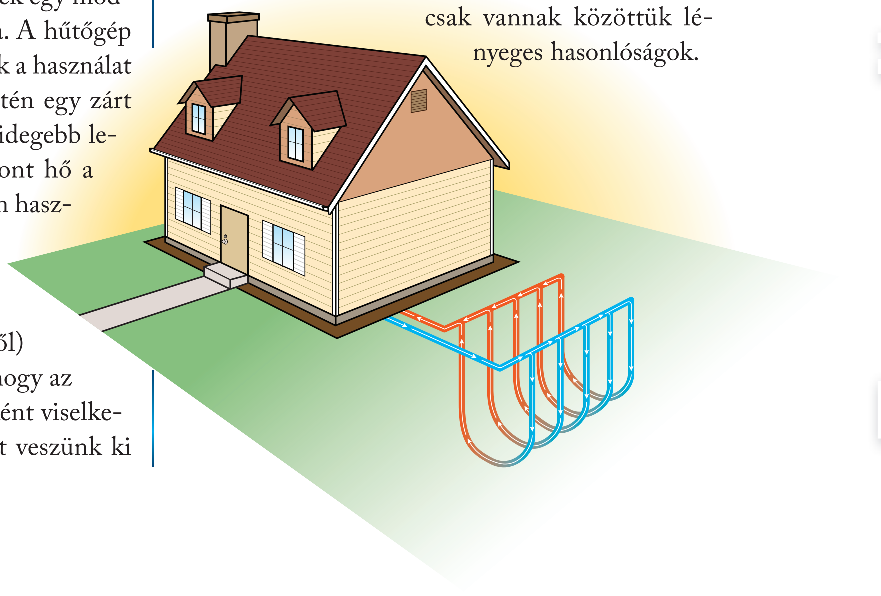
A biológiában fontos szerepet játszó vegyületek kialakulásánál is érvényesül a törvény. A modern kémiai és biológiai modellek kialakítása nem lehetséges a II. főtétel figyelembevétele nélkül.

A műszaki tudományokban, a műszaki gyakorlatban is alapvető törvény a II. főtétel. A műszaki hőtan, a hőtechnika és egyéb műszaki tantárgyakban olvashatjuk az alkalmazásait. A mérnöki gyakorlatban fontos téma az energiaforrások, az energiaátalakítások vizsgálata, például a geotermikus energia felhasználásának lehetőségei. Fontos kérdés itt az, hogy az anyagok belső energiáját milyen arányban lehet munkává alakítani.

Nagyon érdekes összefüggést vizsgált Szilárd Leó, akinek főleg atomfizikai eredményeit tanuljuk a 11. osztályban. Azt kutatta, hogy milyen összefüggés van az emberi értelem információtermelő szerepe és a második főtétel között. Ezeket a vizsgálatokat tekintjük az informatika és az agykutatás közötti kapcsolat létrehozásának.

A hőszivattyú

A korszerű lakások fűtésének, hűtésének egy módja a hőszivattyús rendszer alkalmazása. A hűtőgép és a hőszivattyú között lényegében csak a használat céljában van különbség. Hűtőgép esetén egy zárt térből azért vonunk el hőt, hogy ott hidegebb legyen. A befektetett munka és az elvont hő a környezetet melegíti, ami adott esetben hasznos is lehet, például télen melegíti a konyhát vagy az előszobát. Geotermikus hőszivattyú egy hidegebb környezetből (a talaj mélyebb rétegeiből) azért von el hőt és szállítja a lakásba, hogy az felmelegedjen. A talaj igazi hőtartályként viselkedik. (Ideális hőtartály: bármennyi hőt veszünk ki belőle, a hőmérséklete nem változik.) A csőhálózatot körülvevő föld lehűl ugyan egy kicsit, de a környezete hővezetéssel visszamelegíti. Nyáron klímaberendezésként használható. A ház meleg levegője a föld alatti csőrendszerben áramolva lehűl, és ez tér vissza a lakótérbe.



Az élő szervezetek és a hőerőgépek

Súlyemelő

Az élőlények az elfogyasztott táplálékot feldolgozzák, energiává alakítják. Az energia egy részéből testük hőmérsékletét szabályozzák, például hővé alakítják. Az energiát mechanikai munkavégzésre is használhatják végtagjaik izmainak segítségével. Az alvó ember energiájának nagy részét hővé alakítja, kisugározza a környezetének. A súlyemelő nagy mechanikai munkát végez, energiájának nagy részét erre használja. Lényeges különbség, hogy a hőerőgépeknél a befektetett energia és a munkavégzés időben nem választható szét, az élő szervezeteknél igen. A súlyemelő nem akkor reggelizik, amikor versenyez, már a szervezetében felhalmozta a szükséges energiát.

Érdekes kérdés, hogy mekkora a hatásfoka az élő szervezeteknek. Nehéz vizsgálni, de lehetséges, a vizsgálat során azonban figyelembe kell venni azt, hogy az élő szervezetek nem hőerőgépek, csak vannak közöttük lényeges hasonlóságok.

Termodinamika

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy termodinamikai gépben a gáz legkisebb hőmérséklete 17 °C, a legnagyobb 247 °C.
a) Mekkora a hatásfoka, ha ez a gép hőerőgép?
b) Mekkora a jósági tényezője, ha ez a gép hűtőgép?

MEGOLDÁS

Adatok:
T_2 = 17 °C = 290 K; T_1 = 247 °C = 520 K

a) $\eta_{\text{hőerőgép}}$ = ?, *b)* $\varepsilon_{\text{hűtőgép}}$ = ?

a) Alkalmazzuk a hőerőgép hatásfokának kiszámítására kapott összefüggést:

$$\eta_{\text{hőerőgép}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{520\ \text{K} - 290\ \text{K}}{520\ \text{K}} = 0{,}44$$

A hőerőgép maximális hatásfoka: 0,44.
b) Alkalmazzuk a hűtőgép hatásfokának kiszámítására kapott összefüggést:

$$\varepsilon_{\text{hűtőgép}} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{290\ \text{K}}{520\ \text{K} - 290\ \text{K}} = 1{,}26$$

A hűtőgép jósági tényezője: 1,26.

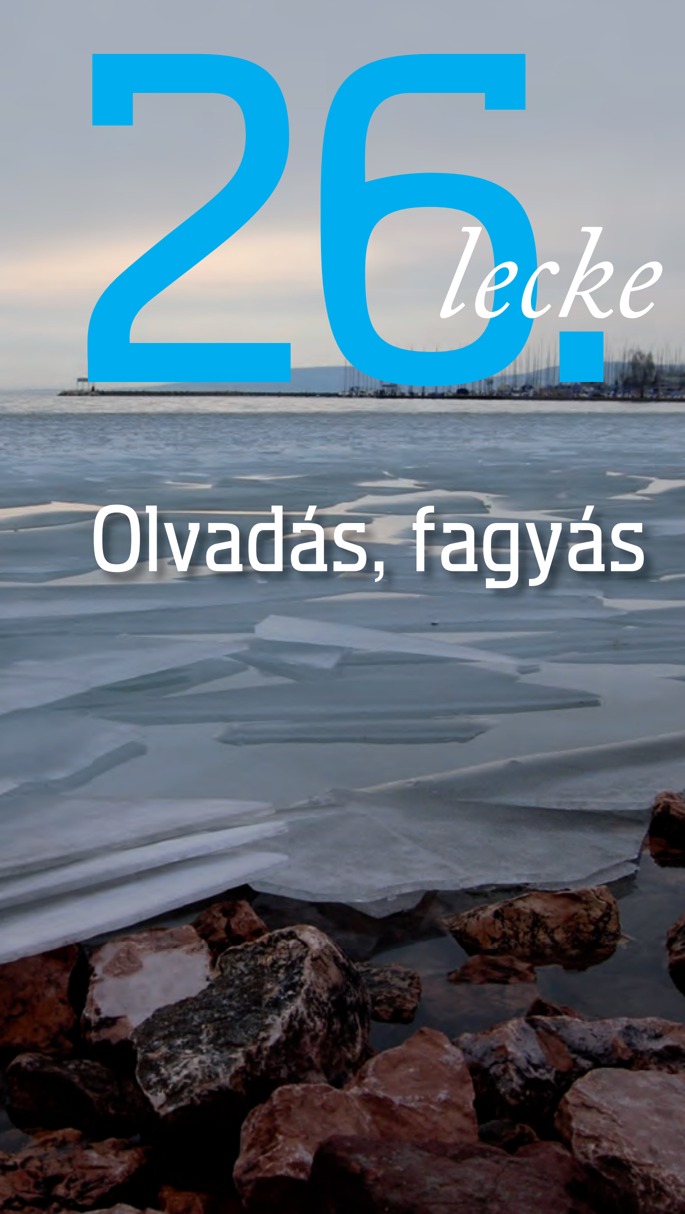
Kérdések és feladatok

1 Mondjunk példákat reverzibilis folyamatokra! Indokoljuk választásunkat!

2 Mondjunk példákat irreverzibilis folyamatokra! Indokoljuk választásunkat!

3 A meleg tenger vizének hőmérséklete a felszín közelében 27 °C, a mélyebb részen 7 °C. Számítsuk ki, mekkora lenne a tengervíz hőjét hasznosító hőerőgép hatásfoka!

4 Egy hőerőgép hidegebb tartályának hőmérséklete 300 K. A magasabb hőmérsékletű tartály hőmérsékletének 25%-os növelésekor a hatásfok 15%-kal nő. Mekkora a nagyobb hőmérsékletű tartály hőmérséklete? Mennyi volt a gép eredeti hatásfoka?



26. lecke

Olvadás, fagyás

Termikus kölcsönhatás közben az anyagoknak nemcsak a hőmérséklete, hanem a halmazállapota is megváltozhat. Különböző halmazállapot-változások jöhetnek létre. Télen, hosszan tartó hidegben befagy a Balaton. A fagyás megindulásakor azt tapasztaljuk, hogy kissé enyhül a levegő hőmérséklete. ***Mivel magyarázható ez a jelenség?***

Olvadás

Ha szilárd anyagokkal hőt közlünk, azaz melegítjük őket, akkor nő a belső energiájuk. Hő hatására megváltozhat a szilárd anyag halmazállapota is.

Vasolvasztás

Olvadásnak nevezzük azt a halmazállapot-változást, amikor a szilárd anyag folyékonnyá válik. Az olvadás egy meghatározott hőmérsékleten következik be, amelyet olvadáspontnak nevezünk. Az olvadáspont függ az anyagi minőségtől és a külső nyomástól.

Az olvadáspont nyomásfüggésére jó példa a gleccser mozgása. A vastag jégtakaró olyan nagy nyomást fejt ki az alsó jégrétegre, hogy az megolvad. A gleccser alján víz keletkezik. A megolvadt folyadékrétegen a gleccser lassan a völgybe csúszik.

A gleccserek mozgása az olvadáspont nyomásfüggésével magyarázható

?

Miért csökken a levegő hőmérséklete nagy tömegű hó olvadásakor?

26. Olvadás, fagyás

A szilárd anyag által olvadáskor felvett hőmennyiség egyenesen arányos annak tömegével:
$Q \sim m$, azaz $\frac{Q}{m}$ = állandó.

A $\frac{Q}{m}$ állandót olvadáshőnek nevezzük.

Jele: L_0, mértékegysége: $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$.

$Q = L_0 \cdot m$

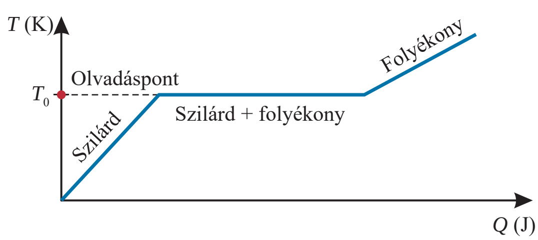
Az olvadáshő megmutatja, hogy 1 kg olvadásponton lévő anyag mekkora hőmennyiséget vesz fel olvadáskor a környezetétől.

Anyag	Olvadáspont (°C)	Olvadáshő $\left(\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}\right)$
jég	0	334
acél	~1400	205,5
ólom	327,5	23,9
vörösréz	1085	205

Néhány anyag olvadáspontja és olvadáshője

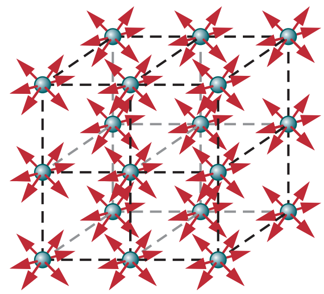
Olvadáskor az olvadó anyag hőt von el a környezetétől. Ezért hóolvadáskor érezhetően hűvösebb a levegő.

Az anyagoknak olvadáskor nem változik a hőmérsékletük. Az alábbi grafikonon a kezdetben szilárd anyag hőmérsékletét és halmazállapotát ábrázoltuk a felvett hő függvényében.

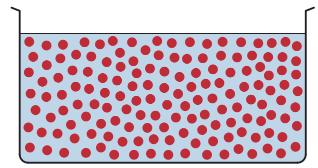


Szilárd anyag olvadása

Mire fordítódik a felvett hőmennyiség, ha nem változik az anyag hőmérséklete olvadáskor? A szilárd anyagok részecskéi a rácspontok környezetében harmonikus rezgőmozgást végeznek. A felvett hő hatására egyre nagyobb kitéréssel rezegnek. Az olvadásponton megszűnik a kristályszerkezet, az anyag megolvad, folyékonnyá válik.



Szilárd anyag modellje



Folyadék modellje

A folyadék részecskéi között gyengébb erők hatnak, mint a szilárd anyagok atomjai és molekulái között. Folyadék halmazállapotban a részecskék rendezetlen mozgást végeznek, egymáson könnyen „elgördülnek". A szilárd anyagok által olvadáskor felvett hőmennyiség a részecskék helyzeti energiáját növeli, a részecskék kötési energiáját pedig csökkenti. Olvadáskor a legtöbb anyag térfogata nő, kivétel a jég-víz átmenet. Ezzel az érdekes jelenséggel egy későbbi leckében még foglalkozunk.

Fagyás

Azt a halmazállapot-változást nevezzük fagyásnak, amelynek során a folyékony anyag szilárddá válik. A fagyás egy meghatározott hőmérsékleten következik be, ez a fagyáspont. Ugyanazon anyag olvadáspontja és fagyáspontja egyenlő.

Fagyás közben az anyag hőt ad át a környezetének. Ez a hőmennyiség megegyezik az olvadáskor felvett hővel. A folyadékok hőmérséklete nem változik fagyáskor, annak ellenére, hogy csökken a belső energiájuk. Fagyáskor az anyagok térfogata csökken, a víz ez alól is kivétel.

A fagyáskor felszabaduló hőmennyiség kiszámítása az olvadáshő segítségével történik:

$\Delta E_b = Q = L_0 \cdot m$

Mindezek ismeretében már tudunk válaszolni a lecke elején feltett kérdésre: nagy mennyiségű víz megfagyásakor nagy hőmennyiség szabadul fel. Ez kismértékben ugyan, de növeli a levegő hőmérsékletét.

Az anyagok hőkapacitása, fajhője

A szilárd és a folyékony anyagok hőkapacitását és fajhőjét a gázoknál megismert módon határozhatjuk meg. Fizikai mérések azt mutatják, hogy a különböző anyagok melegítéséhez szükséges hőmennyiség (Q) egyenesen arányos a hőmérséklet megváltozásával (ΔT).

$Q \sim \Delta T$, tehát $\frac{Q}{\Delta T}$ = állandó.

A $\frac{Q}{\Delta T}$ állandó neve: hőkapacitás.

Jele: C,

mértékegysége: $1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} = 1\,\frac{\mathrm{J}}{{}^\circ\mathrm{C}}$.

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

A hőkapacitás megmutatja, hogy mennyi hőmennyiséget kell közölni az adott anyaggal ahhoz, hogy hőmérséklete 1 K-nel emelkedjen.

Az anyag fajhőjén hőkapacitásának és tömegének hányadosát értjük.

Jele: c, mértékegysége: $1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{K}} = 1\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}$.

$$c = \frac{C}{m}, \quad c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}, \quad \text{azaz} \quad Q = c \cdot m \cdot \Delta T$$

Anyag	Fajhő $\left(\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}\cdot{}^\circ\mathrm{C}}\right)$
alumínium	900,2
ezüst	234,5
higany	1381,7
vörösréz	385
vas	464,8
jég	2093
víz	4183
acél	470
beton	840
benzin	2100

Néhány anyag fajhője 0 °C-on

Mivel a gázoknak kétféle hőkapacitása van, ezért kétféle hőkapacitással dolgozunk: az állandó nyomáson, illetve az állandó térfogaton értelmezett hőkapacitással.

Az anyagok hűtése, fagyasztás

A kohászatban nagyon fontos, hogy mennyi idő alatt „fagy” meg, szilárdul meg a megolvasztott fém vagy más néven olvadék. Ha a hűtés sebessége kisebb a kristályosodás sebességénél, akkor van idő a kristályszerkezet kialakulására. Ha nagyobb a hűtés sebessége, mint a kristályosodásé, akkor arra nem jut idő, amorf vagy üveges szerkezet jön létre. Az amorf anyagok részecskéi rendezetlenül helyezkednek el.

A folyékony anyag megszilárdul, megdermed, a folyadékokra jellemző szerkezet fagy meg. Az amorf anyagoknak nincs olvadáspontjuk, hanem egy hőmérséklet-intervallumon belül olvadnak meg. Például az üveg 320 °C és 825 °C között olvasztható. Az amorf fémeket szokás fémüvegnek is nevezni. A kristályos szerkezetű és amorf fémeknek eltérőek a fizikai, kémiai és egyéb tulajdonságaik. A fémiparban és a villamosiparban mindegyik szilárd fémnek széles felhasználási területei alakultak ki.

Élelmiszereink tárolásánál, tartósításánál is fontos szerepe van a hűtésnek, fagyasztásnak. A hűtőszekrényben általában 0 °C és 5 °C között tartjuk a gyümölcsöket, húsokat és más élelmiszereket.

A gyorsfagyasztott vagy mirelit termékeket fagyasztószekrényben, fagyasztóládában tároljuk. A háztartási fagyasztókban hónapokig, sőt egy évig is eltarthatók egyes élelmiszerek. A hűtésnél, fagyasztásnál nagyon sok fontos szabályt kell betartanunk, hogy élelmiszereink tárolása biztonságos legyen. Például ha egy gyorsfagyasztott ételt felolvasztunk, akkor a maradékot tilos visszafagyasztani.

Túlhűtött folyadékok

A tiszta folyadékokat rázkódásmentesen, lassú, óvatos hűtéssel jóval a fagyáspontjuk alá hűthetjük. Ilyenkor *túlhűtött folyadék* keletkezik. A fixírsó olvadáspontja 48 °C, de óvatos hűtéssel még 20 °C-on is folyékony marad. A túlhűtött folyadék állapota labilis. Kristálydarabka bedobásakor vagy rázkódás hatására a túlhűtött folyadék hirtelen megfagy. Hőmérséklete nagyon gyorsan a fagyáspontra emelkedik. A portól és a kristálygócoktól megtisztított víz –10 °C-ra is hűthető. Az *ónos eső* nem más, mint túlhűtött víz. A Föld felszínére érve nekiütközik az úttestnek, a különböző tárgyaknak, és azonnal megfagy. Jégbevonat keletkezik az úttesten, a fákon, a vezetékeken. Ez nagy problémát okozhat a közlekedésben és az áramszolgáltatásban.

Ágakra fagyott ónos eső

KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Piroska a 4 dl 25 °C-os üdítőitalát 0 °C-ra szeretné lehűteni. Mennyi –10 °C-os jégkockát tegyen bele? Az üdítőt tekintsük víznek!

$$L_0 = 334\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}},\quad c_{\text{jég}} = 2100\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}},\quad c_{\text{víz}} = 4200\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}}$$

MEGOLDÁS

Adatok:

$t_{\text{jég}} = -10\ {}^\circ\text{C}$

$m_{\text{víz}} = 0{,}4\ \text{kg}$ (4 dl víz)

$t_{\text{k}} = 0\ {}^\circ\text{C}$

$t_{\text{víz}} = 25\ {}^\circ\text{C}$

$m_{\text{jég}} = ?$

Az üdítő által leadott hőt a jég felveszi. $Q_{\text{le}} = Q_{\text{fel}}$

A jég felmelegszik az olvadáspontra, majd megolvad.

$$c_{\text{víz}} \cdot m_{\text{víz}} \cdot (t_{\text{víz}} - t_{\text{k}}) = L_0 \cdot m_{\text{jég}} + c_{\text{jég}} \cdot m_{\text{jég}} \cdot (t_{\text{k}} - t_{\text{jég}})$$

$$m_{\text{jég}} \cdot \left(L_0 + c_{\text{jég}} \cdot (t_{\text{k}} - t_{\text{jég}})\right) = c_{\text{víz}} \cdot m_{\text{víz}} \cdot (t_{\text{víz}} - t_{\text{k}})$$

$$m_{\text{jég}} = \frac{c_{\text{víz}} \cdot m_{\text{víz}} \cdot (t_{\text{víz}} - t_{\text{k}})}{L_0 + c_{\text{jég}} \cdot (t_{\text{k}} - t_{\text{jég}})} =$$

$$= \frac{4200\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}} \cdot 0{,}4\ \text{kg} \cdot 25\ {}^\circ\text{C}}{334\,000\ \frac{\text{J}}{\text{kg}} + 2100\ \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}} \cdot 10\ {}^\circ\text{C}} = 0{,}118\ \text{kg}$$

Piroskának 118 g jeget kell tennie az üdítőbe.

Projektfeladat

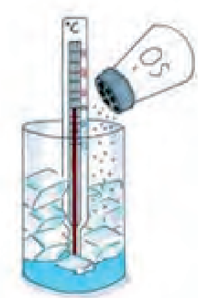
Túlhűtött folyadék vizsgálata

Tegyünk jégkockákat az üvegpohárba, majd öntsünk rá egy kis vizet, majd az üvegedénybe tett hőmérővel mérjük meg a keverék hőmérsékletét. Folyamatosan jegyezzük fel a hőmérő által mért adatokat!

Szórjuk meg bőven sóval a jégkockákat, majd keverjük össze egy kanállal az üvegpohár tartalmát. Most mennyit mutat a hőmérő? Mit tapasztalunk? Hogyan változik az üvegpohárban lévő keverék hőmérséklete? Mi történik a jégkockákkal?

Adjunk hozzá több sót! Ekkor mi történik?

Írjuk le a megfigyeléseket! Magyarázzuk meg a jelenséget! A mérés alatt felvett adatokból készítsük el a jégkocka hőmérséklet-idő grafikonját! Találjunk gyakorlati alkalmazást erre a jelenségre!



Olvasmány

Jedlik Ányos (1800–1895)

Bencés rendi szerzetes, nagy magyar fizikus. Hosszú élete során a fizika több területén alkotott maradandót. Legjelentősebb találmányai az *elektromossághoz tartoznak, de foglalkozott hőtannal is*. 1847 és 1851 között írt 66 oldalas műve csak kéziratban maradt fenn. 1990-ben jelent meg nyomtatásban. A hőkapacitást „hévfoghatóság”-nak nevezi, a hőmérsékletet „hévmérsék”-nek, a fajhőt pedig „fajlagi meleg”-nek.

„Azon meleg mennyiség, mely bizonyos tömegű testben szükséges, hogy más vele egyenlő tömeggel ugyan azon hévmérsékbe jöjjön, fajlagi melegnek mondatik.”

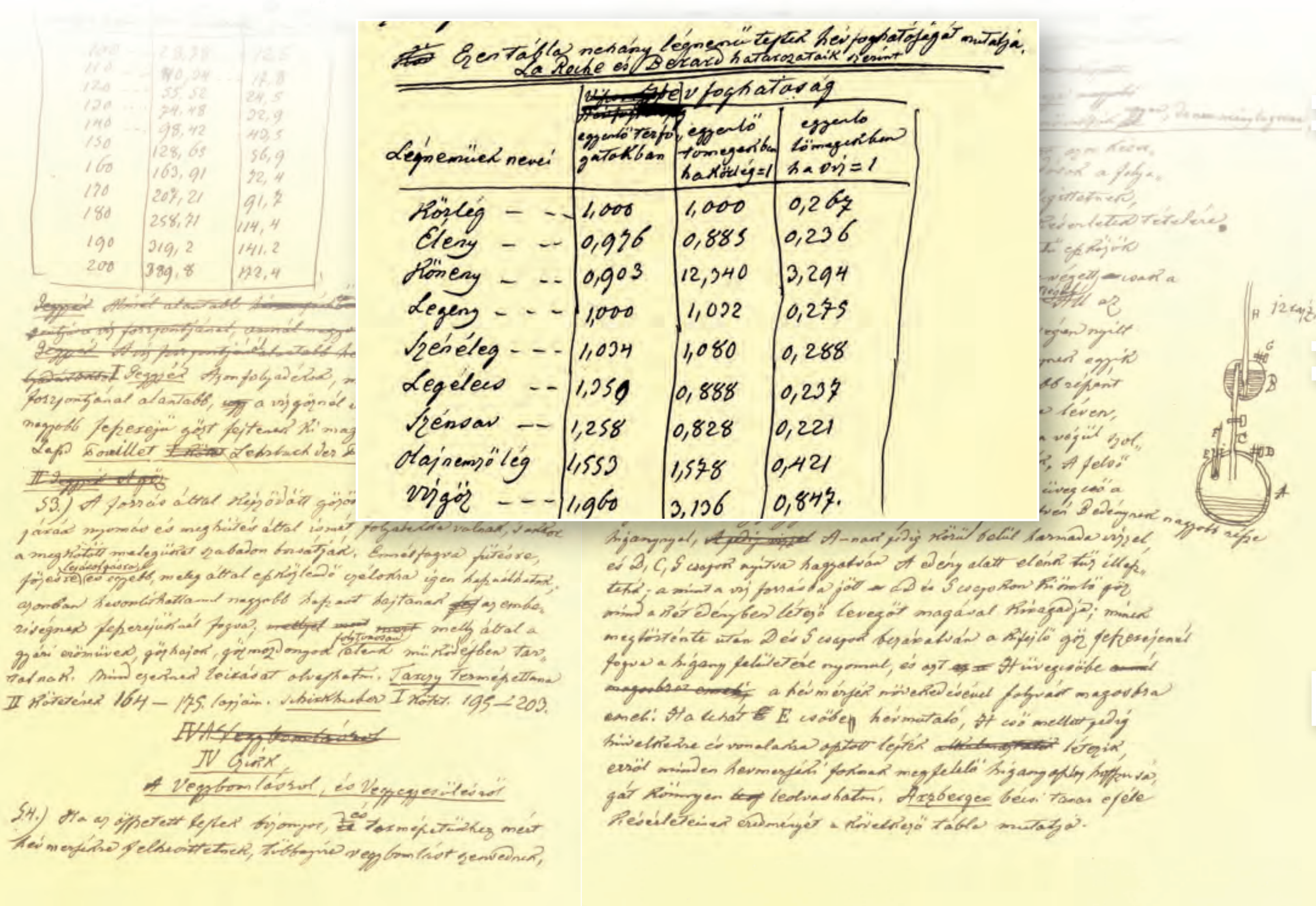
„A testek azon tulajdona, melynél fogva bizonyos hévmérsék elérésére több vagy kevesebb meleget vesznek fel, hévfoghatóságnak neveztetik.”

Jedlik Ányos (Várady Lajos [1911–1998] festménye, a festő a győri Jedlik Ányos Középiskola tanára volt)

Jedlik *Hőtan* című könyve meglepően jól tárgyalja a hővel kapcsolatos ismereteket. Elég csak a tartalomjegyzéket megnézni:

A melegről
A meleg terjedéséről
Hévfoghatóság, fajlagi meleg
Párolgás, forrás
A meleg forrásairól

Érdekes táblázatokat is találunk a könyvben. Például a hévfoghatóságról (hőkapacitásról). Az anyagok elnevezése: körlég → levegő; éleny → oxigén; szénéleg → szén-dioxid; köneny → hidrogén; legeny → nitrogén.



Ez a tábla néhány légnemű testek hévfoghatóságát mutatja, La Roche és Berard határozataik szerint

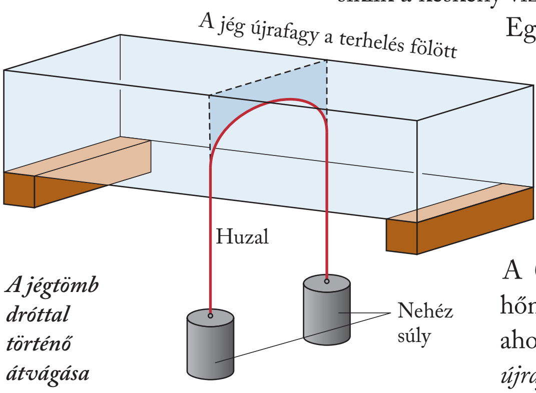
Légneműek nevei	Hévfoghatóság egyenlő térfogatokban	egyenlő tömegekben ha Körlég=1	egyenlő tömegekben ha víz=1
Körlég	1,000	1,000	0,267
Éleny	0,976	0,885	0,236
Köneny	0,903	12,340	3,294
Legeny	1,000	1,072	0,275
Szénéleg	1,034	1,080	0,288
Legéleg	1,350	0,888	0,237
Szénsav	1,258	0,828	0,221
Olajnemző lég	1,553	1,578	0,421
Vízgőz	1,960	3,136	0,847

Termodinamika

Olvasmány

Olvadáspont-csökkenés nyomás hatására

A jég olvadáspontja nyomás hatására csökken. Erre már láttunk egy példát a gleccser mozgását magyarázva. Korcsolyázáskor ugyanezt a jelenséget figyelhetjük meg. A korcsolya vékony éle nagy nyomást fejt ki a jégre, és az megolvad. A korcsolya könnyedén, szinte súrlódás nélkül siklik a keskeny vízrétegen.



A jégtömb dróttal történő átvágása

Egy másik érdekes jelenséget szemléltet a mellékelt ábra. A jégdarabot a rajta átvetett, nagy súlyokkal terhelt vékony drót átvágja. A jégtábla azonban nem esik ketté, mert a jég a huzal fölött ismét összefagy. A 0 °C-nál valamivel alacsonyabb hőmérsékletű jég csak ott olvad meg, ahol a drót nyomja. Ez a jelenség az *újrafagyás* vagy regeláció.

Projektfeladat

A víz különleges tulajdonságai

Eddigi tanulmányaid során sokszor találkoztál a vízzel, a vízhez kapcsolódó különféle jelenségekkel, törvényekkel. A világháló segítségével gyűjtsd össze minél több (nem csak hőtani) jellemzőjét, anyagállandóját, amelyek lényegesen eltérnek a szokásos anyagoktól. Több tantárgyban is tanultál már a víz különleges szerkezetéről, ami ezeket az eltérő viselkedéseket okozza. Foglald össze egy kiselőadásban a víz szerkezetéről és tulajdonságairól meglevő ismereteidet!

Kérdések és feladatok

1 Mennyi 0 °C-os jeget kell beledobni 3 dl 22 °C-os üdítőbe, hogy 8 °C hőmérsékletű italt kapjunk?

$$L_0 = 334\,\frac{\text{kJ}}{\text{kg}},\ c_{\text{jég}} = 2100\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}},\ c_{\text{víz}} = 4200\,\frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot{}^\circ\text{C}}$$

2 Egy termoszban 4 kg –12 °C-os jég van. Melegedés közben 2000 kJ hőt vesz fel a környezetéből. Elolvad-e a jég? Mekkora lesz a víz hőmérséklete, ha elolvad?

3 Mekkora tömegű vizet hűt le 30 °C-ról 12 °C-ra 2 db 30 g-os, 0 °C-os jégkocka?

4 Egy termoszban 1,5 liter 10 °C hőmérsékletű víz van. Beledobunk 300 g tömegű, –8 °C-os jégdarabot. Mi történik a folyamat során?

5 Mennyi hőt kell közölnünk 380 g, –18 °C-os jéggel, ha azt szeretnénk, hogy az olvadás után 28 °C-os víz keletkezzen?

27. lecke

Párolgás, forrás, lecsapódás

Miért könnyíti meg az ételek főzését a kuktafazék?

A mosott ruhából elpárolog a víz. Főzéskor gőzképződést figyelhetünk meg. A teáskanna sípoló hangot ad a kiáramló vízgőz hatására. ***Mi a különbség a párolgás és a forrás között?***

Párolgás

Párolgásnak nevezzük azt a halmazállapot-változást, amikor a folyékony anyag légneművé válik.

A párolgás a folyadék felszínén történik. A párolgás nincs állandó hőmérséklethez kötve, **minden hőmérsékleten** végbemegy.

Az anyag párolgáskor hőt von el a környezetétől. Ez a hőmennyiség (Q) egyenesen arányos az elpárolgott folyadék tömegével (m).

$Q \sim m$, azaz $\frac{Q}{m}$ = állandó

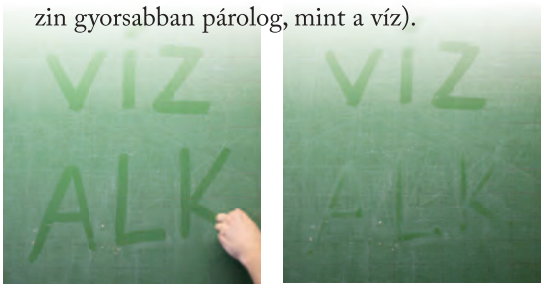
A $\frac{Q}{m}$ állandót párolgáshőnek nevezzük.

Jele: L_p, mértékegysége: $\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$.

$\Delta E_b = Q = L_p \cdot m$

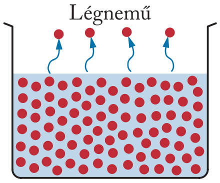
A párolgáshő az a fizikai mennyiség, amely megmutatja, hogy 1 kg tömegű folyékony anyag gőzzé alakításához mekkora hőmennyiségre van szükség.

A párolgás függ:
– a párolgó anyag hőmérsékletétől (magasabb hőmérsékleten több folyadék párolog el);
– a folyadék felszínétől;
– a környezet páratartalmától;
– az anyagi minőségtől (pl. az alkohol vagy a benzin gyorsabban párolog, mint a víz).



Az alkohollal írt szöveg hamarabb elpárolog a tábláról, mint a vízzel írt

27. Párolgás, forrás, lecsapódás



Párolgás

Párolgáskor a folyadék felszínének közelében lévő nagy sebességű részecskék kilépnek a folyadékból. Ezek a részecskék egymásnak ütközve, rendezetlenül mozogva kitöltik a rendelkezésükre álló teret. Létrejön a légnemű halmazállapot.

Párolgáskor a folyadékból először a nagyobb sebességű molekulák távoznak. A maradék molekulák sebességének átlaga, mozgási energiája csökken. Ez azt jelenti, ha a folyadékkal nem közlünk hőt, akkor *párolgáskor lehűl*. A helyi érzéstelenítéskor is ez a jelenség figyelhető meg. A bőrre fecskendezett, nagyon gyorsan párolgó klór-etil helyi „fagyasztást” okoz.

Forrás

Forráskor a folyadék belseje is párolog, gázbuborékok jelennek meg benne. A forrás adott nyomáson csak meghatározott hőmérsékleten megy végbe, ezt nevezzük az anyag forráspontjának. A folyadékok forráspontja függ a nyomástól és az anyagi minőségtől.

Magas hegyekben a hegymászók teavize akár 80 °C-on is forrhat

Nagyobb nyomáson nő, alacsonyabb nyomáson csökken a forráspont. Magas hegyekben akár 80 °C-ra is csökkenhet a víz forráspontja a 100 °C helyett.

A kuktafazékban lévő nyomás a normál nyomás kétszerese. A víz forráspontja kb. 120 °C, ez meggyorsítja a főzést.

Forráskor a folyadék hőt von el a környezetétől. Ez a hőmennyiség (Q) egyenesen arányos a forrásponton elforralt anyag tömegével (m).

$Q \sim m$, azaz $\frac{Q}{m}$ = állandó.

A $\frac{Q}{m}$ állandót forráshőnek nevezzük.

Jele: L_f, mértékegysége: $\frac{J}{kg}$.

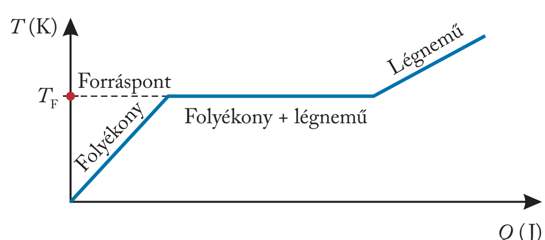
$Q = L_f \cdot m$

A forráshő az a fizikai mennyiség, amely megmutatja, hogy 1 kg forrásponton lévő folyékony anyag gőzzé válásakor mekkora hőmennyiségre van szükség.

Anyag	Forráspont (°C)	Forráshő $\left(\frac{kJ}{kg}\right)$
víz	100	2256
etil-alkohol	78,4	906
benzol	80	396
petróleum	200	335

Néhány anyag forráspontja és forráshője

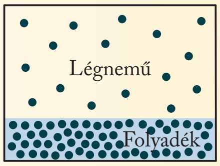
Az anyagok forrásakor nem változik a hőmérsékletük. Az alábbi grafikonon a kezdetben folyékony anyag hőmérsékletét és halmazállapotát ábrázoltuk a felvett hő függvényében.



Folyadékok forrása

Telített és telítetlen gőzök

Telített gőznek nevezzük a zárt térben a folyadékával együtt lévő gőzt. A telített gőz nyomása **függ a hőmérséklettől**, annak emelkedésével erősen nő. A térfogattól nem függ a nyomás. Ha csökkentjük a térfogatot, állandó hőmérsékleten a gőz nyomása állandó marad, mert egy része folyékonnyá válik.



Telített gőz

Ha a zárt térben csak légnemű anyag van, ezt telítetlen gőznek nevezzük. A telítetlen gőzökre jó megközelítéssel érvényes az állapotegyenlet.

Szublimáció

A zárt üvegedénybe tett jód melegítésekor a szilárd jód gőzzé alakul, majd a gömblombik hideg falán apró kristályok formájában újra szilárd lesz.


Jód szublimációja és megszilárdulása

Szublimációnak nevezzük azt a halmazállapot-változást, amelyben a szilárd anyag légneművé válik.

Úgy is mondhatjuk, a szublimáció a szilárd anyagok párolgása.

A kámfor, a naftalin és a jód normál körülmények között is szublimál. A szublimálást úgy gyorsíthatjuk, ha a szilárd anyagot zárt üvegedénybe tesszük, majd kiszivattyúzzuk a levegőt.

Lecsapódás

Lecsapódásnak nevezzük azt a halmazállapot-változást, amely során a légnemű anyag folyékonnyá válik. Lecsapódás közben az anyag hőt ad át a környezetének, csökken a belső energiája.

Ez a hőmennyiség egyenlő azzal, amelyet forráskor felvett. A hőmennyiség kiszámítása a forráshő segítségével történik: $Q = L_f \cdot m$

Gőzfűtéskor a fűtőtestben lecsapódó gőz jelentős hőt ad át a környezetének. Főzéskor, ha leveszszük a fedőt a lábasról, forró víz folyik le róla, mert a vízgőz lecsapódott a fedő belső felületére. Fürdéskor, zuhanyozáskor vízpára csapódik le a tükörre és a csempére.


Ablaküvegre lecsapódott pára

Hőerőművek

A hőerőművekben a fűtőanyag elégetésével vízgőzt állítanak elő. Leggyakoribb fűtőanyag a szén, olaj és a gáz. A turbinába vezetett gőz működteti a villamos generátort is, mert közös a tengelyük. A modern hőerőművekben egyszerre alkalmaznak gőzturbinát és gázturbinát. A gázturbinában elégetett földgáz működteti a villamos generátort. A gázturbinából távozó füstgázzal gőzt állítanak elő, amely egy másik gőzturbinát üzemeltet. A gőzturbina villamos generátort működtet, így sokkal nagyobb hatásfok érhető el.

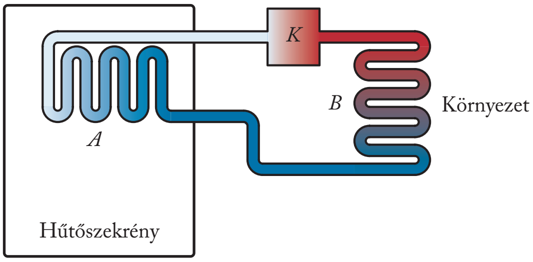
Mátrai Hőerőmű (Visonta)

Hűtőgépek

A **hűtőgépek**et alacsony hőmérséklet előállítására használják. A háztartásokban használt hűtőgépeket hűtőszekrénynek szokás nevezni. Működésük fizikai (hőtani) alapja, hogy a párolgó anyagok hőt vonnak el környezetüktől.

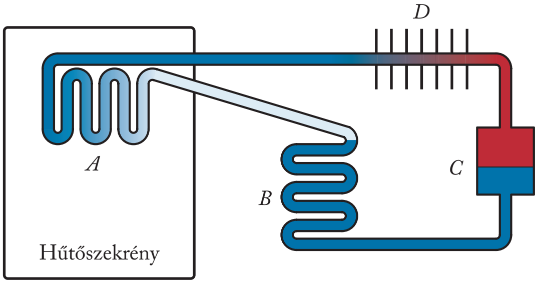
Működésük szerint két fő típusuk terjedt el: a kompresszoros (kompressziós) és az abszorpciós hűtőszekrények.

A **kompresszoros hűtőgépek**ben és hűtőszekrényekben a körfolyamatot végző hűtőközeg könnyen párolgó folyadék. Régebben freont használtak, de ez a Föld ózonrétegét károsítja, ezért ma már nemzetközi egyezmény tiltja alkalmazását. A modern hűtőszekrényeknél az R 600 jelű izobutánt használják.



A hűtőszekrény belsejében lévő csőrendszerben (*A*) a folyékony hűtőközeg elpárolog, és hőt von el a hűtőben lévő anyagoktól. A kompresszor (*K*) az elpárolgott anyagot kiszívja a csőspirálból, majd összesűríti. A sűrített hűtőanyag a hűtőgép hátoldalán lévő csőkígyóba (*B*) kerül. A csőrendszerben a nagy nyomású hűtőanyag hőt ad le a környezetének, lehűl, cseppfolyósodik. A folyékony hűtőközeget a hűtőszekrény belsejében lévő csőspirálba (*A*) vezetik, és a körfolyamat folytatódik.

Az **abszorpciós hűtőszekrények**ben a hűtési körfolyamatot mechanikai munka helyett hőenergiával biztosítják. Hűtőközegnek ammóniát használnak.



A hűtőszekrény belsejében lévő csőkígyóban a folyékony ammónia gőz halmazállapotba kerül, és hőt von el a hűtendő térből. Az ammóniagőzt az abszorberben (oldóban, *B*) lévő víz elnyeli, a gőz az oldószerben feloldódik. A keletkezett ammónia-víz keverék a fűtőegységbe (*C*) kerül, ahol hevítéssel az oldatból kinyerik az ammóniagőzt. A forró ammóniagőz a kondenzátorba (*D*) áramlik. Nyomása megnő, hőt ad át környezetének, lehűl, cseppfolyósodik. A folyékony ammónia a hűtőszekrény belsejében lévő csőspirálba (*A*) áramlik, és a körfolyamat folytatódik. Az abszorpciós hűtőszekrények hatásfoka rosszabb, mint a kompresszoros hűtőké. Olyan helyen alkalmazzák, ahol nincs elektromos áram, gázpalackról is működtethető.

Termodinamika

Denis Papin (1647–1712)

Olvasmány

Francia fizikus. 1672-től Huygens asszisztense, 1688-tól professzor Magdeburgban. Megfigyelte, hogy a víz forráspontja függ a nyomástól. 1674-ben fejlesztette ki a később róla elnevezett *Papin-fazekat*. Túlnyomást szabályozó szelepet is szerelt rá. A szelep beállításával elérhetjük, hogy a vízgőz csak 500 kPa nyomásnál hagyja el az edényt. Ilyen nyomás esetén a víz kb. 150 °C-on kezd forrni. A Papin-fazekat a mai kuktafazék elődjének tekinthetjük. 1681-ben került kereskedelmi forgalomba. Széles körben csak az 1970-es évektől terjedt el. Papin 1690-ben *gőzgépet is szerkesztett*.

Denis Papin (Ismeretlen festő képe, 1689)

Egy új konyhatechnológia

A kuktafazék régóta használt konyhatechnikai eszköz. Meggyorsítja a főzést, és sok esetben az étel ízhatása is kellemesebb. Egy újabban elterjedt főzési mód a szuvidálás. A főzésre, sütésre szánt élelmiszert műanyag zacskóba csomagolják, abból a levegő jelentős részét kiszívják, és a zacskót lezárják. Ezután fajtától függően néhány órán vagy esetleg egy, másfél napon át 40-80 °C-os vízben tartják egy edényben. Ez az edény tulajdonképpen egy termosztát. A belemerülő szuvidálószerkezet a beállított hőmérsékletre fűti fel a vizet, majd azon tartja. Közben folyamatos keveréssel biztosítja az egyenletes hőmérsékletet. Viszonylag alacsony hőmérsékleten, de hosszú idő alatt az étel (elsősorban hús) nagyon jól megpuhul, de az ízanyagok nem bomlanak el. Szuvidálás után már csak néhány perces sütésre van szükség.

KIDOLGOZOTT FELADATOK

1. Mekkora lehet az elektromos főzőlap teljesítménye, ha 2 liter 15 °C-os vizet 44 perc alatt forraltunk el? A hatásfokot vegyük 1-nek!

MEGOLDÁS

Adatok:

$c_{víz} = 4200 \ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{°C}}$

$L_f = 2256 \ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$m = 2$ kg

$T = 15$ °C

$t = 44$ perc $= 2640$ s

$P = ?$

Az elektromos áram munkája szolgáltatja a szükséges hőmennyiséget:

$$W = Q = P \cdot t$$

A vizet fel kell melegíteni a forráspontra, majd el kell forralni:

$$Q = c_{víz} \cdot m \cdot \Delta T + L_f \cdot m$$

A két összefüggésből:

$$P = \frac{c_{víz} \cdot m \cdot \Delta T + L_f \cdot m}{t} =$$

$$= \frac{4200 \ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{°C}} \cdot 2 \text{ kg} \cdot 85 \text{ °C} + 2\,256\,000 \ \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 2 \text{ kg}}{2640 \text{ s}} =$$

$$= 1979{,}5 \text{ W}$$

Az elektromos főzőlap teljesítménye 1979,5 W. A valóságban ennél nagyobb teljesítménnyel kell számolnunk a veszteségek miatt.

Olvasmány

Párolgás alkalmazása

Botijo

A botijo egy hagyományos spanyol porózus agyagból készült edény, melyben vizet tárolnak. A botijo széles hassal és egy vagy több szájjal rendelkezik. A botijo a spanyol kultúra tipikus eleme, alakja, színe és anyaga változhat.

A botijo működési elve: a tárolt vizet az agyag pórusain keresztül szűrjük, és a külső száraz környezettel érintkezve elpárolog, hűlést eredményezve az edényben. A víz egy részének elpárolgásával csökken a kancsó belsejében tárolt víz hőmérséklete (az elpárolgó víz kivonja a hőenergiát).

Hűtőtornyok

Ennek a párolgásnak egyik alkalmazása nem nagy vízhozamú folyó mellett épült atomerőműveknél a hűtőtornyok. Legtöbbször ezeket láthatjuk az atomerőművek fényképein.

A hűtőtornyokban a belső felületük mentén folyik le a magas hőmérsékletű víz. A víz párolgás közben hűl vissza a kívánt hőmérsékletre, amely újra meghajtja a turbinákat villamos energia előállítására. Az elpárologtatás során energia szabadul fel.

Projektfeladat

Tervezz, készíts házi gyümölcsaszalót!

Házi készítésű gyümölcsaszaló

Sok zöldség és gyümölcs csaknem teljes értékűen tartósítható aszalással. A tiszta, egészséges termények víztartalmát lassan kell elvonni, hogy a felszín megszáradása ne akadályozza a belső részek vízleadását. Az üzletekben kapható aszalt gyümölcsök hozzáadott cukrot tartalmazhatnak, és hogy tetszetősebbek legyenek, gyakorta vegyi anyagokkal kezelik. Érdemes tehát házi aszalással kísérletezni. Ha nagyon környezetbarátok szeretnénk lenni, akkor az aszalót is magunk tervezzük, építjük, és napenergiával működtetjük.

Az aszalás 35 °C–80 °C közötti hőmérsékleten, enyhe légáramlásban történik. A nap *sugárzás*a *hőelnyeléssel* melegít egy megfelelően kialakított felületet. Ez a része az aszalónak tulajdonképpen egy alkalmas módon megtervezett *napkollektor*. A felmelegedett felület *hőátadással* melegíti a levegőt, ami *áramlással* szállítja a hőt a zöldséget, gyümölcsöt tartó, rácsos kialakítású tálca alá. A felmelegített termény *párolgással* adja át víztartalmát az áramló levegőnek. Gondoskodni kell arról, hogy ne következzen be *telítődés*, ne legyen *kondenzálódás*, a víz ne csepegjen vissza. A hőelnyelő felület bevilágításának nagyságával be tudjuk állítani az adott gyümölcs számára optimális hőmérsékletet. A meleg levegő áramlását segíthetjük egy *napelemmel* hajtott kis ventilátorral (egyenáramú motorra szerelt propellerrel) is.

Ha csupán tervezés a célunk, akkor úgynevezett „tanulmányaszalót” tervezzünk. Hasonlóan, mint az autógyártók, akik a nemzetközi autószalonokon „tanulmányautókat” mutatnak be. Vagyis nem az a cél, hogy a tervet egészében, mi magunk meg tudjuk valósítani, de fejezze ki, hogy milyen ötleteink, elképzeléseink vannak. Ha szeretnénk megépíteni a készülékünket, akkor realistábban, lehetőségeink mérlegelésével tervezzük életünk első aszalóberendezését.

Kérdések és feladatok

1 Hány gramm 100 °C-os vízgőzt kell a 35 °C-os, 1,5 dl térfogatú kávéban lecsapatni, hogy 60 °C-os forró kávét kapjunk?

$c_{víz} = 4200\ \frac{J}{kg \cdot °C}$, $c_{gőz} = 1900\ \frac{J}{kg \cdot °C}$, $L_f = 2256\ \frac{kJ}{kg}$

2 Mekkora tömegű vizet párologtat el egy 60 kg-os tanuló ahhoz, hogy testhőmérséklete 0,8 °C-kal csökkenjen? Vegyük figyelembe, hogy az emberi test nagyrészt vízből áll, és testhőmérsékleten a víz párolgáshője 2400 $\frac{kJ}{kg}$!

3 A 8 m × 6 m × 3 m-es terem levegőjének hőmérsékletét 6 °C-kal emeljük gőzfűtéses fűtőtesttel. A fűtőtestbe vezetett 100 °C-os vízgőz 50 °C-ra hűl le. A felszabaduló hőmennyiség 30%-a melegíti a levegőt. Számítsuk ki, mekkora tömegű gőzre van szükség!

$\varrho_{levegő} = 1,29\ \frac{kg}{m^3}$

A levegő állandó nyomáson mért fajhője:

$c_{levegő} = 997\ \frac{J}{kg \cdot °C}$

4 A 120 g tömegű, 80 °C-os vízzel 300 kJ hőmennyiséget közlünk állandó nyomáson, jól szigetelt tartályban. Mi történik? Ábrázoljuk a folyamatot hőmérséklet-hőmennyiség grafikonon!

5 A desztillálóberendezésbe 3 kg 100 °C-os vízgőzt vezettünk. A desztillált víz hőmérséklete 35 °C. Hány kg 15 °C-os hűtővizet használtunk fel, ha az 35 °C-ra melegedett fel?

6 Hány kg 80 °C-os termálvizet kell töltenünk 40 kg 10 °C-os vízhez, ha azt szeretnénk, hogy a közös hőmérséklet 28 °C legyen? A környezettel való hőcserétől eltekintünk.

7 A fizikaszakkörön az egyik tanuló 40 g-os rézgolyót melegített gázlánggal. Az izzó golyót fél liter 18 °C-os vízbe tette. A közös hőmérséklet 20 °C lett. Mekkora volt a gázláng hőmérséklete?

$c_{víz} = 4200\ \frac{J}{kg \cdot °C}$, $c_{réz} = 385\ \frac{J}{kg \cdot °C}$

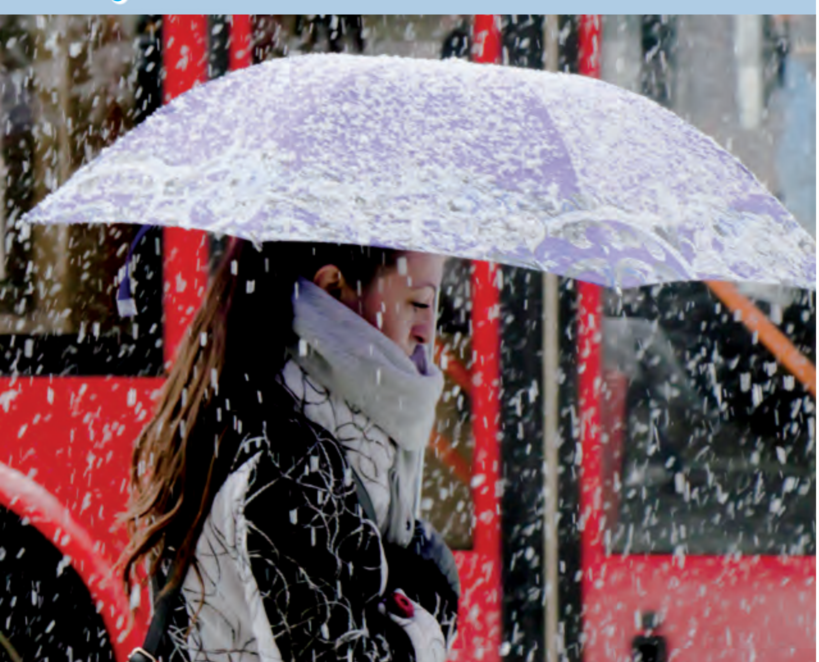
8 Hasonlítsuk össze a vízerőmű és hőerőmű működését! Hogyan történik az energia átalakítása? Nézzünk utána az interneten, szakkönyvekben!

A Tiszalöki Vízerőmű

28. lecke

Halmazállapot-változások a természetben

Mitől függ a hópelyhek mérete?



A természetben előforduló halmazállapot-változásokat jól tanulmányozhatjuk a víz jéggé, illetve gőzzé alakulásán. A Föld felszínének kb. 60%-át tengerek és óceánok borítják. A nagy felületű víz párolgása miatt vízgőz is található a Föld légkörében. Szilárd halmazállapotú víz is sok helyen előfordul: magas hegyekben, jégmezőkön. ***Miért emelkedik napjainkban a tengerek vízszintje? Mi okozza a jégtáblák leszakadását a sarkvidékeken?***

A víz a természetben mindhárom halmazállapotban előfordul

Az élő szervezetek nagy mennyiségben tartalmaznak vizet. A felnőtt ember szervezetének 60%-a víz, a csecsemők esetében ez az arány 75%, míg az időseknél 55%.

A víz az egyetlen folyadék, ami nagy mennyiségben létezik a Földön. Nagyon *sok élőlény élettere a víz*: a folyók, a tavak, a tengerek és az óceánok. A víz a földi élet bölcsője, valaha minden élőlény vízben élt, a szárazföldi állatok ősei, és így a mi őseink is.

Az élőlények táplálkozásában is fontos szerepe van a víznek. Az emberek sem tudnák nélkülözni: táplálkozásunkhoz, higiéniánkhoz elengedhetetlen. Sőt modern életünk alapjának, az energiának a termelése is megoldhatatlan volna víz nélkül. A vízi erőművek által termelt energia nehezen lenne pótolható. Minden erőmű a vizet használja gőzturbinái működtetéséhez. Még az atomerőművekben is *gőzturbinák működnek*, sőt legtöbbször az atomreaktorok hűtési rendszeréhez is vizet használnak. A jövő egyik lehetséges energiaforrását, a fúziós erőmű alapanyagát, a hidrogént is vízből nyerjük.

A víz szilárd halmazállapotban, azaz jég formájában szintén sok helyütt előfordul bolygónkon. Az Északi-sark és a Déli-sark nagy kiterjedésű jégmezői lényegesen befolyásolják a Föld éghajlatát.

A Földet körülvevő levegőben nagy mennyiségben vízgőz is előfordul. A nagy kiterjedésű tengerek és óceánok vízfelülete állandóan párolog.

A továbbiakban a víz néhány hőtani tulajdonságát vizsgáljuk.

Olvadás és fagyás

Már említettük, hogy fagyáskor a víz különlegesen viselkedik. A mérések azt mutatják, hogy 4 °C-on a legkisebb a térfogata. *A jég térfogata olvadáskor csökken, a vízé fagyáskor nő.* Az olvadáskor bekövetkező térfogatcsökkenés azzal magyarázható, hogy a jég laza kristályszerkezete összeesik.

A jég sűrűsége kisebb, mint a vízé, mert fagyáskor a térfogat nő. *A kisebb sűrűségű test úszik a nagyobb sűrűségű folyadékban.* A jéghegy úszik a vízben, mert a sűrűsége kisebb, mint a vízé. Úszáskor a jéghegy kis része, kb. 10%-a van a vízfelszín felett, a nagyobb része a víz alatt helyezkedik el, nehezen észrevehető. Emiatt az úszó jéghegyek veszélyt jelentenek az óceánokon közlekedő hajókra.

A víz fagyásakor a térfogat növekedése közel 9%. Ez a jelentős térfogat-növekedés nagy mechanikai feszültséget okoz a palackok, tartályok anyagában. A gépkocsikban lévő hűtőfolyadékot fagyálló folyadéknak is nevezik, ugyanis még –30 °C-os hidegben sem fagy meg. Ha nem megfelelő a hűtőfolyadék kémiai összetétele, akkor a téli hidegben megfagy, és a térfogat-növekedés miatt szétfeszíti a gépkocsi hűtőjét. Ugyanez történik a mélyhűtőben felejtett palackos italokkal is.

A víz rendellenes hőtágulása a tavak és a folyók befagyásakor is megfigyelhető. Télen a hideg levegő hatására a felszínen csökken a víz hőmérséklete. Ez a hideg víz lesüllyed a tó aljára. *Hőáramlás* alakul ki, a víz 4 °C-ra hűl. További lehűléskor a hőáramlás megszűnik, a hidegebb vízrétegek a felszínen maradnak, megkezdődik a fagyás. A jég azonban jó hőszigetelő, és meggátolja, hogy az alul lévő víz is megfagyjon. A tó alján lévő 4 °C-os vízben a halak és a békák túlélik a telet.

A jég által szétfeszített palack

Miért lehet télen is halat fogni?

A levegő páratartalma

Az álló- és folyóvizek, valamint a nedves talaj párolgása miatt mindig van a levegőben vízgőz, más szóval nedvesség. A levegő nedvességtartalmát nevezhetjük páratartalomnak is. A levegő relatív páratartalmát *higrométerrel* mérik.

A levegő nedvességtartalmának fontos szerepe van az élő szervezetek működésében. Az emberi tüdő egészséges működéséhez a relatív páratartalomnak 40% és 75% között kell ingadoznia. A vízgőzzel telített tér páratartalma 100%. A relatív páratartalom mérése hasznos információkat szolgáltat a meteorológusoknak az időjárás-előrejelzés készítésekor.

Higrométer

Csapadékképződés

A tengerek és az óceánok víztükre hatalmas felületet alkot. A párolgás következtében nagy mennyiségű vízgőz kerül a levegőbe. A felszálló levegőből vízcseppek, nagyobb magasságban jégkristályok keletkeznek. Ezek a vízcseppek és jégkristályok alkotják a felhőket.

Az eső: a felhőt alkotó parányi vízcseppek egyesülnek. A felfelé áramló levegő már nem képes lebegtetni őket, ezért lefelé hullanak. A zápor hevesebb, nagyobb cseppekből áll. Kisebb vízcseppek esetén szitálásról beszélünk.

A jégeső: a felhők jelentős részét jégkristályok alkotják. A golyóhoz hasonló jégdarabok átmérője a 10 cm-t is elérheti. Legtöbbször zivatarok alkalmával keletkezik. A jégdara kis átmérőjű jégdarabokból áll.

A hó: a leggyakoribb téli csapadék. A felhőben jégkristályok keletkeznek. A hópehely jégkristályokból áll. A hókristályok enyhe fagyban nagyra nőnek: nagy pelyhekben hull a hó. Az ilyen hó nedves tapintású, könnyű összenyomni. Kemény hidegben száraz, finom szemcsés hó esik, ez a porhó.

A savas eső: az esőcseppek kimossák a levegőből a szennyeződéseket. Legveszélyesebb a kénes eső. A szénerőművek nagyon sok kén-dioxidot bocsátanak a levegőbe. Sok országban a szénerőműveket bezárták, vagy számukat lényegesen csökkentették. A savas esők tönkreteszik az épületeket, a szobrokat, és elpusztítják a növényeket.

Harmat, dér, zúzmara

A hulló csapadék mellett, mint amilyen az eső, jégeső és hó, beszélhetünk nem hulló csapadékról is. Ilyen a harmat, a dér és a zúzmara. Ezek közös jellemzője, hogy a levegő felszínközeli rétegének nedvességtartalmától és hőmérsékletétől függően keletkeznek.

A **harmat**: a lehűlő levegőben (jellemzően hajnalban) telítetté váló vízgőz a talaj felszínére, a környezeti tárgyakra lecsapódik, és ott apró vízcseppekké áll össze. Az a hőmérséklet, amin a levegőben levő víz telítetté válik, a harmatpont, éppen erről a jelenségről kapta a nevét.

Amikor a harmatképződés folyamán a hőmérséklet még tovább csökken, akkor a képződött vízcseppek megfagynak, és **dér** keletkezik.

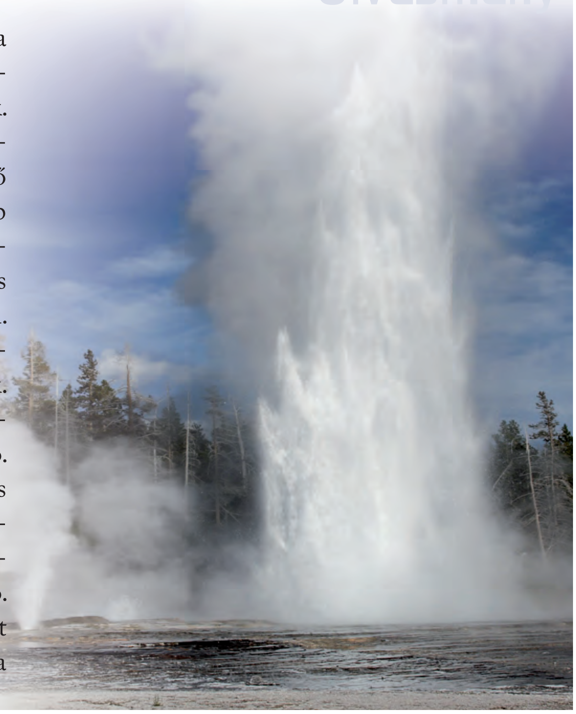
Nagy hidegben, főként, ha kicsit nagyobb páratartalmú levegő érkezik, akkor a felszíni tárgyakon mindjárt szilárd állapotban csapódik ki a víz, és a hópelyhekhez hasonló kristályos szerkezetet alkot. Ez a **zúzmara**.

Termodinamika

A gejzírek működése

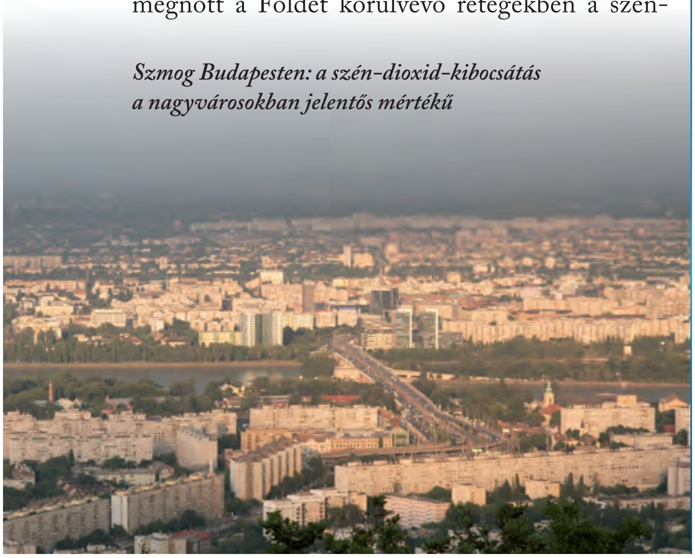
Olvasmány

A vulkáni utóműködések leglátványosabb formája a gejzír vagy *szökőforrás*. A gejzír szó az Izlandon található Geysir nevű szökőforrás nevéből származik. A gejzírek kürtőjének mélyén a vulkáni kőzetek felmelegítik a felszínről befolyt vizet. A mélyben lévő nagyobb nyomás miatt a víz 100 °C-nál magasabb hőmérsékleten felforr. Ha a vízoszlop felsőbb részeinek hőmérséklete is eléri a forráspontot, az összes víz robbanásszerűen gőzzé válik, és a magasba lövell. A levegőbe került víz lehűl, visszaesik a földre, befolyik a gejzír kürtőjébe. A folyamat újrakezdődik. A jelenlegi legnagyobb gejzír a Yellowstone Nemzeti Parkban (Amerikai Egyesült Államok) található. Általában 75 m magasra lövi fel a vizet, de 130 m-es magasságot is megfigyeltek. A legtöbb működő gejzír az Amerikai Egyesült Államokban, Oroszországban, Új-Zélandon, Chilében és Izlandon található. A gejzírek nagyon látványos jelenségek, sok turistát vonzanak. Geotermikus erőművekkel kitermelhető a *gejzírek hőenergiája*, amit fűtésre lehet használni.



Üvegházhatás, felmelegedés

A *napsugárzás* felmelegíti a földfelszínt, a földfelszín pedig a fölötte lévő levegőt. A *földfelszín is sugároz hőt a világűrbe*, és így kialakul egy egyensúlyi állapot. Az utóbbi évtizedekben jelentősen megnőtt a Földet körülvevő rétegekben a szén-dioxid. A szén-dioxid-réteg visszaveri a hősugarakat a Föld felszínére, így az nem tud a világűrbe távozni. Ezt a jelenséget nevezzük üvegházhatásnak. Az üvegházhatás kialakulásában fontos szerepe van még a metánnak, a freonoknak és a vízgőznek.



Szmog Budapesten: a szén-dioxid-kibocsátás a nagyvárosokban jelentős mértékű

Az üvegházhatás következtében nő a Föld átlaghőmérséklete. A XX. században 13,7 °C-ról 14,7 °C-ra emelkedett. A globális felmelegedés következtében megváltozik Földünk időjárása. Így globális éghajlatváltozás is történik. Hevesebb viharok jönnek létre, egyes területek kiszáradnak. Nem ott esik az eső, ahol kellene, és nem akkor, amikor kellene. A növekvő hőmérséklet megolvasztja a jéghegyeket. A nagy mennyiségű víz hőtágulása következtében emelkedik a tengerek és az óceánok vízszintje.

Az emberiség nagy feladat előtt áll: jelentősen csökkentenie kell a szén-dioxid-kibocsátást ahhoz, hogy elkerüljük az üvegházhatás negatív következményeit. Az Európai Unió javaslata alapján a fejlett országoknak 2020-ig 15-30%-kal, 2050-ig 60-80%-kal kell csökkenteniük az éghajlatváltozásért leginkább felelős gázok kibocsátását az 1990-es szinthez viszonyítva.

29. lecke

A hő terjedése

> *Miért veszélyes a forró levest fémből készült kanállal keverni?*

A hő terjedése olyan folyamat, amelyben a hőnek mint energiafajtának az átadásával és vándorlásával foglalkozunk. A hő a magasabb hőmérsékletű helyről az alacsonyabb hőmérsékletű hely felé terjed. A jelenség ahhoz hasonlít, mint amikor a víz a hegyről a völgybe folyik. ***Milyen energiakülönbségek hozzák létre a hő terjedését, illetve a víz folyását?***

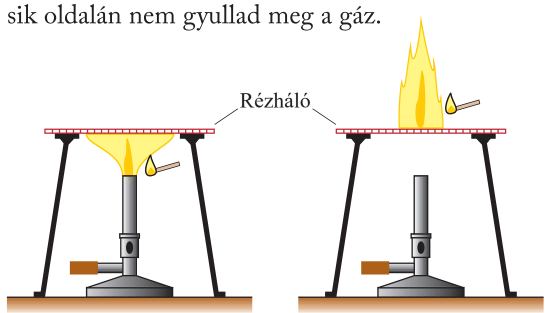
A hőterjedés főbb formái

Ebben a leckében azt vizsgáljuk, hogyan terjed a hő az egyes anyagokon belül, illetve az anyagok között. A hő terjedhet két pont között a térben **hővezetés**sel, **hőáramlás**sal vagy **hősugárzás**sal. A hő terjedésekor legtöbbször mind a három folyamat előfordul, de valamelyik intenzívebb, míg a másik kettő kevésbé jelentős.

Hővezetés

Vízzel töltött vékony papírpoharat lánggal melegíthetünk anélkül, hogy meggyulladna. A papír, bár rossz hővezető, vékonysága miatt annyi hőt ad át a víznek, hogy hőmérséklete nem éri el a gyúlási hőfokot.

A sűrű rézháló egy-egy oldalán keltett láng a másik oldalra nem terjed át, akár a háló felett, akár a háló alatt gyújtjuk meg a gázt. A rézháló olyan sok hőt elvezet az égő gáz hőjéből, hogy a háló másik oldalán nem gyullad meg a gáz.



A rézháló másik oldalán nem ég a gáz, mert hőmérséklete a gyúlási hőfok alatt marad

> *Hol lehetne ezt a jelenséget hasznosítani?*

A hő **hővezetés**kor úgy terjed az anyagban, hogy a részecskék nem mozdulnak el a helyükről. A hővezetés főleg a szilárd anyagokra jellemző. A kristályrácsban lévő részecskék rezgőmozgást végeznek, és rezgési állapotukat átadják egymásnak. A hővezetés a részecskék rezgési állapotának terjedése, amely szorosan érintkező testek között jön létre.

A különböző anyagok hővezetése nagyon eltérő lehet. Vannak **jó hővezető anyagok** (réz, alumínium), amelyek általában jó elektromos vezetők is. A rossz hővezető anyagokat **hőszigetelők**nek nevezzük.

A fakanál rosszul vezeti a hőt

Jól szemléltethető a hővezetés a következő analógiával. Építkezéshez egy teherautóval téglát hoztak. A munkások úgy is lerakhatják a téglákat, hogy sorba állnak, és egymásnak adogatják.

A hővezetés szemléltetése

A fémek jó hővezetők, de a fa és a műanyag rosszul vezeti a hőt. Főzéskor az edény és a fedő füle vagy a forró ételbe tett fémkanál felmelegszik, és égési sebeket okozhat, ha nem vagyunk figyelmesek. Főzéskor az ételek keverésére használjunk fakanalat!

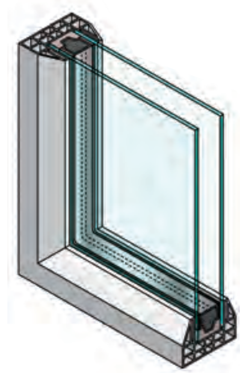
1 Hővezetés a mikrohullámú sütőben

A mikrohullámú sütő adófeje, a magnetron 2,45 GHz frekvenciájú (12 cm hullámhosszú) elektromágneses sugárzást bocsájt ki. Ez elsősorban a nagy víztartalmú anyagokban nyelődik el. Tapasztalhatjuk, hogy egy pohár víz vagy tej egyenletesen melegszik át, nem kell melegítés után kavargatni. Ha összetételét tekintve bonyolultabb ételeket gyorsan melegítünk, azok nem egyenletesen melegszenek. Ha viszont lassan, kis teljesítménnyel végezzük a melegítést, akkor jobb eredményt érünk el. Ugyanis van idő, hogy a jól melegedő részektől vezetéssel eljusson a hő más helyekre is. Gyűjtsd össze tapasztalataidat ezzel kapcsolatban! Mi hogyan melegedett különböző levesekben, főzelék-feltét vagy hús-köret esetén?

Projektfeladat

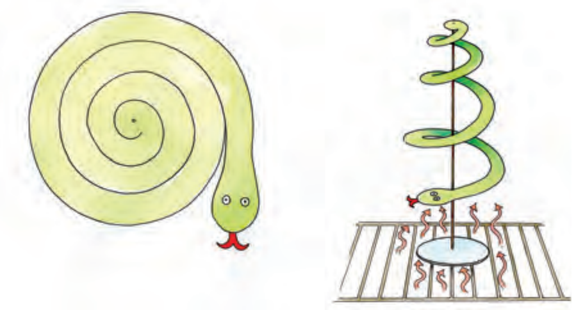
2 Hőszigetelő ablakok

Épületek hőszigetelésének egyik fontos eleme a nyílászárók, ezen belül is főként az ablakok jó hőszigetelő képessége. Nézz utána, hogy mit jelent a légkamra? Miért argonnal töltik fel a légkamrákat. Kutakodj a *Négyjegyű függvénytáblázatban*, vesd össze a nitrogén, az oxigén és az argon releváns hőtani adatait! Vizsgáld meg, hogy mi az előnye, hátránya a fából, fémből, műanyagból készített és a vegyes felépítésű ablaktoknak és -szárnynak!



Hőáramlás

A **hőáramlás** a folyadékokra és a gázokra jellemző hőterjedési folyamat. A hőforrás közelében a folyadék, illetve a gáz felmelegszik. Sűrűsége csökken, mert a melegítés következtében tágul, ezért felemelkedik. A helyére hidegebb folyadék vagy gáz áramlik.

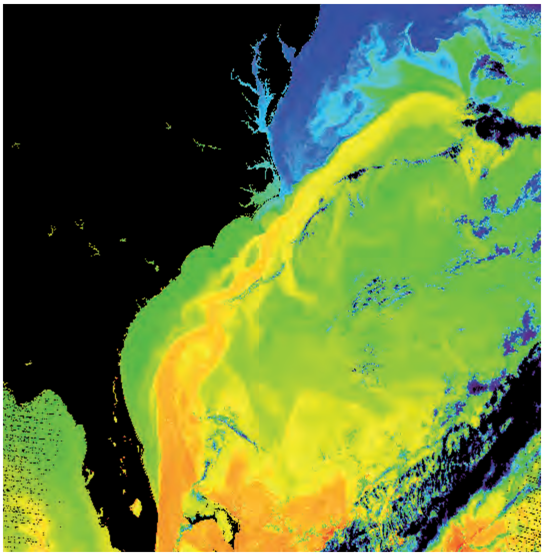


A papírkígyót a felfelé áramló levegő forgatja

A hőforrás közelében az anyagok belső energiája nő. Hőáramlás közben a nagyobb belső energiájú gáz- vagy folyadéktömegek helyet cserélnek a kisebb energiájú folyadéktömegekkel. *A hő terjedése az anyag áramlását is jelenti*, ezért szilárd anyagokban nem valósulhat meg.

Az előző, építkezéses analógiával szemléltetve a hőáramlást: Hogyan rakják le a téglát a munkások? Ebben az esetben mindegyik megfog egy téglát, és elviszi a kijelölt helyre, leteszi, és visszamegy a következőért a teherautóhoz. Mozognak a részecskék (a munkások), kialakul az áramlás.

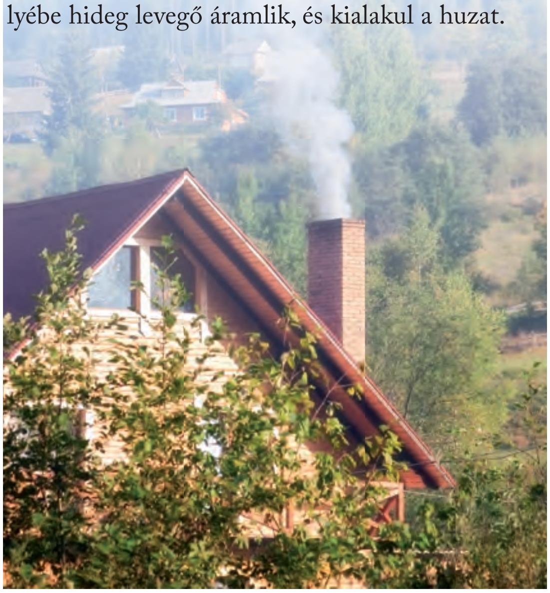
A hőáramlás szemléltetése



Az Atlanti-óceán hőmérsékleti eloszlását mutató hőtérképen narancssárga és sárga szín jelöli a Golf-áramlatot, fekete a szárazföldet (Florida, Észak-Amerika)

A tengeri áramlatok kialakulása hőáramlással magyarázható. Például a Golf-áramlat a Mexikói-öbölből induló meleg áramlat: az Egyenlítő környékén felmelegedett víz átszeli az Atlanti-óceánt, és egészen Skandináviáig terjed. Ott lehűl, a mélybe süllyed, és hideg áramlatként visszatér az Egyenlítőhöz.

A kéményekben létrejövő huzat is hőáramlással magyarázható. A tűzhely égésterében felmelegedett kisebb sűrűségű levegő felszáll a kéményben. A helyébe hideg levegő áramlik, és kialakul a huzat.



Hősugárzás

A hő úgy is terjedhet két test között, hogy *nincs közöttük anyag*. Ha pedig van valamilyen közeg, az számottevően nem melegszik fel. A hő terjedésének ezt a formáját nevezzük **hősugárzás**nak.

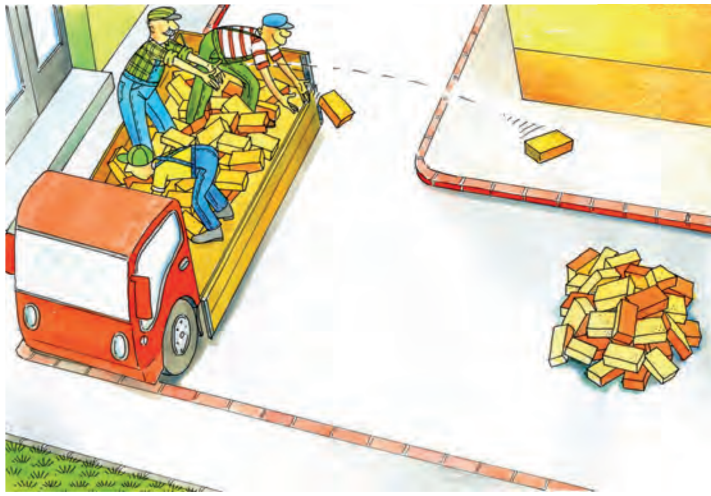
A tégla lerakásának – a hősugárzást bemutató – harmadik módja: néhány munkás felmegy a teherautóra, és ledobálja a téglákat a kijelölt helyre.

A hősugárzáskor kibocsátott energia annál nagyobb, minél magasabb a test hőmérséklete. Azonos feltételek mellett a sötét, érdes felületű testek több hőt bocsátanak ki, mint a fényes, sima felületűek.

A testek nemcsak kisugározzák az energiát, hanem el is nyelik. Azonos feltételek mellett a sötét, érdes felületű testek nagyobb mértékben nyelik el az energiát, mint a fényes, sima felületűek.

Az eszkimók azért viselnek fehér ruhát, mert az kisebb mértékben sugározza ki a hőt, mint a sötét színű. A testük melegéből így kevesebb hő jut a környezetükbe. A jegesmedve fehér bundája is ezt a célt szolgálja.

A trópusokon éppen fordított okból járnak világos ruhában az emberek, ott a világos ruha a hőség elleni védelmet szolgálja. A fehér ruha kevésbé nyeli el a napsugarakat, mint a sötét anyag, így viselése mérsékli az emberi test felmelegedését.



A hősugárzás szemléltetése

Hősugárzással melegíti fel a Nap a Földet. Az elnyelt és kibocsátott hőmennyiség hosszú idő átlagában egyensúlyban van. Ha azonban sok a levegőben a szennyeződés, csökken a kisugárzás.

Naperőmű

Olvasmány

A napkohóban vagy naperőműben a napsugarak energiáját alakítják hővé. A keletkezett hővel gőzt állítanak elő, amely turbinát, illetve villamos generátort működtet. A napenergiát óriási tükrök segítségével gyűjtik össze.

A napsugarakkal napelemeket is működtethetünk. A napelemek olyan speciális anyagból készülnek, amelyek a nap sugárzásának egy részét közvetlenül villamos energiává alakítják.

A világ legnagyobb napkohója (Odeillo, Franciaország)

Az infravörös és az ultraibolya sugárzás egészségügyi hatása

Az infravörös sugarakat (IR) sokféleképpen és sok helyen lehet alkalmazni. Az infralámpákat gyakran használják hősugárzóként. Az infravörös sugarak az emberi szervezetbe jutva regenerálják a sejteket. Orvosi infralámpával gyulladásos betegségeket lehet gyógyítani. Infrasugárzással szervezetünket méregteleníthetjük, immunrendszerünket erősíthetjük.

Infralámpa

A Föld felszínére érő ultraibolya (UV-) sugárzásnak 98%-a az úgynevezett UV-A sugárzás. Ez az egészségre kevésbé veszélyes. Elősegíti a csontképződést és a barnulást (pigmentképződés), a D-vitamin termelődését. Az UV-sugárzás 2%-a az UV-B sugárzás. A Föld ózonrétege korábban elnyelte, de napjainkban sajnos nagy mennyiségben átengedi. Mivel ez a sugárzás nagy energiájú, bőrünket leégeti, rákos elváltozásokat okozhat. Immunrendszerünket gyengíti (herpesz kialakulása az ajkakon), szemünket is károsítja (kötőhártya-gyulladás, szürke hályog).

A szolárium ultraibolya sugarakkal működik. Az UV-fénycsövek által kibocsátott sugarak 95%-a UV-A és 5%-a UV-B. Főleg a bőr kozmetikai barnítására használják. Orvosi felhasználása is ismert: D-vitamin termelésének elősegítése, keringési rendellenességek, bőrproblémák kezelése. Óvatosan kell alkalmazni, a túl gyakori, túl hosszú ideig tartó szoláriumhasználat súlyos problémákat okozhat. A helytelenül alkalmazott UV-sugárzás kiszárítja a bőrt, felgyorsítja a bőr öregedését, ráncosodását, elősegíti a bőrrák kialakulását. A fiataloknál fokozottan veszélyes a szolárium használata, ezért egyes országokban (Németország, Franciaország, Ausztria) tilos a 18 éven aluliaknak szoláriumba járni.

Az élőlények hőszabályozása

Olvasmány

A melegvérű állatok és az ember is felhasználja testhőmérsékletének állandó értéken tartásához a hőterjedés mindhárom formáját. A környezet magas hőmérséklete esetén az állatok hideg légáramlatokat, folyókat keresnek, vízbe mennek, hideg talajra fekszenek, vagy hűvös sárfürdőt vesznek. Árnyékos helyekre, üregekbe, odúkba húzódnak, testfelületüket megnövelik, szárnyfelületüket kiterjesztik. Az emberek is árnyékos helyet keresnek, napernyőt használnak, lengén öltöznek, és vízpermettel vagy fürdőzéssel hűtik testüket.

Ha a környezet hőmérséklete túl alacsony, akkor az állatok a hideg talajról a fák ágai közé másznak, szigetelt fészket vagy odút építenek, üregeiket hőszigetelő anyagokkal (fű, szalma, avar) bélelik ki. Meleg légáramlatokat és vizeket, hőforrásokat vagy napos helyeket keresnek. Meleg sziklákra, kövekre fekszenek, vagy összehúzzák magukat, összebújnak. Az emberek ilyenkor több réteg ruhát húznak, jól fűtött épületekben tartózkodnak, alváskor vastag takaróval fedik be magukat.

Hűsölő vízilovak

30. lecke

Hőtan az otthonunkban

Hogyan működnek a napelemek, és hogyan működnek a napkollektorok?

A lakásokban, családi házakban sok-sok hőtani jelenséget, folyamatot figyelhetünk meg. A fűtőtestek működésekor, a teavíz felforralásakor a hőáramlás, halmazállapot-változás jelenségét tanulmányozhatjuk. ***Főzéskor miért gazdaságosabb a hőtárolós aljú (szendvicstalpú) edényt használni?***

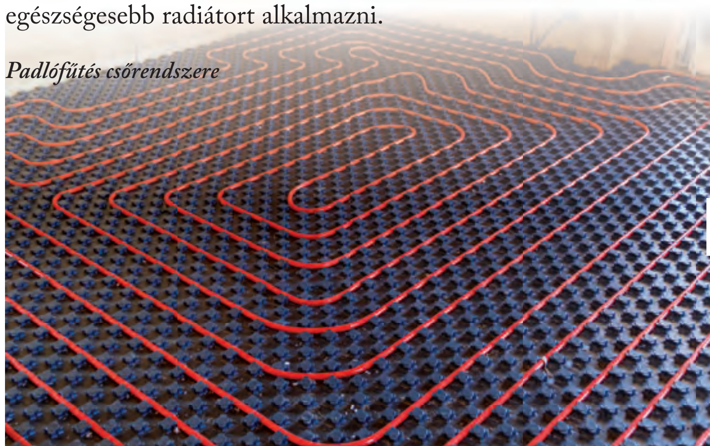
Korszerű fűtés a lakásban

Az épületek, lakások fűtésére általában olyan radiátorokat használnak, amelyekben a keringetőszivattyú forró vizet áramoltat. Hogyan állítsuk elő a forró vizet? Családi házaknál még mindig használnak széntüzelésű kazánokat. A keletkező salakanyagok és füstgázok nagymértékben szennyezik a környezetünket. A legelterjedtebb fűtési mód a gázkazánnal való vízmelegítés. A gáz ára az utóbbi években nagyon megnőtt, ezért ezek a fűtési rendszerek nem a leggazdaságosabbak.

A napkollektorokkal való vízmelegítés sokkal korszerűbb, környezetkímélőbb. A **napkollektor** olyan berendezés, amely elnyeli a napsugarak energiáját, és jó hatásfokkal hővé alakítja. A jó hőelnyelő felületbe ágyazott csőrendszerben folyadék vagy levegő áramlik, amely a napenergia hatására felmelegszik. A felmelegedett anyag a hőcserélőbe áramlik, ahol átadja az energiáját a lakás melegvíz-rendszerének. Ennek a fűtési módnak az elterjedését egyelőre gátolja a nagy beruházási költség.

Padlófűtés alkalmazásakor alacsonyabb hőmérsékletű vizet kell keringetni, mint a radiátorokban. Ezáltal sokkal gazdaságosabb az ilyen rendszerű fűtés. A kivitelezés drágább, mert nagyon jó szigetelést kell készíteni a padló alatt elhelyezett csőrendszer alá. A lakásokban lévő por padlófűtés alkalmazásakor kb. 60 cm magasságban lebeg. Az olyan helyiségekben, ahol alszanak az emberek, egészségesebb radiátort alkalmazni.

Padlófűtés csőrendszere



Az égéshő

A lakásokban, családi házakban a fűtéshez, a főzéshez használt hőmennyiséget a leggyakrabban szén, gáz, fűtőolaj elégetésével állítjuk elő. Hőmennyiség kémiai folyamatok során keletkezik, ha teljesülnek az égés feltételei: éghető anyag, oxigén és megfelelő hőmérséklet. Az égéskor keletkezett hőmennyiség függ az éghető anyag tömegétől is.

Az **égéshő** az a hőmennyiség, amely 1 kg 20 °C-os anyag tökéletes elégetésekor keletkezik, jele: $L_é$. A gyakorlatban használatos mértékegysége: $\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

Az égés során – a kémiai reakcióban – gyakran víz is keletkezik, amely az égéstermékekkel együtt vízgőz formájában távozik. A távozó égéstermékek magukkal visznek valamennyi hőt, így általában az égéshőnél kevesebb hőmennyiséget nyerünk. Ezt a csökkentett értéket az éghető anyag **fűtőérték**ének nevezzük, és a gyakorlatban az égéshő helyett inkább ezzel az értékkel számolunk.

A következő táblázat néhány anyag égéshőjét és fűtőértékét mutatja.

Anyag	Égéshő (kJ/kg)	Fűtőérték (kJ/kg)
kőszén	32 000	30 000
brikett	21 000	20 000
fa (száraz)	17 000	16 000
fa (nedves)	11 000	8 000
gázolaj	45 000	41 000
benzin	44 000	42 000
petróleum	44 000	42 000
paraffin	49 000	45 000
spiritusz (alkohol)	28 000	24 000
metán	40 000	36 000
földgáz	34 000	30 000
hidrogén	13 000	11 000

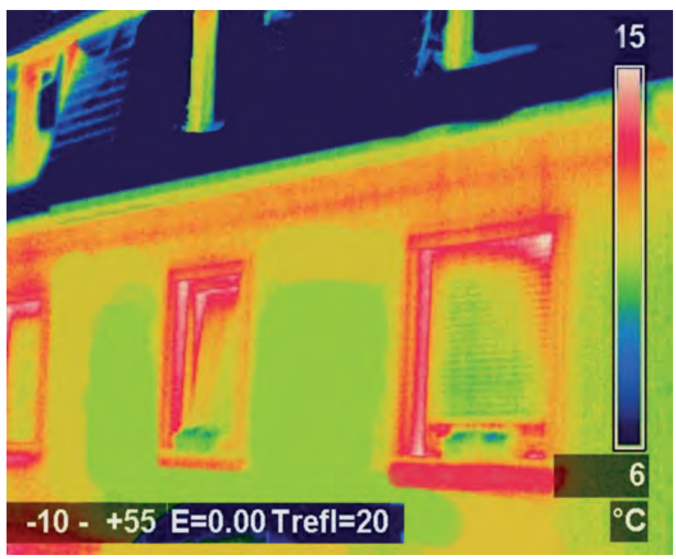
Néhány anyag égéshője és fűtőértéke

Lakóházak hőszigetelése, hőkamerás felvételek

A lakóházakban, középületekben a kellemes tartózkodáshoz megfelelő hőmérsékletet kell biztosítani, ami 20-25 °C közötti hőmérsékletet jelent, attól függően, hogy a helyiséget alvásra vagy üldögélésre használjuk. Az évszakok változásával fűteni, illetve hűteni kell a lakásokat, épülettereket. A drágán előállított hőmérsékletet télen csökkenti, nyáron növeli a külső hőmérséklet következtében létrejövő hőkiegyenlítődés. Ennek megakadályozására jó hőszigetelést kell alkalmazni a falaknál, a födémszerkezeteknél. Nagy hőenergia-áramlás jöhet létre a nyílászáróknál is.

A levegő jó hőszigetelő anyag, ha meggátoljuk az áramlását. Lakóházak falait ezért építik lyukacsos téglákból. Az ablakoknál termoplán üveget alkalmaznak. Két vagy több síküveg közé levegőt vagy gázt zárnak be megfelelő peremezéssel. A nyílászárók kereteiben légkamrákat alakítanak ki. Már 8 légkamrás ablak- és ajtókereteket is gyártanak.

Energiatakarékos korszerűsítés tervezésekor célszerű hőkamerás felvételt készíttetni a lakásunkról. A hőkamerás felvételeken jól láthatók a felületi hőmérsékletek, tanulmányozhatjuk, hogy hol távozik a legtöbb hő a lakásunkból. A hőfényképezés fizikájáról bővebben a 11. osztályban tanulunk.



Hőkamerás felvétel egy lakóépületről

A lakóházak energetikai minősítése

Lakóházak vagy lakások energiafelhasználását és energiakibocsátását felmérethetjük, szakember segítségével energetikai tanúsítványt (zöldkártya) készíthetünk. A tanúsítvány a lakásokat, házakat minőségi osztályokba sorolja az elfogadható értékhez viszonyítva.

2012-től hazánkban minden eladó vagy bérbe adó ingatlannak rendelkeznie kell ilyen tanúsítvánnyal. Célszerű azonban más esetben is elkészíttetni a lakás zöldkártyáját, például ha energiatakarékos korszerűsítést kívánunk végezni.

A jövő a passzívházaké

Az Európai Parlament energiahatékonyságról szóló irányelve előírja, hogy 2021-től (középületeknél 2019-től) csak olyan házak építhetők, amelyeknek aktív energiafogyasztása nincs. Az ilyen házakat passzívházaknak nevezzük. A passzívházak rendkívül jó minőségű hőszigetelő anyagokból épülnek, többrétegű gázzal töltött termoplán ablakrendszerekkel rendelkeznek. Az épület tájolásával, a helyiségek jó beosztásával kihasználható a téli gyengébb napenergia. A lakótér térfogatához mérten a lehető legkisebb falfelületet terveznek a hőveszteségek minimalizálása céljából. A fűtést, hűtést és a meleg víz előállítását is napkollektorok, hőszivattyúk biztosítják, valamint a talajhőt is kihasználják. Egy berendezés télen a beszívott levegőt csöveken keresztül mélyen a talajba vezeti, ahol hagyja azt felmelegedni, majd az előmelegített levegőt a kellő hőmérsékletre melegítve engedi a lakásba. Nyáron ugyanez a rendszer a kinti meleg levegőt hűti le a talajhő segítségével. A passzívházakban mindig friss, de szobahőmérsékletű levegő van. A passzívházak épületgépészeti berendezéseit napelemek segítségével működtethetjük.

Hőtan a konyhában

Ételeink nagy részét főzéssel, sütéssel készítjük el. Az egészséges táplálkozás megvalósításakor nagyon lényeges, hogy milyen módon, milyen edényben főzünk. Ha magas hőmérsékleten, hosszú ideig tart az étel elkészítése, akkor a szervezetünk számára nélkülözhetetlen vitaminok és egyéb mikroelemek károsodnak, tönkremennek.

Nagy mennyiségű étel elkészítésekor vagy gyakori főzés esetén érdemes figyelembe venni a felhasznált energiát. Olyan edényeket célszerű használnunk, amelyekben gazdaságos az ételek elkészítése. Már tanultunk a kuktafazékról, ami meggyorsítja a főzést. Egy másik energiatakarékos főzőeszköz a „szendvicstalpú” edény. Ennek alja több rétegből áll. A két rozsdamentes lemez között helyezik el a nagy fajhőjű anyagból (alumínium) készült hőtároló vastagabb réteget. A főzési hőmérséklet elérése után alacsonyabb fokozaton működtethető a tűzhely, mert az edény alja hosszú ideig tárolja a hőt.

A modern konyha nélkülözhetetlen kellékei az ételek párolásához használt edények. Kevés zsiradékkal vagy anélkül, folyadékkal (vízzel, húslével) történik a főzés. Az edényben felszálló pára megpuhítja a húsokat, zöldségeket. Gyümölcsök tartósításánál (befőzéskor) is vízgőzt használunk.

Az egészséges ételek elkészítése kevés olajjal vagy vajjal történhet. Olyan sütők is vásárolhatók, amelyek nagyon kevés (egy kanál) olaj felhasználásával készítik el a sült burgonyát vagy az aprópecsenyét. Ezek tömeges elterjedését gátolja, hogy nagyon drágák. Húsok elkészítésénél először a teljes felületet kell hirtelen körbesütni, hogy az így keletkezett réteg meggátolja a húsnedvek elpárolgását.

Elektromos ételpároló

Az élelmiszerek tápértéke

Étkezéseink során a táplálékot megemésztjük (lassú égés), ezáltal hőt termelünk szervezetünk számára. Mint ahogy egy hosszú útra feltankolt autóval indulunk, úgy szervezetünket is a nap elején el kell látnunk energiával. Reggel egyél úgy, mint egy király, délben, mint egy polgár, este, mint egy koldus, tartja a mondás. És valóban, reggel a szervezetünknek sokkal több energiára van szüksége, mint délután vagy este.

Az élelmiszerekben az energiát a zsírok, a fehérjék és a szénhidrátok égetésével (emésztésével) nyerjük. Az élelmiszerek energiatartalmát még ma is szokás kalóriában, illetve annak ezerszeresében, kilokalóriában mérni. 1 kalória (cal) az a hőmennyiség, amely 1 gramm vizet 1 K-nel felmelegít. Az 1 kalória ma elfogadott értéke 4,186 J energiának felel meg. 1 kcal = 1000 cal. A legtöbb energiát a zsírokból nyerjük, grammonként 9,3 kcal, a fehérjék tápértéke 4,2 kcal/g, a szénhidrátoké 4,1 kcal/g.

A megvásárolt élelmiszerek energiatartalmát általában a csomagoláson elhelyezett kalóriatáblázatból olvashatjuk ki. Ezek a táblázatok azonban mindig csak az élelmiszer 100 grammjának tápértékét mutatják.

KIDOLGOZOTT FELADATOK

A konyhában gáztűzhelyen vizet melegítünk. Ha 150 g földgázt égetünk el, akkor mekkora lesz a minimális energiaveszteség? Mennyi földgázt kell elégetnünk, ha 2 liter 12 °C-os vizet akarunk 80 °C-ra melegíteni, és a hatásfok 65%? (Energiaveszteség adódik abból, hogy a fazekat, a levegőt feleslegesen melegítjük.)

MEGOLDÁS

Adatok:

$m_{gáz} = 150$ g

$T_1 = 12$ °C, $T_2 = 80$ °C

$c_{víz} = 4200 \ \dfrac{\text{J}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}}$

$L_é = 34\,000 \ \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

$V = 2$ l

$\eta = 0{,}65$

$Q_{felszab} - Q_{melegít} = ?$, $m = ?$

Az égéshőből kiszámítható a felszabaduló hőmennyiség:

$$Q_{felszab} = L_é \cdot m_{gáz} = 34\,000 \ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 0{,}15 \text{ kg} =$$
$$= 5100 \text{ kJ} = 5{,}1 \text{ MJ}$$

A fűtőértékből számítható a melegítésre fordítható hőmennyiség:

$$Q_{melegít} = L_{fűtő} \cdot m_{gáz} = 30\,000 \ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot 0{,}15 \text{ kg} =$$
$$= 4500 \text{ kJ} = 4{,}5 \text{ MJ}$$

A minimális energiaveszteség a két hőmennyiség különbsége: 600 kJ.

$\Delta T = 68$ °C, $m_{víz} = 2$ kg, $L_{fűtő} = 30\,000 \ \dfrac{\text{kJ}}{\text{kg}}$

A víz melegítéséhez szükséges hőmennyiség:

$$Q = c_{víz} \cdot m_{víz} \cdot \Delta T$$

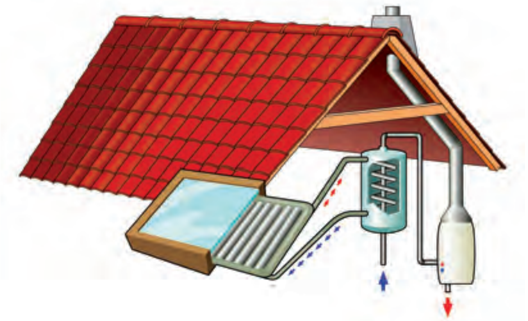
A fűtőértékből számítható hőmennyiség 65%-a melegíti a vizet, tehát:

$$0{,}65 \cdot 30\,000 \ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \cdot m = 4{,}2 \ \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}} \cdot 2 \text{ kg} \cdot 68 \ {}^\circ\text{C}$$

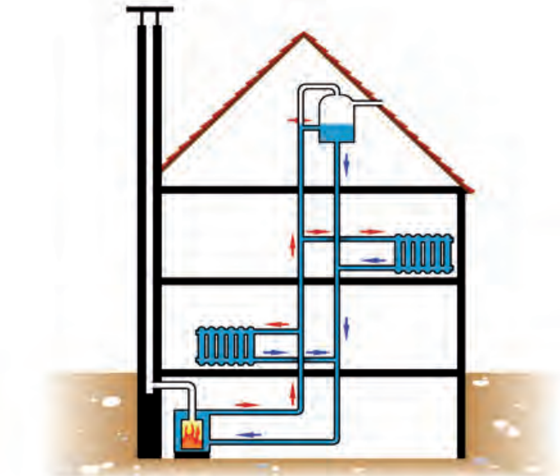
A gáz tömege: $m = 29$ g.

Kérdések és feladatok

1 Az ábrán egy lakóház tetőtere látható. A tetőtérbe napkollektort építettek. Tanulmányozzuk az ábrát, magyarázzuk meg, hogyan oldották meg a helyiségek fűtését!



2 Az ábrán egy lakóház fűtésének tervrajza tanulmányozható. Magyarázzuk meg, hogyan működik a fűtés!



3 Melyik tüzelőanyaggal lehetett leggazdaságosabban fűteni 2011-ben? A tűzifa köbmétere 15 000 Ft, a kőszén mázsája 11 500 Ft, a földgáz köbmétere 170 Ft-ba került. A fa sűrűségét számoljuk 700 $\frac{kg}{m^3}$-nek, a földgáz sűrűsége 1,1 $\frac{kg}{m^3}$.

4 Mennyi energiát nyerünk egy darab (30 g) Túró Rudi elfogyasztásával? A Túró Rudi 100 grammjában 9,3 g szénhidrát, 4,4 g fehérje és 5,5 g zsír található. A megoldásodat kJ-ban és kcal-ban is adjuk meg!

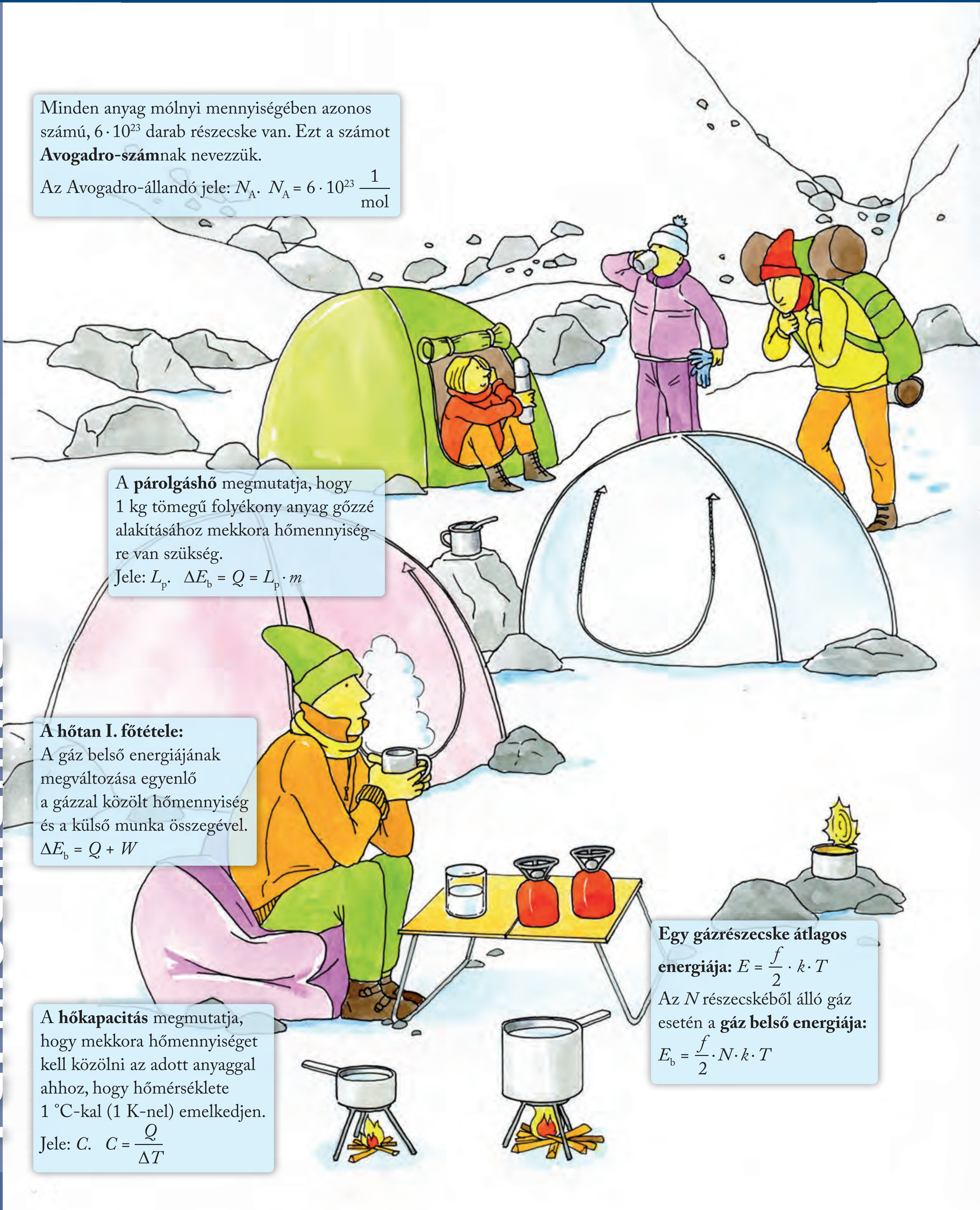
5 Számítsuk ki, hogy egy szombati napon összesen hány kcal energiát vittünk a szervezetünkbe (étel és ital összesen)! Azt is számítsuk ki, hogy hány gramm szénhidrátot, fehérjét és zsírt fogyasztottunk! Sok élelmiszer tápanyagtartalma megtalálható a csomagolásán. A többi élelmiszer esetében kutassunk az interneten!

Élelmiszer (100 g)	Energia (kJ)	Fehérje (g)	Szénhidrát (g)	Zsír (g)
fagylalt (2 gombóc)	672	2,2	27,8	4,5
majonéz	3083	2,5	3,5	78,9
baromfivirsli	795	18,8	–	13
gépsonka	637	22,6	0,4	7,1
párizsi	960	14,9	–	19
rizs	1443	8	77,5	0,3
alma	126	0,4	7	0,4
banán	431	1,3	24,2	0,1
ponty	420	16	0,1	4
csirkehús	440	24,7	0,5	1
sertéshús	668	21	0,4	8,1
félbarna kenyér	1075	9,8	52,3	1
főtt krumpli	815	4,3	32,8	4
sült krumpli	1596	4	43	19
tészta	1598	15	73	3,4
zsemle (1 db)	615	5,1	30,8	0,4
trappista sajt	1554	27,7	1,6	28,1
paradicsom	92	1	4	0,2
sárgarépa	146	1,2	8,1	0,2
vaj	3024	0,4	0,5	80

Néhány élelmiszer tápanyagtartalma

Hasonlítsd össze táplálkozásodat az egészséges értékekkel! Egy középiskolás fiú napi energiaigénye (intenzív sportolás nélkül): 2,2 · [17,5 · testtömeg (kg) + 651], egy lányé: 1,6 · [12,2 · testtömeg (kg) + 746]. Az eredmények kcal-ban értendők. A fiatalok napi fehérjeszükséglete 1,5 g testtömegkilogrammonként. A szénhidrátok esetében a napi energiabevitel 50-60%-a, zsírokból a napi energiabevitel maximum 25%-a a szükséges mennyiség. Mit gondolsz, kell változtatnod táplálkozási szokásaidon?

Összefoglalás – Termodinamika



Minden anyag mólnyi mennyiségében azonos számú, $6 \cdot 10^{23}$ darab részecske van. Ezt a számot **Avogadro-szám**nak nevezzük.

Az Avogadro-állandó jele: N_A. $N_A = 6 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{\text{mol}}$

A **párolgáshő** megmutatja, hogy 1 kg tömegű folyékony anyag gőzzé alakításához mekkora hőmennyiségre van szükség.

Jele: L_p. $\Delta E_b = Q = L_p \cdot m$

A hőtan I. főtétele:
A gáz belső energiájának megváltozása egyenlő a gázzal közölt hőmennyiség és a külső munka összegével.
$\Delta E_b = Q + W$

A **hőkapacitás** megmutatja, hogy mekkora hőmennyiséget kell közölni az adott anyaggal ahhoz, hogy hőmérséklete 1 °C-kal (1 K-nel) emelkedjen.

Jele: C. $C = \frac{Q}{\Delta T}$

Egy gázrészecske átlagos energiája: $E = \frac{f}{2} \cdot k \cdot T$

Az N részecskéből álló gáz esetén a **gáz belső energiája:**

$E_b = \frac{f}{2} \cdot N \cdot k \cdot T$

Az anyag **fajhőjén** hőkapacitásának és tömegének hányadosát értjük.
Jele: c. $c = \frac{C}{m}$, $c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$, azaz
$Q = c \cdot m \cdot \Delta T$

A fajhő megmutatja, hogy mekkora hőmennyiség felvételére vagy leadására van szükség ahhoz, hogy 1 kg tömegű anyag hőmérséklete 1 °C-kal (1 K-nel) megváltozzon.

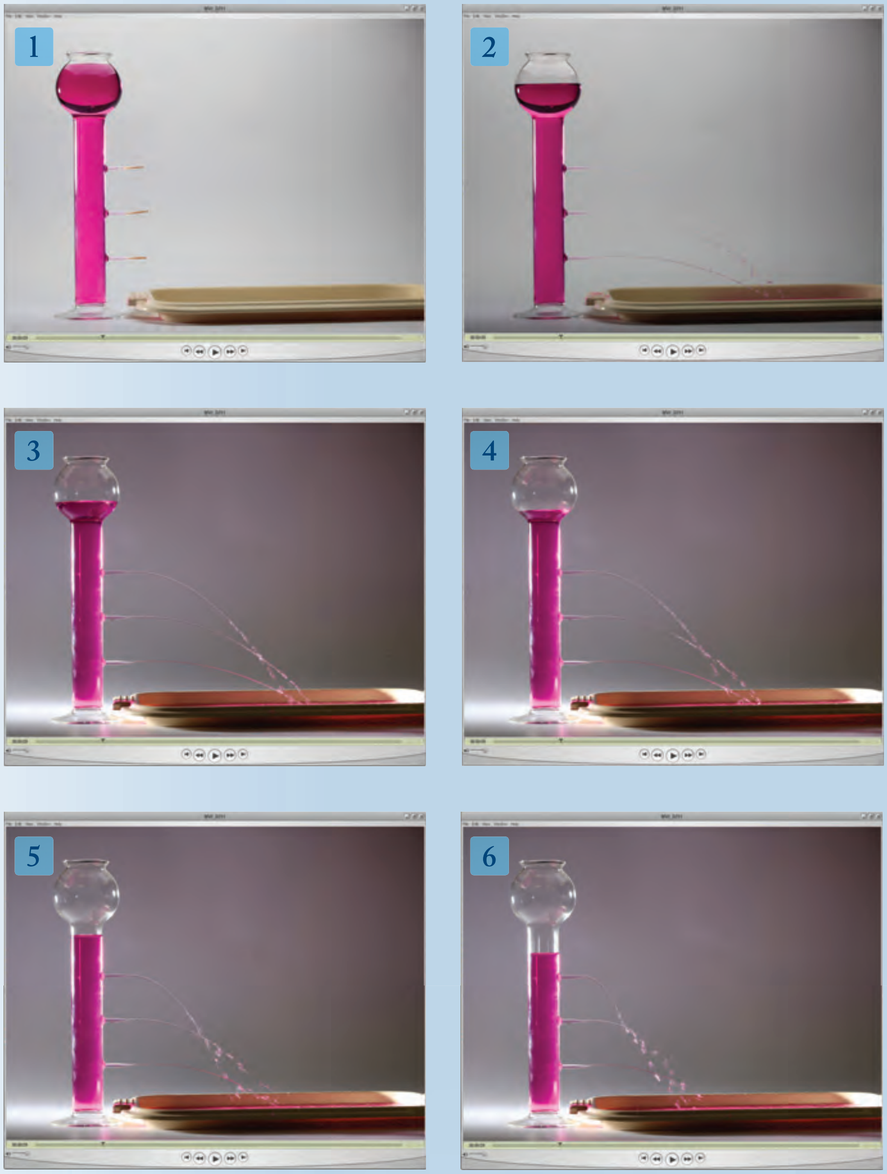
A **forráshő** megmutatja, hogy 1 kg forrásponton lévő folyékony anyag gőzzé válásakor mekkora hőmennyiségre van szükség.
Jele: L_f. $Q = L_f \cdot m$

Az **olvadáshő** megmutatja, hogy 1 kg olvadásponton lévő anyag mekkora hőmennyiséget vesz fel olvadáskor a környezetétől.
Jele: L_0. $Q = L_0 \cdot m$

A hőtan II. főtétele:
A testek termikus kölcsönhatásakor mindig a melegebb test ad át energiát a hidegebb testnek. Ennek a folyamatnak az iránya önmagától nem változik, csak külső beavatkozással fordítható meg.

Általános energiatétel:
Energia semmilyen folyamatnál nem keletkezik, nem semmisül meg, csak átalakul.

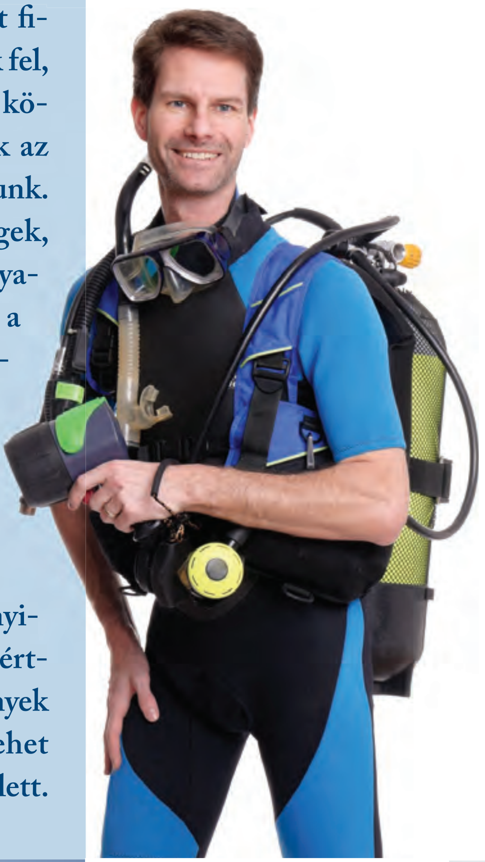
A folyadék súlyából származó nyomás bemutatása



Hidrosztatika ▪ *Légnyomás* ▪ *Áramlás* ▪ *Közegellenállás*

Folyadékok, gázok mechanikája

A *folyadékok* és *gázok* tulajdonságait figyelve sok hasonlóságot fedezhetünk fel, de lényeges különbségek is vannak közöttük. Ebben a fejezetben ezeknek az anyagoknak a vizsgálatával foglalkozunk. Látni fogjuk, hogy vannak jelenségek, amelyek azonos módon hatnak a folyadékokban és a gázokban, legfeljebb a megjelenési formájukban különböznek, és megismerkedünk számos specifikus, csak a folyadékokra vagy csak a gázokra jellemző tulajdonsággal is. Az itt sorra kerülő jelenségek, alkalmazások rendkívül széles körűek: szó lesz a hidakat szétnyitó óriási hidraulikus emelőkről, megértjük, miért gördül le a vízcsepp a növények leveleiről, és megtudjuk, hogyan lehet elcsavarni a labdát a sorfal mellett, felett.



31. lecke

Nyugvó folyadékok vizsgálata

Hol használják a hidraulikus hajóemelőket?

Gyakran láthatunk áruházakban, raktárakban hidraulikus raklapemelőket (ezeket a köznyelvben békáknak nevezik). Ezek a szerkezetek egy kar többszöri lenyomásával nagy tömegű árukat emelnek meg, amiket így már viszonylag kis erővel odébb lehet szállítani. Az eszköz nevéből (hidraulikus) következtethetünk arra, hogy az emelőkar folyadék közvetítésével hat a teherre. ***Hogyan is működhet egy ilyen emelő?***

A folyadékok és gázok összehasonlítása

A folyadékoknak és a gázoknak a szilárd testektől legszembetűnőbben eltérő tulajdonsága, hogy nincs önálló alakjuk, határaikat a környező szilárd testek (falak, edény) határozzák meg, alakjuk könnyen változtatható. Ennek az az oka, hogy a folyadékok és gázok kis részei, rétegei egymáshoz képest könnyen elcsúsztathatók, a külső nyíróerő hatására az egyes rétegek elmozdulnak mindaddig, ameddig a nyíróerők meg nem szűnnek. **Nyugvó folyadékra vagy gázra nem hat nyíróerő.** Ebből következik, hogy a nyugvó folyadék felszíne „vízszintes” sík, ami azt jelenti, hogy a folyadékfelszín mindenütt merőleges a nehézségi erőre. Kis léptékben, amíg a földi nehézségi erőtér homogénnek tekinthető, ez valóban így van, de ha a földfelszín egészét nézzük, a vízfelület együtt fordul a nehézségi erőtérrel.

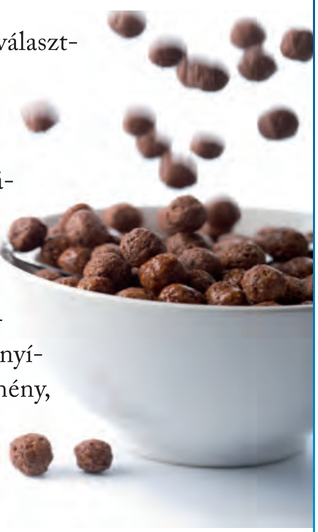
A gázoknak nincs határfelületük, határozott alakjuk, kis méretekben egyenletesen kitöltik a rendelkezésükre álló teret. A gázok nagymértékben összenyomhatók, a folyadékok gyakorlatilag nem. Hőmérséklet-változás hatására a gázok tulajdonságai jelentősen változnak, a folyadékok esetében ez a változás jóval kisebb. A gázok sűrűsége lényegesen kisebb a folyadékokénál, sok esetben úgy viselkednek, mint a nagyon híg folyadékok.

A folyadékmodell

Az eddig vizsgált jelenségekben áramlás szempontjából ideálisnak tekintettük a közeget, vagyis a nyí-

róerők hatását, valamint a határoló falak és a közeg közötti kölcsönhatást, súrlódást elhanyagoltuk.

Az előzőekben végiggondolt jelenségeket, tapasztalatokat összegezve az alábbi idealizált megállapításokat tehetjük a folyadékra:
– az edény alakját veszi fel;
– önthető, oldalirányú (nyíró-) erők nem lépnek fel;
– részei könnyen szétválaszthatók;
– összenyomhatatlan;
– kis térfogatban az összetartó erők hatásosak.

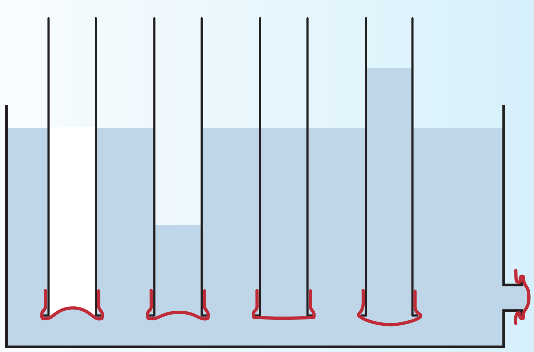


Ezek alapján az ideális folyadékot a tárolóedény méretéhez viszonyított nagyon apró, kemény, rugalmas golyók összességének tekinthetjük.

A folyadék súlyából származó nyomás

KÍSÉRLET

Egy speciális üvegedény oldalán levő csőcsonkot az ábrán látható módon vékony gumihártyával (luftballondarab) lefedjük, és az edényt megtöltjük vízzel. Hasonló módon lezárjuk egy vastagabb üvegcső egyik végét, majd a vízzel teli kádba nyomjuk.



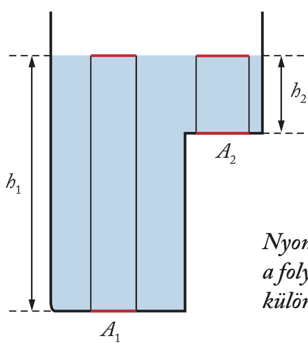
TAPASZTALAT

Azt látjuk, hogy az edény oldalán levő gumihártya kidudorodik, a vízbe merülő csővégen levő pedig benyomódik. Ha a csőbe egyre több vizet töltünk, akkor a benyomódás egyre csökken, majd a gumihártya lefelé türemkedik ki.

KÖVETKEZTETÉS

A folyadék belsejében és az edény, illetve a belemerülő tárgyak falával érintkező felületeken nyomás van. A nyomás nagysága nő a szabad felszíntől mért távolsággal.

A fenti tapasztalatok alapján keressünk kvantitatív összefüggést a folyadékban kialakuló nyomás leírására! Vizsgáljuk meg az alábbi ábrán látható, folyadékkal megtöltött edényben a nyomásviszonyokat!



Nyomásviszonyok a folyadékkal megtöltött edény különböző mélységeiben

Az A_1 felületen levő nyomás a fölötte levő h_1 magasságú, képzeletbeli hasábban levő ϱ sűrűségű folyadék súlyából származik:

$$p_1 = \frac{\varrho \cdot g \cdot h_1 \cdot A_1}{A_1} = \varrho \cdot g \cdot h_1$$

Az A_2 felületen a nyomás, hasonló meggondolással, az ábra jelöléseit használva:

$$p_2 = \frac{\varrho \cdot g \cdot h_2 \cdot A_2}{A_2} = \varrho \cdot g \cdot h_2$$

Mivel belső súrlódás nincs, ezért p_2 nyomás van ebben a mélységben mindenütt, többek között az A_1 felület fölött is $h_1 - h_2$ magasságban. Mivel a h_2 magasságot, vagyis az edény aljából kiemelkedő plató magasságát tetszőlegesen választhatjuk meg, a következő megállapítást tehetjük.

Egy folyadék felszíne alatt h mélységben a ϱ sűrűségű folyadék súlyából származó nyomás minden irányban $p = \varrho \cdot g \cdot h$.

Ezt a nyomást hidrosztatikai nyomásnak nevezzük.

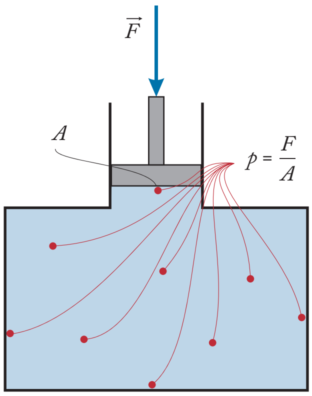
Előző gondolatmenetünk helyességét alátámasztja a következő kísérlet. Az edény oldalán azonos keresztmetszetű kis csöveken folyik ki a színezett víz. Az egymás alatti kifolyóknál egyre nagyobb a víz nyomása, ezért nagyobb erő hat a kifolyó részecskékre. Ennek következtében a lentebb kifolyó víz nagyobb kezdősebességgel indul, laposabb parabolaíven esik le.

A folyadék súlyából származó nyomás bemutatása

Külső erő nyomása nyugvó folyadékban

Abból a tapasztalatból, hogy a folyadék könnyen önthető, azt a következtetést vonhatjuk le, hogy benne oldalirányú erők nem lépnek fel. Ezt úgy is modellezhetjük, mintha a folyadékrétegek súrlódás nélkül csúsznának egymáson: azt mondjuk, hogy **az ideális folyadéknak nincs belső súrlódása**. A dinamikában megismert súrlódás fogalmát – mivel testek felülete között fellépő jelenséget ír le – gyakran külső súrlódásnak nevezik, megkülönböztetve a folyadékok belső súrlódásától.

Ha nincs súrlódás, akkor a folyadék felszínére csak merőleges erőt fejthetünk ki. Nézzük meg, mi történik, ha az ábra szerinti edényben levő folyadék szabad felszínére a dugattyú közvetítésével erővel hatunk!

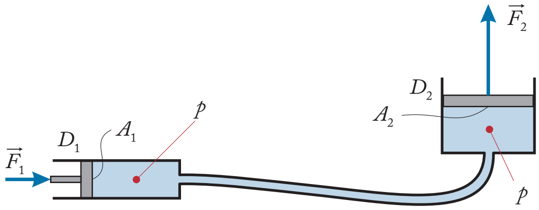


A nyomás a folyadék belsejében

A felületen kialakuló nyomás a térfogat minden kis elemében megjelenik, hiszen a folyadék egyensúlyban, nyugalomban marad, ezért minden pontjában, minden irányban azonos nyomásnak kell lenni. Ez a következtetésünk kísérletileg is igazolható. Elsőként *Blaise Pascal* francia természettudós, matematikus, filozófus állapította meg, ezért az alábbi megfogalmazásban **Pascal-törvény**nek nevezzük:

Egy külső erő által a folyadék felületén létrehozott nyomás a térfogat minden pontjában gyengítetlenül megjelenik.

A jelenség nagyon fontos gyakorlati alkalmazása a **hidraulikus emelő**, amely megjelenhet mint egyszerű villás targonca, nagy rakodódaru gémjének mozgatója, a gépkocsik fékrendszere vagy a kerékcserénél használatos emelő. Lényege, hogy viszonylag kis erő alkalmazásával nagy tömegeket lehet mozgatni.



A hidraulikus emelő szerkezete

A fenti ábrán látható A_1 felületű henger D_1 dugattyújára F_1 erővel hatva, a folyadék dugattyúval érintkező pontjaiban keletkező nyomás:

$$p = \frac{F_1}{A_1},$$

ami a folyadékban mindenütt megjelenik. Ez a nyomás a D_2 dugattyúra $F_2 = p \cdot A_2$ erőt fejt ki. Felhasználva a p-re kapott kifejezést, azt kapjuk, hogy:

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} \cdot F_1.$$

Vagyis amilyen arányban nagyobb a dugattyúk felülete, olyan arányban nő meg az általunk kifejtett erő a teheroldalon.

Az erőhatások összegződéséből következik, hogy a folyadékok belsejében a külső nyomás és a sűrűségéből adódó hidrosztatikai nyomás összeadódik.

Abban az esetben, ha a ϱ sűrűségű nyugvó folyadék felszínére p_k külső nyomás hat, a felszíntől h mélységben a nyomás:
$p = p_k + \varrho \cdot g \cdot h$

Ha a folyadék szabadon esik, a súlyából származó nyomás nulla, vagyis csak a külső nyomás (általában a légnyomás) jelenik meg a belsejében.

Közlekedőedények

A $p = p_k + \varrho \cdot g \cdot h$ összefüggés alapján azt is megállapíthatjuk, hogy nyugvó folyadékban az azonos nyomású pontok vízszintes síkban vannak. A közlekedőedényekben ezért van minden szárban azonos magasságban a folyadék.

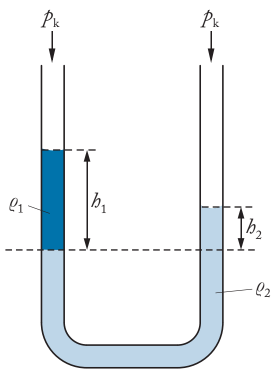
A hidrosztatikai nyomás általános összefüggése segítségével például folyadékok sűrűségének összehasonlítását végezhetjük el. Mindkét végén nyitott U alakú csőbe egymás után beöntjük a két folyadékot. Az érintkezési felület síkja alatt a sűrűbb folyadék van mindkét ágban, tehát attól lejjebb minden síkban azonos a nyomás. A sík felett mindkét ágban annyi folyadéknak kell lenni, hogy biztosítsák az egyforma nyomást. Vagyis az ábra jelöléseivel:

$$p_k + \varrho_1 \cdot g \cdot h_1 = p_k + \varrho_2 \cdot g \cdot h_2,$$

ahol ϱ_1 a hígabb, ϱ_2 a sűrűbb folyadék sűrűsége.

Ebből: $$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\varrho_2}{\varrho_1},$$

vagyis a folyadékoszlopok magassága fordítottan arányos a sűrűségükkel.

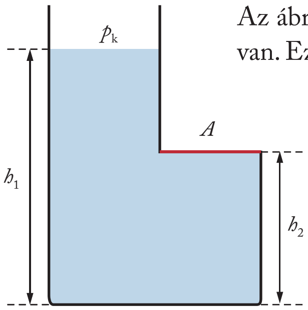


Fontos alkalmazását találjuk a közlekedőedény jelenségnek az árvízvédelemben. A gátak mögött, a védett területen kialakuló buzgárokat homokzsákokból kialakított ellennyomó medencével fékezik meg. A felgyülemlő, a buzgár által odaszállított víz megtölti a medencét, ezáltal az aljában nő a hidrosztatikai nyomás, ami ellentart a folyó felőli nyomásnak. A közlekedőedény jelenség alapján működik a tartályok oldalára szerelt folyadékszint-mutató is.

Olvasmány

Hidrosztatikai paradoxon

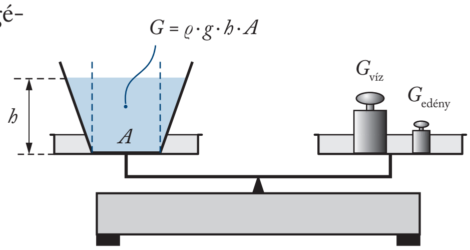
A fizikai jelenségek leírásában a paradoxon kifejezés látszólagos ellentmondást jelent, egy olyan jelenséget mutat be, ami látszólag ellentmond a fizika törvényeinek. A paradoxon feloldása azt jelenti, hogy alaposabb vizsgálat után megtaláljuk a jelenség teljes körű magyarázatát az ismert törvények alkalmazásával.



Az ábrán látható edény bal oldala felett h_1, a jobb oldala felett h_2 ($h_2 < h_1$) magasságú folyadék van. Ezek szerint az edény alján a két oldalon különböző hidrosztatikai nyomás lép fel. Ez ellentmondani látszik annak a megállapításunknak, hogy egy folyadékban azonos magasságban azonos nyomásnak kell lenni. A látszólagos ellentmondás a következő gondolatmenettel szüntethető meg: A bal oldalon az edény alján a nyomás: $p_b = p_k + \varrho \cdot g \cdot h_1$. Az edényben h_2 magasságban a nyomás: $p = p_k + \varrho \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$. Ez a nyomás az edény jobb oldali, A felületű vízszintes részére $F = [p_k + \varrho \cdot g \cdot (h_1 - h_2)] \cdot A$ erővel hat függőlegesen felfelé. Ennek a reakcióereje, amit az A felület fejt ki a folyadékra, megjelenik az edény alján mint $p_k + \varrho \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$ nagyságú nyomás. Ehhez adódik a $\varrho \cdot g \cdot h_2$ hidrosztatikai nyomás. Tehát a jobb oldalon a teljes nyomás: $p_j = p_k + \varrho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) + \varrho \cdot g \cdot h_2 = p_k + \varrho \cdot g \cdot h_1$. Vagyis a két oldalon a nyomás valóban megegyezik. A jobb oldalon levő kisebb hidrosztatikai nyomást az edény vízszintes felülete által kifejtett erő által létesített nyomás egészíti ki.

Az alábbi ábrán látható elrendezésben a mérleg egyik oldalán egy felfelé szélesedő, vízzel teli edény van. Mivel a hidrosztatikai nyomás a folyadékoszlop magasságától függ, az edény aljára ható nyomóerő a felette levő víz súlyával egyezik meg, ami kevesebb, mint az összes víz súlya.

A tapasztalat szerint viszont az edény és a víz súlyának összegével megegyező súllyal tudjuk kiegyenlíteni a mérleget. Itt az alapterület feletti részen kívül eső helyeken levő víz az oldalfalakra merőlegesen fejt ki erőt, és ennek a függőleges komponense éppen megegyezik a kívül eső rész súlyával. Ezt az erőt a merev oldalfal közvetíti a mérleg tányérjára. Összességében tehát a teljes vízmennyiség és az edény súlya terheli a mérleget.



Kérdések és feladatok

1 Hogyan módosul a $p = p_k + \varrho \cdot g \cdot h$ összefüggés a Holdon?

2 Mekkora erő hat egy 10 cm oldalhosszúságú kocka alakú vízzel teli edény egyik függőleges oldalának belső felületére?

3 Egy 16 cm átmérőjű lábasban 10 cm víz és felette 5 cm étolaj van. Mekkora a nyomás a víz felszínén, és mekkora az edény alján?

A szükséges adatokat a *Négyjegyű függvénytáblázatokból* keressük ki!

4 Egy 1500 kg tömegű autót emelünk hidraulikus emelővel. A nyomóhenger sugara 3 cm, az emelőhengeré 30 cm. Mekkora erővel kell a nyomóhengerre hatni? A kocsit 20 cm magasságba emeljük. Mennyi munkát takarítunk meg az emelő használatával ahhoz képest, hogy közvetlenül emelnénk fel például egy állócsigával?

32. lecke

A légkör vizsgálata

Milyen elven működik az alsó fotón látható Goethe-féle barométer?

Magas hegyről lejőve, főleg autózás közben már mindenki tapasztalhatta, hogy a füle „bedugul", túlnyomást érez. Ez az állapot gyakori nyeléssel megszüntethető, miközben pattogó hangot hallunk. ***Mi az oka ennek a füldugulásnak? Miért segít a nyelés?***

A gázok nyomása

KÍSÉRLET ÉS TAPASZTALAT

Fújjunk fel egy egyenletes falvastagságú luftballont! Azt tapasztalhatjuk, hogy a fala egyenletesen vékonyodik, nagysága nő, és gömb alakú lesz.

KÖVETKEZTETÉS

A lufiban levő levegő erővel hat a belső felületre, azon nyomást hoz létre, ami egyenletes falvastagság esetén gömb alakúra formálja a lufit. Ebből azt a következtetést vonhatjuk le, hogy **a gázokban minden irányban azonos nagyságú a nyomás**.

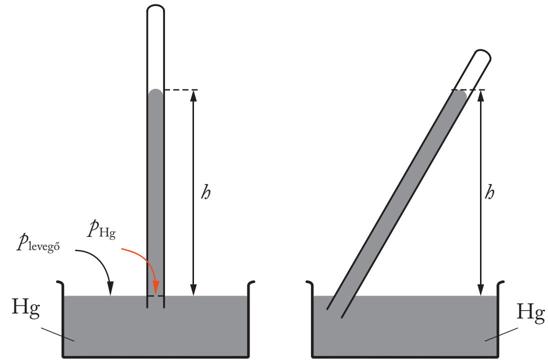
A jelenség nem más, mint a folyadékoknál megismert Pascal-törvény érvényesülése gázban. A nyomás a levegő molekuláinak a fallal történő ütközéséből származik. Rugalmas ütközést feltételezve az m tömegű, v sebességű molekula impulzusváltozása $\Delta I = 2 \cdot m \cdot v$. Ha az ütközés ideje Δt, akkor ezalatt egy molekula átlagosan $F = \dfrac{2 \cdot m \cdot v}{\Delta t}$ erővel hat a falra. Ezek a picike erők összegződnek, és egy makroszkopikusan is mérhető nyomásértéket adnak a felületen.

A levegő súlya és nyomása

Egy érzékeny mérlegen mérjük meg egy csappal ellátott, levegővel teli üvegedény súlyát! Majd szivattyúzzuk ki belőle a levegőt, például a kémiaórákon is használt vízlégszivattyúval! Tudjuk, hogy az összes levegőt nem vagyunk képesek eltávolítani, de döntő részétől (~ 99%) így megszabadulhatunk. Ha most ismét lemérjük az edény súlyát, azt kisebbnek találjuk. Pontosabban: az edény nem lett könnyebb, csak az első mérés alkalmával a benne levő levegőt is vele mértük. Megállapíthatjuk tehát, hogy **a levegőnek súlya van**. Pontos mérések szerint a **levegő sűrűsége 0 °C-on, normál légköri nyomáson 1,29 $\mathbf{\dfrac{kg}{m^3}}$.**

Tapasztalataink szerint **a levegő nyomást fejt ki a környezetünk tárgyaira**. Ha egy PET-palackból akár egy kis levegőt is eltávolítunk, akkor annak oldala behorpad. Ezt úgy értelmezhetjük, hogy kezdetben a fal mindkét oldalán azonos nagyságú volt a nyomás, majd belülről a levegő egy részét eltávolítva, a külső nagyobb nyomás benyomja az oldalát.

A levegő nyomásának nagyságát Torricelli, a XVII. század első felében élt természetbúvár mérte meg igen leleményes módon. Higannyal töltött meg egy 1 méter körüli hosszúságú, egyik végén zárt üvegcsövet, majd a következő ábra szerint a nyitott végével higannyal teli kádba állította. Azt tapasztalta, hogy a higany szintje csökkent a csőben, és a kádbeli higanyszinthez képest 76 cm magasságban stabilizálódott. A higany felső szintje akkor is 76 cm magasságban maradt, amikor a csövet megdöntötte.



A folyadékokról tanult ismereteink alapján ezt úgy magyarázhatjuk, hogy a csőben a külső higanyszint magasságában levő 76 cm higanyoszlop nyomása megegyezik a csövön kívüli higanyfelületre ható légnyomással. A légnyomás nagyságát, vagyis a 76 cm higanyoszlop nyomását könnyen meghatározhatjuk:

$$p_{\text{levegő}} = p_{\text{Hg}} = \varrho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h =$$

$$= 13\,600\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0{,}76\ \text{m} \cong 1{,}013 \cdot 10^5\ \text{Pa}$$

A kísérlet nyilvánvalóan vízzel is elvégezhető, de kissé körülményes. A víz és a higany sűrűségének arányából következik, hogy a víz esetén a kísérlethez szükséges csőmagasság kb. 10 m.

A levegő nyomása függ a hőmérsékletétől, páratartalmától és az aktuális időjárási fronthelyzettől, és mint azt látni fogjuk, a magasságtól is, ezért nem lehetséges egy „pontos” méréssel meghatározni azt. Mivel azonban sok fizikai jelenség definíciójában szerepel a környezeti nyomás értéke, szükséges egy pontos, állandó érték megállapítása.

Nemzetközi megállapodás alapján a normál légköri nyomás 101 325 Pa.

A légnyomás mérése a Torricelli-kísérletből adódóan visszavezethető hosszúságmérésre, hiszen a csőben levő higany magassága a légnyomással arányos. Innen származik a higanymilliméter (Hgmm) nyomásegység. A normál légköri nyomás tehát 760 Hgmm-nek felel meg. A 101 325 Pa standard nyomás (melyet kerekítve 10^5 Pa-nak veszünk) az egy atmoszféra, azaz 101 325 Pa = 1 atm. Praktikus, de az SI-ben nem támogatott nyomásegység a bar. 1 bar = 10^5 Pa, vagyis jó közelítéssel a normál légköri nyomással egyezik meg.

Evangelista Torricelli (1608–1647)

Olvasmány

Itáliában született, a barokk kor egyik legjelentősebb fizikusa és matematikusa. *Galilei* tanítványai közül a legtehetségesebb. 1644-ben jelentette meg úttörő munkáját a szabadesésről és a hajítás törvényszerűségeiről. Legfontosabb felfedezése a légnyomás mérésére alkalmas barométer. Róla nevezték el a nyomás egyik, ma már nem használatos mértékegységét, a torrt, amit sokáig használtak. 1 torr akkora nyomás, amely 1 mm magas higanyoszlop nyomásával egyezik meg. (1 torr = 1 Hgmm.) A normál légköri nyomás 760 torr, ami 101,3 kPa nyomásnak felel meg.

Optikával is foglalkozott, mikroszkópokat és távcsöveket tervezett. Az általa készített legnagyobb távcső Firenzében, a fizikai múzeumban található.

Evangelista Torricelli találmányával, a barométerrel

Magdeburgi félgömbök

A légnyomás által kifejtett erő nagyságának érzékeltetésére jó példa a magdeburgi félgömbök története. Otto von Guericke tudós, feltaláló 1657-ben végezte el nevezetes demonstrációját. Két jól illeszkedő félgömbből kiszivattyúzta a levegőt (az ehhez használt légszivattyú a saját találmánya volt), majd 8-8 lóval próbálta szétválasztani őket. A légnyomás akkora erővel hatott a mintegy 75 cm átmérőjű félgömbökre, hogy a lovak nem tudták szétválasztani. A kísérletet 2003-ban Szombathelyen látványos körülmények között megismételték, természetesen a félgömböket nem tudták kettéválasztani.

A kísérlet emlékének állított szobor Magdeburgban (Németország)

Folyadékok, gázok mechanikája

A levegő páratartalma

A levegő vízgőztartalmát a páratartalommal jellemezzük. Az abszolút páratartalom az 1 m^3-ben levő vízgőz mennyiségét jelenti, mértékegysége: $\frac{g}{m^3}$. Adott hőmérsékleten a telített gőz állapotban tartalmazza a levegő a legtöbb vízgőzt.

Gyakorlati szempontból fontos a relatív páratartalom fogalma, ami az abszolút páratartalom és a telített állapotban levő vízgőzmennyiségek hányadosa százalékosan kifejezve.

$$\text{Relatív páratartalom} = \left(\frac{\text{abszolút páratartalom}}{\text{telített gőz mennyisége}}\right) \cdot 100$$

Egyszerűbben fogalmazva:

$$\text{relatív páratartalom} = \left(\frac{\text{ami benne van}}{\text{ami belefér}}\right) \cdot 100$$

Ez az érték természetesen hőmérsékletfüggő.

A levegő hűlésével a telített vízgőz érték csökken, egyszer csak eléri az abszolút páratartalom értékét, vagyis a relatív páratartalom 100% lesz. Ez a hőmérséklet a harmatpont. Ez alatt a vízgőz lecsapódik, és vagy harmat (ha még 0 °C felett vagyunk), vagy dér (ha 0 °C alatt vagyunk) képződik.

A légnyomás mérése

A légnyomás mérésére alkalmas eszközöket barométereknek nevezzük. A legelső ilyen eszköz természetesen a Torricelli-féle higanyos mérési elrendezésen alapuló higanyos barométer. Ezt napjainkban, elsősorban higanytartalma miatt, már nem használják.

Elterjedt légnyomásmérő az úgynevezett aneroid barométer. Ez egy légritkított fémdoboz, aminek egyik oldala vékony lemez, amelyet belülről egy rugó feszít. A külső és belső légnyomás különbsége deformálja a lemezt, ami egy áttétellel mutatót mozgat egy skála előtt. Kis kiegészítéssel a nyomásérték regisztrálása is megoldható.

A légnyomás élettani hatásai

Olvasmány

A szokásosnál nagyobb légnyomás hatására a levegőt alkotó gázok nagyobb mértékben oldódnak fel a vérben. Ha a légnyomás gyorsan áll vissza a normális értékre, akkor a gyorsabban felszabaduló nitrogén és szén-dioxid a kapillárisokban felgyülemlik, és megakadályozza az oxigénfelvételt. Ennek szédülés, eszméletvesztés és akár halál is lehet a következménye. Ez az úgynevezett keszonbetegség. Alagutak fúrásánál, ahol a talajvizet távol kell tartani a munkaterülettől, a helyi légköri nyomásnál nagyobbat létesítenek. Az ilyen munkaterületről csak zsilipeléssel, azaz fokozatos lassú nyomáscsökkentéssel lehet kijönni. Hasonló probléma jelentkezik a nagy mélységbe merülő búvárok felemelkedésénél is.

Eddigi ismereteink alapján a bevezetőben feltett kérdésre is megadhatjuk a választ. A magasabb helyről való gyors leereszkedéskor a fülünkben levő nyomás nem tudja követni a külső légnyomás gyors növekedését, de nyeléskor a fülkürt megnyílik, és a dobüregben levő nyomás a garat felé ki tud egyenlítődni.

Nyolcezer méter magasságban a légnyomás ~350 hPa (35 kPa), csak kicsivel több a tengerszint feletti érték harmadánál! Ennek elviselése rendkívüli alkalmazkodást követel meg a hegymászóktól.

Hegymászók légzőkészülékkel

Mérések okostelefonnal

1. mérési feladat: Mindannyian fújtunk már lufit vagy gumimatracot, ha éppen nem volt kéznél lábpumpa. Közben gondolkozhattunk azon, hogy vajon mekkora túlnyomást tudunk így előállítani. Most lehetőségünk van ennek megmérésére, de először becsüljük meg ezt a túlnyomásértéket!

Fogjunk egy néhány liter térfogatú műanyag zacskót, és tegyük bele az okostelefonunkat. Indítsuk el a phyphox alkalmazás pressure funkcióját. Fogjuk össze a zsacskó száját, és csak fújjunk, fújjunk, amíg tudunk. A végén állítsuk le a mérést, az adatokat excel formában mentsük le, ábrázoljuk és elemezzük. Jól látható lesz, hogy éppen mikor volt a nyomásnak maximuma.

Sajnos sok telefonban nincs nyomásmérő, ezért ha a miénkben nincs, érdeklődjünk a családunkban, hátha valakinek van alkalmas készüléke. Az is jó megoldás, hogy több tanuló alkot egy mérőcsoportot, és együtt végzik el a méréseket. Ilyenkor az eredményeket azonnal össze is lehet hasonlítani. Foglaljuk össze a mérési tapasztalatainkat!

A mérést ágy, heverő vagy kanapé felett végezzük, ugyanis elképzelhető, hogy fújás közben a zsacskó kidurran.

2. mérési feladat: Ellenőrizzük a korábban tett állítást, miszerint a tengerszint feletti 1000 méteres tartományban a légnyomás 10 méterenként ~125 Pa-t csökken. Ezt legjobban szabad térben, vagy egy épület különböző szintjein, de nyitott ablaknál lehet megtenni. Egy irodaházban a központilag vezérelt fűtés, hűtés, szellőztetés miatt helyi eltérések lehetnek. Ugyanígy nem érdemes a szabadban nagyon távoli helyeken méricskélni, mert a helyi időjárási körülmények különbözősége elfedheti az eredeti jelenséget.

A levegő nyomását felhasználó eszközök

Kis mennyiségű folyadék adagolására szolgál a laboratóriumi pipetta. Ha a mindkét végén nyitott, közepén kiszélesedő üvegcsövet folyadékba merítjük, akkor megtelik, és ha a felső végét ujjunkkal lezárva kiemeljük, a levegő nyomása nem engedi kifolyni belőle a folyadékot. Ugyanis, ha kezdene kifolyni, akkor a folyadék feletti térfogat növekedne, ezért ott a nyomás csökkenne, azonban a külső nagyobb légnyomás visszanyomja a csőbe. Ujjunkat picit megemelve viszont a felső részben is biztosítjuk a külső légnyomást, így a pipettából általunk szabályozott mennyiségű folyadék folyik ki.

A pipetta nagyobb változata a lopó, aminek segítségével boroshordóból kisebb mennyiségű bor emelhető ki. Itt nemcsak a bemerítés, hanem a levegő egy részének a felső részből való kiszívása is segíti a lopó megtöltését.

A különféle szívó- és szívó-nyomó kutak is a levegő folyadékfelszínre gyakorolt nyomását használják ki a folyadékok emelésére.

Aneroid barométer

Kérdések és feladatok

1 Az időjárás-jelentésben ha azt halljuk, hogy Budapesten a tengerszintre átszámított légnyomás 1025 hPa, akkor mennyi a valóságos érték a 235 m magas Gellért-hegyen?

2 A Torricelli-kísérletben az üvegcsövet egy rugós erőmérővel tartjuk függőlegesen. Mit mutat az erőmérő: a csőben levő higany súlyát, a cső súlyát vagy a kettő összegét?

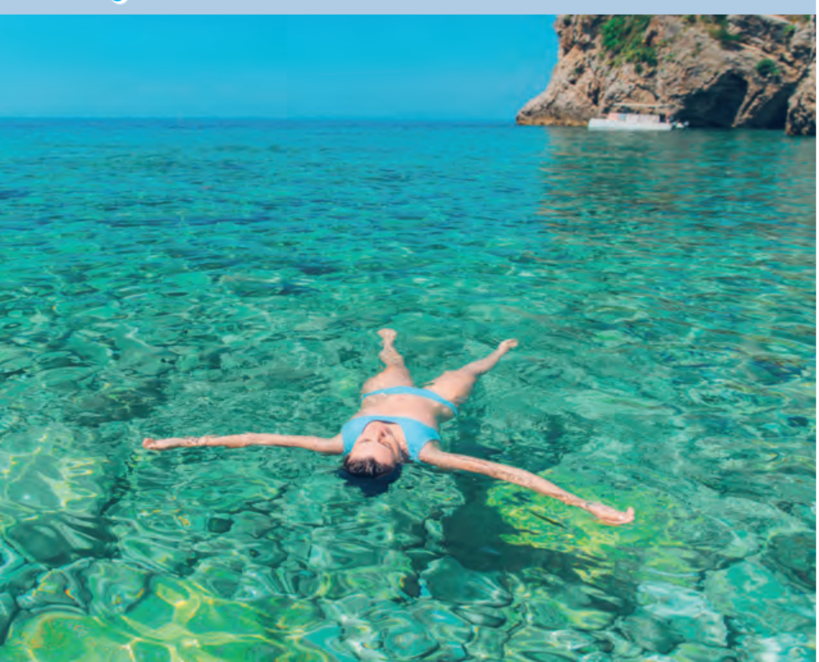
3 A Guericke-kísérletben mekkora erővel hatott a levegő a 75 cm átmérőjű gömb felszínére? Ha a 16 ló nem tudta széthúzni, milyen felső becslést adhatunk egy ló húzóerejéről?

4 Egy felnőtt ember testfelülete kb. 1,5 m^2. Mekkora a légnyomásból származó nyomóerő? Miért nem nyomódunk össze ekkora erő hatására?

33. lecke

Felhajtóerő nyugvó folyadékokban és gázokban

Miért tud egy helyben lebegni a léghajó?



Fürdőzés közben könnyebbnek érezzük testünket, és csak lassan süllyedünk le a medence vagy a nyílt víz aljára. Vannak olyan természetes tavak, például Erdélyben a Medve-tó vagy az izraeli–jordán határon található Holt-tenger, amelyek vizében nem is süllyedünk el. A léghajó, léggömb szabályozni tudja lebegési magasságát. ***Mi lehet ezeknek a jelenségeknek az oka?***

A felhajtóerő

KÍSÉRLET ÉS TAPASZTALAT

Végezzük el az alábbi egyszerű kísérletet! Merítsünk egy vízzel teli kádba vagy egy nagy pohár vízbe rugós erőmérőre akasztott súlyt (fémtestet)! Azt tapasztaljuk, hogy az erőmérő kisebb erőt mutat, mint a levegőben történő méréskor.

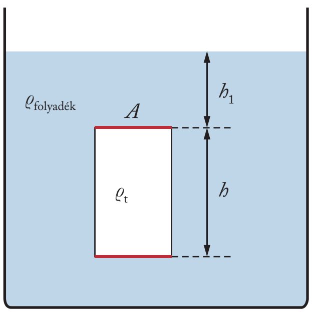
KÖVETKEZTETÉS

Ebből arra következtethetünk, hogy a folyadékba merített testre függőlegesen felfelé mutató erő hat.

Szilárd testek viselkedése folyadékban háromféle lehet: a test **úszik** a folyadék felszínén, **lebeg** benne, vagy **lesüllyed** az edény aljára. Mindhárom esetben

közös tapasztalat, hogy a testet könnyebbnek érezzük a folyadékban, mint a folyadékon kívül. Sőt az úszó testre még egy lefelé mutató erővel is kell hatni, ha a folyadékfelszín alá akarjuk nyomni.

Ugyanolyan anyagfajtából készült különböző kialakítású test (például alumíniumcsónak, üreges és tömör alumíniumkocka) úszhat, lebeghet és el is süllyedhet a folyadékban. Vizsgáljuk meg a folyadék hatását a belemerülő testre!



Folyadékba merülő test

Az ábra szerinti ϱ_t sűrűségű, A alapterületű és h magasságú egyenes körhenger merül egy ϱ_f sűrűségű folyadékba h_1 mélységig. A folyadék súlyából származó erő a fedőlapon: $F_{\text{felső}} = \varrho \cdot g \cdot h_1 \cdot A$, az alsó lapon: $F_{\text{alsó}} = \varrho \cdot g \cdot (h + h_1) \cdot A$. A palást bármelyik pontját tekintve megállapíthatjuk, hogy az ott ható nyomóerőnek van egy párja a henger hossztengelyére szimmetrikus pontban. Vagyis a folyadék nyomásából származó oldalirányú erők eredője nulla, a függőleges irányúaké pedig egy felfelé mutató erő, az úgynevezett **felhajtóerő**: $F_{\text{felhajtó}} = \varrho_f \cdot g \cdot h \cdot A$.

Belátható, hogy ha a folyadék felszínén hat valamilyen külső nyomás, az nem módosítja a fenti egyenletet, mert mindkét erő ($F_{\text{felső}}$; $F_{\text{alsó}}$) kifejezésében szerepel, és a különbségképzésnél kiesik.

Mivel a kifejezésben levő $h \cdot A$ a test térfogata, így a $\varrho_f \cdot h \cdot A$ a test térfogatával megegyező térfogatú (a test helyén levő) folyadék tömege, ezért az $F = m_f \cdot g$ a test térfogatával megegyező folyadék súlya. Tehát egy folyadékba merülő testre függőlegesen felfelé ható felhajtóerő arányos a test bemerülő térfogatával, vagyis az általa kiszorított folyadék térfogatával és a folyadék sűrűségével.

Mivel a fenti gondolatmenetünk tetszőleges alakú és a folyadékba tetszőleges mélységbe bemerülő test esetében igaz, megfogalmazható egy általános állítás.

Minden, folyadékba merülő testre az általa kiszorított folyadék súlyával egyező nagyságú felhajtóerő hat. Ezt a törvényt felfedezőjéről Arkhimédész törvényének nevezzük.

A felhajtóerő támadáspontja a test helyén eredetileg ott levő folyadék tömegközéppontja.

Gondolatmenetünkben csak olyan jelenségeket vettünk figyelembe, amelyek a gázokban is érvényesülnek, tehát **Arkhimédész törvénye gázokban is érvényes**.

Mivel a gázok légköri nyomáson levő sűrűsége három nagyságrenddel kisebb, mint a szilárd és folyékony anyagok többségének sűrűsége, ezért bennük a felhajtóerő a többi erőhöz képest elhanyagolható.

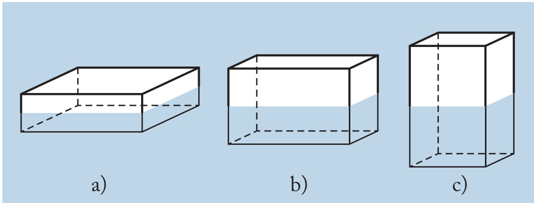
A testek úszása

Most nézzük meg, hogy alakul a folyadékba merülő testre ható erők eredője!

A testre ható nehézségi erő: $m \cdot g = \varrho_t \cdot h \cdot A \cdot g$.
Az eredő erő: $F_e = m \cdot g - F_f$.
$F_e = (\varrho_t - \varrho_f) \cdot h \cdot A \cdot g$.

Ez azt jelenti, hogy **ha a folyadék sűrűsége kisebb, mint a testé, akkor az eredő erő a testet az edény aljához szorítja. Ha a folyadék sűrűsége nagyobb, mint a testé, akkor a test úszik a folyadék felszínén.** Ilyenkor az eredő erő nulla, ami úgy teljesül, hogy a test csak olyan mértékben merül a folyadékba, hogy a bemerülő részre ható felhajtóerő éppen megegyezzen a súlyával. **Ha a két sűrűség azonos, akkor test a felszín alatt bármelyik pontban egyensúlyban van.** Ezt **lebegés**nek nevezzük.

Helyezzünk egy téglatest alakú, egyenletes tömegeloszlású fakockát egy edényben levő víz felszínére! Elvileg három lehetséges pozícióban úszhatna, de a gyakorlatban mindig csak az *a)* helyzet áll elő annak ellenére, hogy az úszás feltétele azonos módon fennáll.



Egy téglatest háromféleképpen úszhat a folyadékban

Az úszó kiterjedt merev test nyugalomban van. Ennek, mint azt tanultuk, két feltétele van:

1. A rá ható erők eredője nulla legyen. Ezt a felhajtóerő és a nehézségi erő egyenlősége biztosítja.
2. A rá ható forgatónyomatékok eredője nulla legyen.

Ha a test folyadékba helyezésénél nem teljesül ez utóbbi feltétel, akkor a fellépő forgatónyomatékok automatikusan olyan pozícióba forgatják a testet, hogy nulla legyen a nyomatékok eredője. Ekkor stabil egyensúlyi helyzetbe kerül, a felhajtóerő és a nehézségi erő egy függőleges egyenes mentén hat. Ha kimozdítjuk kicsit a testet a fenti *a)* állapotból, akkor a testre ható erők forgatónyomatéka az eredeti helyzet felé forgatja azt. Kis ügyeskedéssel *b)* és *c)* helyzetbe is el tudjuk helyezni a téglatestet, de ezek labilis egyensúlyi helyzetek. Ha egy bármilyen kicsi külső behatásra a test függőleges szimmetriatengelye elfordul, akkor a nehézségi erő forgatónyomatéka nagyobb lesz, mint a felhajtóerőé, ezért az eredő nyomaték tovább tudja forgatni a testet, ami végül az *a)* pozícióba kerül.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Egy fahasábot 20 N erővel tudunk a víz alatt egyensúlyban tartani. Mekkora a térfogata? A fa sűrűsége 600 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, a vízé 1000 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

MEGOLDÁS

Adatok:

$F_{ny} = 20\ \text{N}$

$\varrho_{fa} = 600\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$\varrho_{víz} = 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$V_{hasáb} = ?$

Ha a test egyensúlyban van, akkor a rá ható nehézségi erő és az általunk kifejtett nyomóerő összegének nagysága megegyezik a felhajtóerővel:

$m \cdot g + F_{ny} = \varrho_{víz} \cdot g \cdot V_{hasáb}$.

A hasáb tömegét ($m = \varrho_{fa} \cdot V_{hasáb}$) behelyettesítve kapjuk, hogy $V_{hasáb} = \dfrac{F_{ny}}{g \cdot (\varrho_{víz} - \varrho_{fa})}$.

Az adatok behelyettesítése után kapjuk, hogy

$V_{hasáb} = 0{,}005\ \text{m}^3 = 5\ \text{dm}^3$.

Sűrűségmérés Arkhimédész törvénye alapján (kiegészítés)

Arkhimédész törvénye jó lehetőséget nyújt szilárd testek és folyadékok sűrűségének mérésére. Egy tömör, az adott, ismert sűrűségű folyadékban nem oldódó test sűrűségét az alábbi módon lehet meghatározni.

Megmérjük a test súlyát rugós erőmérővel levegőben (G_l) és a folyadékba merítve (G_f) is. A két erő különbsége a felhajtóerő ($F_{felhajtó}$), ami a kiszorított víz súlyával egyezik meg.

$G_l - G_f = F_{felhajtó} = \varrho_f \cdot g \cdot V_{test}$, ebből a test térfogata:

$V = \dfrac{G_l - G_f}{\varrho_f \cdot g}$.

Így már a sűrűség definíciója alapján írhatjuk, hogy

$\varrho_{test} = \dfrac{G_l}{g} \cdot \dfrac{1}{V} = \varrho_f \cdot \dfrac{G_l}{G_l - G_f}$.

Folyadék sűrűségét a következő eljárással tudjuk meghatározni. Mérjük meg a mérőtest súlyát (amely test sem az ismert sűrűségű, sem az ismeretlen folyadékban nem oldódik) levegőn (G_l), az ismert sűrűségű (ϱ_i) folyadékban (G_i) és az ismeretlen sűrűségűben ($\varrho_?$, $G_?$)! A felhajtóerőkre a következőket kapjuk:

$G_l - G_i = \varrho_i \cdot g \cdot V$,

$G_l - G_? = \varrho_? \cdot g \cdot V$,

ahol V a test, vagyis a kiszorított folyadék térfogata. Az egyenletrendszer megoldása az ismeretlen sűrűségre: $\varrho_? = \varrho_i \cdot \dfrac{G_l - G_?}{G_l - G_i}$.

Olvasmány

Járművek stabil egyensúlyi helyzete

A vízi járművek tervezésénél alapvető szempont, hogy rendeltetésszerű használatukkor stabil egyensúlyi helyzetben legyenek. Vitorlás hajóknál a hajótest alá szerelt ellensúly biztosítja, hogy az egész hajó tömegközéppontja kellően mélyen legyen. Így biztosítható, hogy a szükséges manőverek alkalmával erősen megdöntött hajó is visszafordul a stabil helyzete felé. A hőlégballonok, léghajók is stabil egyensúlyi helyzetűek, a kosárban (gondolában) levő utasok vagy áruk biztosítják a kellően alacsonyan levő tömegközéppontot.

A tengeralattjárók a víztartályaikban tárolt víz mennyiségével szabályozzák a tömegüket, ezáltal az átlagsűrűségüket. Így tudják elérni, hogy az adott sűrűségű tengervízben (a sűrűség függ a hőmérséklettől és a sótartalomtól is) a feladatuknak megfelelően a tengerfenéken vagy a vízfelszínen legyenek, vagy éppen adott mélységben lebegjenek. A hőlégballonok átlagsűrűségét a bennük levő levegő hőmérséklete határozza meg. Tapasztalati tény, hogy a levegő sűrűsége a magasság növelésével csökken. Emelkedéshez tehát a levegőt melegíteni kell, mert ezáltal csökken a sűrűsége.

Léghajó (Szinyei Merse Pál festménye, 1882)

Kérdések és feladatok

1 Mekkora felhajtóerő hat egy vízen úszó 2 kg tömegű fahasábra, ha az a magassága 85 százalékáig merül el?

2 Milyen vastag legyen legalább az a 10 m^2 területű jégtábla, amelyik elbír egy 80 kg tömegű embert? A jég sűrűsége $\varrho_{jég} = 0{,}92\ \frac{kg}{dm^3}$.

3 Meg tudjuk-e mérni egy szilárd test sűrűségét Arkhimédész módszerével, ha csak ismert sűrűségű folyadékunk, egy edényünk, egy vonalzónk és egy spirálrugónk van?

4 Egy akváriumban a vízen úszó edényből a vízbe dobunk egy nagyobb csavart. Hogyan változik a vízszint?

5 Egy *A* alapterületű fazekat teljesen teletöltünk vízzel, és ráhelyezünk egy testet. Hogyan változik az edény aljára ható nyomás?

6 Egy hajó a folyóról (édesvíz) kiúszik a tengeri kikötőbe, ott felveszi 200 tonnás rakományát, így a bemerülés mélysége annyi marad, mint a folyóban volt. Mennyi a hajó tömege? A tengervíz sűrűségét keressük ki a *Négyjegyű függvénytáblázatokból*!

7 Egy vízben oldódó ismeretlen tárgy sűrűségét szeretnénk megállapítani. A levegőben mért súlya 30 N, olajba merítve 18 N. Az olaj sűrűsége 900 $\frac{kg}{m^2}$. Mekkora a sűrűsége a testnek?

34. lecke

Áramló közegek vizsgálata

Miért vékonyodik el a csapból kifolyó vízsugár?

A repülőgépek induláskor egy bizonyos sebesség elérésekor tudnak csak felemelkedni a levegőbe. Az úgynevezett szárnyashajók a kikötőben a többi hajóhoz hasonlóan merülnek a vízbe, de amikor az utazósebességükkel haladnak, akkor jelentősen kiemelkednek. Mindkét jármű ugyanazt a fizikai jelenséget használja ki a mozgásánál. ***Mi lehet ez a jelenség?***

Az áramlások leírása

KÍSÉRLET

Vékony falú műanyag vagy gumicső egyik végére szereljünk egy elzárócsapot, a másik végét csatlakoztassuk egy vízcsaphoz! Figyeljük meg a cső állapotát a csap nyitott és zárt helyzetében! (Hasonló kísérletet végezhetünk a kerti locsolócsővel is.)

TAPASZTALAT

A csap zárt állásánál a cső kicsit merevebbé válik, nehezebb összenyomni, mint nyitott állásnál. Azt is kipróbálhatjuk, hogy leszereljük a csapot, így a víz teljesen szabadon folyhat ki a végén. A cső ilyenkor nyomható össze legkönnyebben.

KÖVETKEZTETÉS

A csap zárt állásánál a csőben levő víz nyugalomban van, nyomása a vízhálózat nyomásával (3-6 bar) egyezik meg. A cső fala ezzel a nyomással tart egyensúlyt. Nyitott csap esetén a puhább csőfal azt jelenti, hogy kisebb nyomással kell egyensúlyt tartania, vagyis az áramló víz kisebb nyomással hat a cső belső falára. A megfigyelésünkhöz még hozzátehetjük azt a tapasztalatot, hogy az áramló víz útjába tett kezünkre erővel hat a vízsugár, vagyis az áramlás irányába nyomást gyakorol, és tapasztalatunk szerint ez a nyomás az áramló víz sebességének növelésével nő.

Gázok áramlásánál feltételezzük, hogy noha összenyomhatók, nincsenek olyan nagy nyomásváltozások, hogy ezt figyelembe kellene vennünk, így a folyadékokkal együtt tárgyaljuk azokat is.

A Föld felszínén 80 m magasságkülönbség esetén, illetve 140 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességnél áll elő mintegy 1% térfogat- és sűrűségváltozás, vagyis a környezetünkben levő folyamatokban a levegőt valóban összenyomhatatlannak tekinthetjük.

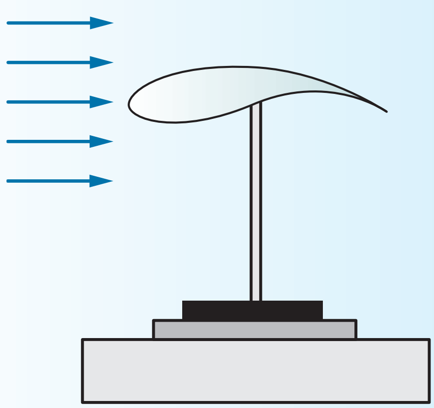
Az **áramlási ter**et (a térnek azon részét, ahol a folyadék vagy gáz mozgásban van) egy adott pillanatban az egyes pontjaiban az éppen ott levő részecske sebességének nagyságával és irányával jellemezzük. Tudunk rajzolni olyan görbéket, amelyek érintője minden pontban az éppen ott levő részecske sebességének irányát határozza meg. Ezeket a görbéket nevezzük **áramlási vonalak**nak. Ha az áramlási tér egyes pontjaiban az áramlási sebesség időben állandó, akkor azt *stacionárius* (állandósult) *áramlásnak* nevezzük.

Aerodinamikai felhajtóerő

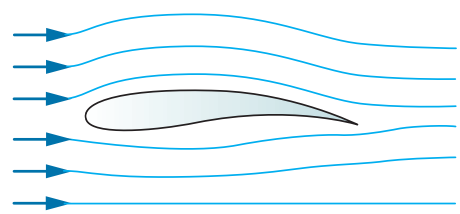
KÍSÉRLET

Helyezzünk egy vastag kartonlapból készített szárnyprofilt (ún. Zsukovszkij-féle profilt) egy vékony rúdra. A kísérleti eszközünket helyezzük digitális mérlegre, ahol a kísérleti eszközünk pillanatnyi súlyát tudjuk mérni.

Áramoltassunk a szárnyprofillal szemben levegőt. A digitális mérleg a kísérleti eszközünket az előző méréshez képest könnyebbnek mutatja. Ez azt jelenti, hogy az áramló levegő egy emelőerőt fejtett ki a szárnyprofilra.

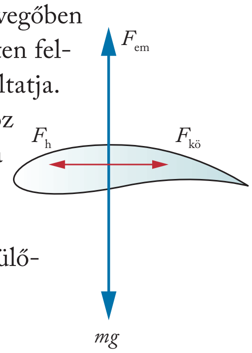


A kísérlet elméleti háttere: A szárnyprofil két oldalán az áramlás sebessége nem azonos. Az áramlás sebessége a szárnyprofil fölött nagyobb, alul kisebb. Felül a nagyobb sebességhez kisebb, alul a kisebb sebességhez nagyobb nyomás tartozik. A nyomáskülönbségből egy felfelé irányú emelőerő származik. Ezt az erőt **aerodinamikai felhajtóerő**nek nevezzük.



A repülés elve és a légellenállás

A repülőgép levegőbe emeléséhez és a levegőben tartásához szükséges erőt a szárnyfelületen fellépő aerodinamikai felhajtóerő szolgáltatja. Ehhez a repülőgépet a nyugvó levegőhöz képest megfelelő sebességgel mozgásba kell hozni. A repülőre ható F_h húzóerőt a repülőgép motorja szolgáltatja.



A repülőgépszárnyon ható erők a repülőgép vízszintes haladása esetén:

– az F_h húzóerő,
– az $m \cdot g$ nehézségi erő,
– F_{em} aerodinamikai felhajtóerő,
– a levegő ellenállásából származó $F_{kö}$ közegellenállási erő.

Az egyensúly feltétele úgy valósulhat meg, ha az erők hatásvonalai a szárny tömegközéppontjában metszik egymást, és függőleges és vízszintes irányban egyaránt fennáll:

$$F_h = F_{kö}$$
$$F_{em} = m \cdot g$$

Közegellenállási erő

A levegőben vagy a folyadékban mozgó testekre a súrlódáshoz hasonló, mozgást akadályozó erő hat. Ezt az erőt **közegellenállási erő**nek nevezzük. Jele: $\vec{F}_{kö}$.

A közegellenállási erő iránya mindig ellentétes a testnek a közeghez viszonyított sebességével.

A gépkocsik vizsgálatakor a tervezők azt vették észre, hogy a sebesség növelésével jelentősen megnőtt a közegellenállási erő nagysága. Az autók karosszériájának minél áramvonalasabb alakot adtak, annál kisebb lett a leküzdendő közegellenállás.

Mitől függ a közegellenállási erő értéke? A légcsatornában az áramló levegő hatására fellépő erőhatások mérhetőek. Az itt szerzett mérési eredmények alapján állítható, hogy:

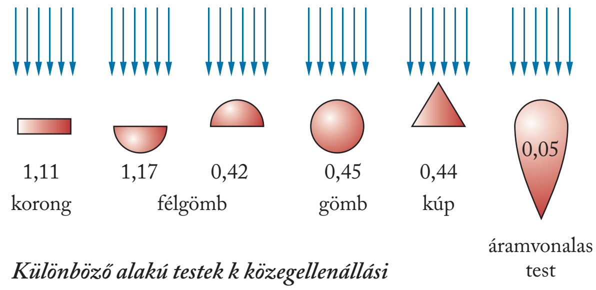
A közegellenállási erő függ:

- **az illető test közeghez viszonyított relatív sebességének négyzetétől, $F_{kö} \sim v^2$;**
- **a közeg sűrűségétől, $F_{kö} \sim \varrho$;**
- **a test homlokfelületétől, $F_{kö} \sim A$;**
- **a test alakjától (k).**

$$F_{kö} = k \cdot A \cdot \frac{1}{2} \varrho \cdot v^2$$

A kifejezésben könnyen észrevehetjük a torlónyomás összefüggését, vagyis a közegellenállási erő és az áramló közegben fellépő torlónyomás között szoros összefüggés van. A közegellenállás jelensége igen összetett, számos tényező van, ami befolyásolja nagyságát, így a fenti összefüggés csak jellegében és korlátok között írja le a jelenséget. Kis sebességnél elsősorban a tárgy és a közeg közötti súrlódás, valamint a közegben kialakuló lamináris áramlás, végső soron a közeg viszkozitása határozza meg a közegellenállási erő nagyságát. Nagy sebességeknél a tárgy mögötti térrészben kialakuló örvényekben felgyorsuló közeg sztatikus nyomáscsökkenése nehezíti a test haladását a közegben. Erre az esetre vonatkozik az előző egyenlet. Kis sebességeknél a közegellenállási erő a sebességgel arányos.

A tárgy alakjának hatása a kialakuló erőre meglepően nagy. Az alábbi ábra a különböző testek közegellenállási tényezőit mutatja a vékony, négyzet alakú lemezhez viszonyítva. (Mindegyik testnek azonos az áramlás irányára merőleges legnagyobb keresztmetszete.) A közegellenállási erő eredetének bonyolultságát mutatja az a tény, hogy például az áramlási irányban álló tengelyű körhenger esetén a henger hosszának és átmérőjének arányától, téglalap alakú lemeznél az oldalak arányától nagymértékben függ a k értéke.



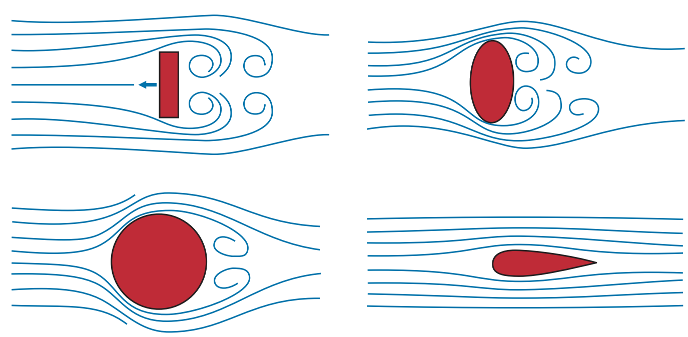
Különböző alakú testek k közegellenállási tényezője

Örvények áramló közegben

A nagy sebességgel haladó, nagy kiterjedésű testekre mozgásuk során jelentős nagyságú közegellenállási erő hat. A közegellenállási erő nagyságát befolyásolja a testek sebessége és a mozgó test homlokfelülete. Szemléletes képet kapunk a közegellenállásról, ha szélcsatornában megjelenítjük a különböző homlokfelületű testek körül létrejövő áramlási vonalakat.

Elegendően nagy áramlási sebességnél a testek mögötti térben a közegben örvények keletkeznek. Az örvényekben felgyorsuló folyadék vagy gáz sztatikus nyomása lecsökken, ami szívóhatást kelt, és növeli a testre a haladással ellentétes irányba ható erőt.

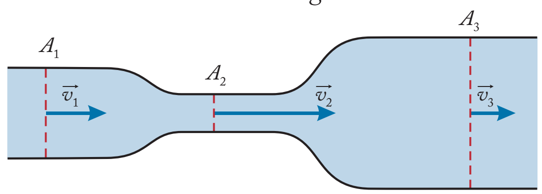
Örvények keletkezésével számos helyen találkozhatunk: például áramló folyadékban nyugvó szilárd testek mögött (hídpilléreknél) vagy nyugvó folyadékban mozgó szilárd testek nyomában (levesben mozgó kanál mögött).



Az áramvonalas testre hat a legkisebb közegellenállási erő

A Bernoulli-törvény (kiegészítés)

Egy nem egyenletes keresztmetszetű csőben folyadékot (gázt) folytonosan tudunk áramoltatni, vagyis a cső elején időegység alatt betöltött V térfogatú folyadék (gáz) a végén időegység alatt ki is jön a csőből. Ez csak úgy lehetséges, ha *az áramlási sebesség a kisebb keresztmetszetű helyeken növekszik, a nagyobbakon pedig csökken*. A jelenség jól megfigyelhető a csapból kifolyó vízsugár elvékonyodásában. A szabadon eső víz felgyorsul, sebessége növekszik, így az időegység alatt áthaladó víznek mélyebben kisebb keresztmetszet szükséges.



Az áramlás sebessége a kisebb keresztmetszetű helyen nagyobb

Az áramlást jellemző úgynevezett **folytonossági egyenlet** az ábra jelöléseivel tehát így írható fel: $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = A_3 \cdot v_3$

Az $A \cdot v$ kifejezés időegység alatt áthaladó térfogatot jelent, vagyis az áramló közeg időegység alatt áthaladó térfogata a cső különböző helyein azonos.

Az előző egyenlet tehát azt is kifejezi, hogy időben állandó áramlás esetén az áramlási tér minden keresztmetszetén ugyanannyi anyagmennyiségnek kell áthaladni.

A bevezető kísérlet jelenségének pontos magyarázata a következő. A csőben nyugalmi helyzetben levő p_0 nyomás áramlás esetén két nyomásra válik szét: az egyik az áramlás irányába ható **torlónyomás**, a másik az oldalfalakra ható **sztatikus nyomás**.

A torlónyomás a folyadék sűrűségével (ϱ) és a sebesség (v) négyzetével arányos: $p_{\text{torló}} = \frac{1}{2}\varrho \cdot v^2$.

A tapasztalatok szerint a két nyomás összege az áramlási cső mentén függetlenül a cső keresztmetszetétől állandó, és a nyugalmi nyomás értékével egyezik meg.

Hasonló jelenséget tapasztalunk gázok áramlásánál is. Például amikor szélviharban egy erős széllökésnél a nagy sebességű levegő „végigfut” a háztetőn, akkor csökken a sztatikus nyomása, és a tetőtérben levő nagyobb légnyomás lelöki a cserepeket a tetőről. Egy szabadon álló magas ház tűzfala mellett hirtelen végigfutó nagy sebességű légáramlat lecsökkenti a külső nyomást, így a lakásokban levő nagyobb nyomás kinyomhatja az oldalfalat!

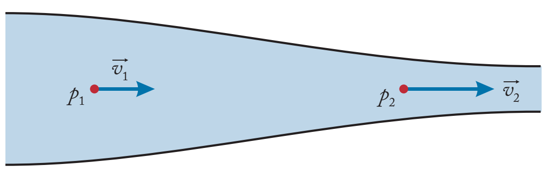
Általánosan megfogalmazhatjuk a jelenséget, amit **Bernoulli-törvény** néven szokás említeni:

Vízszintesen áramló közeg (folyadék vagy gáz) bármely keresztmetszetén a sztatikus nyomás és a torlónyomás összege állandó.

$$p + \frac{1}{2}\varrho \cdot v^2 = \text{állandó}$$

Egy áramlási cső bármely két keresztmetszetére fennáll tehát, hogy:

$$p_1 + \frac{1}{2}\varrho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\varrho \cdot v_2^2$$



A nagyobb sebességgel áramló közeg sztatikus nyomása lecsökken

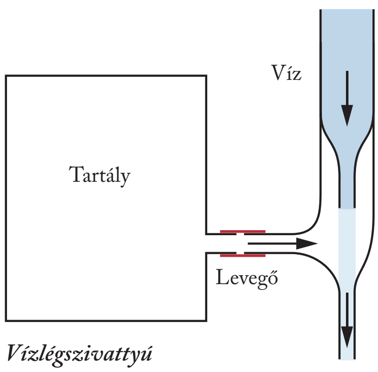
A Bernoulli-törvény alkalmazása

A szárnyashajók aljára a repülőgépekéhez hasonló profilú szárny van szerelve, ezen keletkezik a **hidrodinamikai felhajtóerő**, ami valamennyire kiemeli a hajótestet a vízből. Ezáltal lényegesen lecsökken a víznek a hajóra kifejtett ellenállása, nagyobb sebességgel haladhat a hajó.

A Bernoulli-törvény „fordított” alkalmazása történik a versenyautókon. A versenyautók minél nagyobb gyorsulásának egyik akadálya a talaj és a kerekek közötti tapadás nagysága. A kocsik végére egy szokásos szárnyprofilú elemet fordítva, „fejjel lefelé” szerelnek fel. Ekkor a nyomáskülönbségből származó erő függőlegesen lefelé mutat, ami növeli a kocsi által a talajra kifejtett nyomóerőt. Így nő a

tapadási súrlódási erő maximális értéke, nagyobb gyorsulást lehet elérni, és nagyobb lesz a kocsi stabilitása is. Az egész karosszériát is úgy tervezik, hogy minimális legyen a közegellenállása és a lehető legnagyobb leszorítóerő lépjen fel.

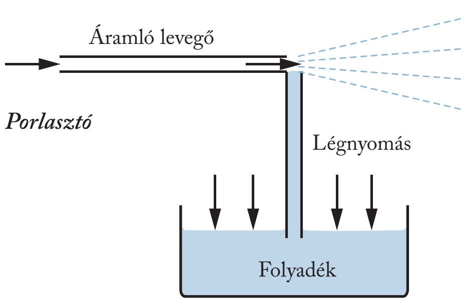
A Bernoulli-törvényen alapul a *vízlégszivattyú* működése. Csőben gyorsan áramló vízsugár sztatikus nyomása kicsi, ezért a cső egy öblösebb részénél levő csőcsonkon beáramló levegőt magával ragadja. Ha a csőcsonkhoz egy zárt edényt csatlakoztatunk, akkor abban a nyomás lecsökken.



Vízlégszivattyú

A *folyadékporlasztó* (illatszerszóró) hasonló módon működik, de itt a folyadék és a gáz szerepe éppen fordított. Kis gumilabda összenyomásával nagy légsebességet állítunk elő. Ez az áramló levegő egy folyadékba merülő vékony cső felső végénél kis sztatikus nyomást létesít, ezért a légnyomás az edényből a folyadékot a csőben felnyomja, és azt az áramló levegő apró cseppek formájában magával ragadja.

A *Bunsen-égőnél* a gázcsőből tűszeleppel szabályozottan kiáramló gáz az égéséhez szükséges levegőt viszi magával a keverőcsőbe, így annak végén már optimális összetételű gázelegy éghet el.



Porlasztó

A közegellenállási erő hasznosítása

Az áramló levegő vagy folyadék molekulái haladó mozgást végeznek, ennek következtében kinetikus energiával rendelkeznek. Logikus elképzelés, hogy a közeg sebességét lelassítva mozgási energiáját hasznosítsuk, lehetőség szerint elektromos energiává alakítsuk. Ez akkor lehetséges, ha a kialakuló közegellenállási erő el tudja mozdítani az útjába kerülő testet, és azon munkát tud végezni. Ezt úgy kell megoldani, hogy adott helyen a folyamatos mozgást biztosítjuk. Erre legalkalmasabb a forgó kerék vagy lapát. A szélmalmok és vízimalmok voltak az áramló víz és szél energiáinak első átalakítói és hasznosítói. Ezekhez az erőgépekhez lehetett csatlakoztatni azokat a munkagépeket, amelyek valamilyen konkrét munkafolyamatot végeznek.

Napjaink vízerőműveiben tulajdonképpen a víz helyzeti energiája alakul át elektromos energiává. A felduzzasztott folyó víz az alacsonyabban levő turbinalapátokra zúdulva adja át energiáját. A turbina forgatja az elektromos generátort, ami végül elektromos energiát táplál a hálózatba. Az eljárás technikai lehetőségei megengedik a nagyon nagy teljesítményű erőművek építését. Ahol jók a terepviszonyok és nagy a folyó vízhozama és esése, akár 10 GW elektromos teljesítmény is nyerhető. Hazánk földrajzi adottságai nem kedveznek a vízerőművek építésének.

A szélerőműben 60-70 m magas toronyba elhelyezett 40-50 m átmérőjű lapátkerék (rotor) veszi át az áramló levegő energiáját. Egy forgatóautomatika biztosítja, hogy a lapátok mindig szélirányban álljanak, a lapátok hajlásszögét pedig a szélsebességnek megfelelően állítják. Egy ilyen szerkezet nem tudja kinyerni az adott területen meglevő összes szélenergiát, ezért ezeket az erőműveket csoportosan, erőműparkokban telepítik. Az egész ország területére kiterjedő szélmérési eredmények alapján készített széltérkép felhasználásával keresik meg azokat a helyeket, ahová gazdaságosan lehet telepíteni ilyen erőműveket.

Olvasmány

A szélcsatorna

Az áramlási jelenségek pontos meghatározása nehéz feladat, mert az amúgy is bonyolult matematikai leírást nagyon sok nehezen meghatározható egyéb körülmény módosítja a gyakorlatban. Az elméleteket támogató és a gyakorlat számára is fontos kísérleti eredményeket szélcsatornákban végzett mérésekkel lehet megszerezni.

Szélcsatorna: Az áramlási jelenségek leírása szempontjából mindegy, hogy a közeg áll és a vizsgált test mozog, vagy a közeg áramlik és a test áll, az összefüggésben a relatív sebesség szerepel. A különféle tárgyak vizsgálatára fejlesztették ki a szélcsatornákat. Ezekben a szerkezetekben a nagy keresztmetszetű, egyenletes sebességű légáramban elhelyezett tárgyakra ható erőket és a körülöttük kialakuló áramlást tudják vizsgálni. Járművek elképzelt megjelenési formáit lehet optimalizálni az üzemanyag-fogyasztás csökkentése érdekében, vagy például a leszorítóerő növeléséért, ami a stabilitást növeli.

Az áramlás vizsgálata és a közegellenállási erő mérése az optimális testtartás megállapítása céljából a BME Áramlástan Tanszéken

Légköri és óceáni áramlások

A földi légkör egyes helyeinek eltérő felmelegedése különböző nagyságú helyi légnyomást állít elő, amely helyek között légáramlás, szél alakul ki. Hasonló módon a tengervíz felmelegedése is különböző, ez a nagy tengeráramlások hajtóereje. Az áramlások irányát a földfelszín, illetve tengerfenék domborzata, a kontinensek és a Föld forgásából származó úgynevezett Coriolis-erő módosítja. Ezek az áramlások rendkívül nagy hatással vannak a helyi időjárási viszonyokra. Jó példa erre a Brit-szigetek és Észak-Amerika keleti partvidékének azonos szélességi körön fekvő területei éghajlatának összevetése.

A légkört a földfelszín közelében döntő részben a napsugárzás hatására melegedő talaj melegíti hőáramlás útján. A vitorlázórepülők ezeket a függőlegesen felszálló meleg légáramlatokat, *termikeket* használják ki a feljebb emelkedésre.

A Bernoulli-törvénnyel magyarázható meglepő jelenségek

Több érdekes, látszólag érthetetlen jelenséget is a Bernoulli-törvény magyaráz meg. Ha két, függőlegesen egymástól kis távolságban párhuzamosan tartott papírlap közé levegőt fújunk, a két lap közelít egymáshoz, és akár össze is ér. Ennek az a magyarázata, hogy a lapok között áramló levegő sztatikus nyomása kisebb, mint a külső oldalon levő légnyomás. Azt is megfigyelhetjük, hogy gyorsulva közelít a két papírlap egymáshoz. Ennek az a magyarázata, hogy az áramlási tér leszűkülésével a légáramlás sebessége megnő, ami tovább csökkenti a sztatikus nyomást, ezzel növelve a nyomáskülönbséget.

A beöntőnyílásával felfelé tartott tölcsérből nem tudjuk kifújni a könnyű pingponglabdát. A szűk részbe nagy sebességgel befújt levegő a kiszélesedő, növekvő keresztmetszetű térrészben lelassul, ezért lényegesen lecsökken a torlónyomása, így a labda mögötti álló levegő légnyomása és a nehézségi erőből származó nyomás képes egyensúlyt tartani a felfelé áramló levegő torlónyomásával.

A Bernoulli-törvény alapján magyarázható a sorfalat megkerülő labda mozgása is. A labda haladó és forgómozgást végez. Forgás közben magával ragadja a felülete közelében levő levegőréteget. Így a haladási irányba forduló oldalon nagyobb, az ellentétes oldalon kisebb sztatikus nyomás keletkezik, ami vízszintes haladásnál oldalirányú eltérülést eredményez. Ezt nevezik **Magnus-effektus**nak. Labdajátékokban ezt a jelenséget remekül ki is használják. A labdát nem centrális ütközéssel kell elrúgni, hanem a labda szélén kell a cipő külső vagy belső oldalát végigfuttatni, ez biztosítja a kellő forgási sebességet. Ütésnél (tenisz, asztalitenisz, röplabda) hasonló az eljárás, csak az ütő felületét vagy a tenyeret kell végighúzni a labda oldalán.

KIDOLGOZOTT FELADAT

Határozzuk meg az 1 mm átmérőjű, gömb alakú jégeső esésének sebességét! A légköri mozgások hatásaitól tekintsünk el!

MEGOLDÁS

Szabadesés közben a nagy sebességű jégdarabokra ható közegellenállási erő, $F_{kö} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A \cdot \varrho \cdot v^2$ addig nő, ameddig el nem éri a jéggömbre ható nehézségi erő nagyságát:

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot A \cdot \varrho \cdot v^2 = m \cdot g$$

Innen kezdve a jéggömb egyenes vonalú egyenletes mozgást végez.

Számítsuk ki a jéggömb adatait!

A jéggömb homlokfelülete körlap, melynek nagysága:

$$A = (5 \cdot 10^{-4}\ \text{m})^2 \cdot \pi = 7{,}85 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2$$

A jéggömb tömege:

$$m = \varrho \cdot V = 920\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{4}{3} \cdot (5 \cdot 10^{-4}\ \text{m})^3 \cdot \pi = 4{,}81 \cdot 10^{-7}\ \text{kg}$$

Az adatok első egyenletbe való behelyettesítésével a sebesség értéke:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g}{k \cdot A \cdot \varrho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4{,}81 \cdot 10^{-7}\ \text{kg} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0{,}4 \cdot 7{,}85 \cdot 10^{-7}\ \text{m}^2 \cdot 1{,}29\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}} =$$

$$= 4{,}87\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Projektfeladat

1 Hajómodell

Tervezz meg egy hajómodellt, mely teheráru szállítására alkalmas! Nézz utána a nagy teherszállító hajók felépítésének és főbb fizikai adatainak!

Milyen fizikai feltételeknek kell fennállnia, hogy egy valóságban is működőképes hajót hozz létre?

2 Áramló levegő nyomáscsökkenése

Vegyél két papírlapot, és tartsd magad előtt párhuzamosan egymás mellett kb. egymástól 2-3 cm-re! Erősen fújj a két lap közé! Mit tapasztalsz? Mi lehet az oka?

Hol tapasztalhatod ezt a jelenséget?

Kérdések és feladatok

1 Miért lehet messzebbre locsolni a kerti locsolócsővel, ha leszűkítjük a kiömlőnyílását?

2 Mennyivel messzebb tudunk locsolni az egy méter magasban vízszintesen tartott locsolócsővel, ha a végének keresztmetszetét felére csökkentjük?

3 Szeles időben tapasztalhatjuk az utcán, hogy a szél felkapja a földön heverő eldobált papírokat, faleveleket. Magyarázzuk meg a jelenséget!

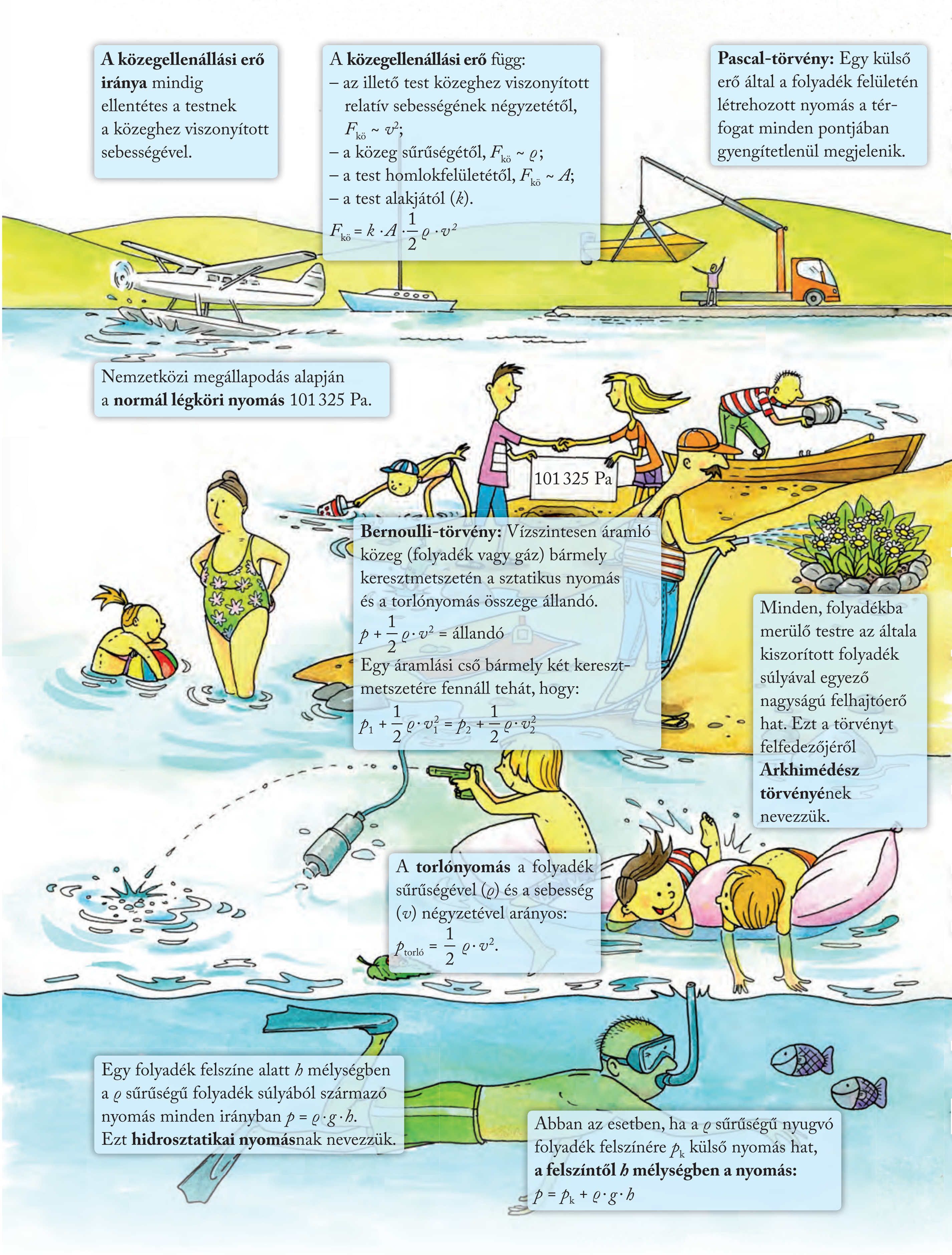
4 Felgyorsulhat-e akármekkora sebességre egy levegőben eső test?

5 Egy focilabdát és egy ugyanakkora méretű léggömböt ugyanolyan magasságból elejtünk.

a) Hasonlítsuk össze a két testre ható közegellenállási erő nagyságát!

b) Melyik ér le előbb a földre? Miért?

6 Mekkora az $1{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással mozgó, 1320 kg tömegű autóra ható közegellenállási erő, ha a motor által kifejtett húzóerő 2050 N?



A közegellenállási erő iránya mindig ellentétes a testnek a közeghez viszonyított sebességével.

A **közegellenállási erő** függ:
- az illető test közeghez viszonyított relatív sebességének négyzetétől, $F_{\text{kö}} \sim v^2$;
- a közeg sűrűségétől, $F_{\text{kö}} \sim \varrho$;
- a test homlokfelületétől, $F_{\text{kö}} \sim A$;
- a test alakjától (k).

$$F_{\text{kö}} = k \cdot A \cdot \frac{1}{2} \varrho \cdot v^2$$

Pascal-törvény: Egy külső erő által a folyadék felületén létrehozott nyomás a térfogat minden pontjában gyengítetlenül megjelenik.

Nemzetközi megállapodás alapján a **normál légköri nyomás** 101 325 Pa.

Bernoulli-törvény: Vízszintesen áramló közeg (folyadék vagy gáz) bármely keresztmetszetén a sztatikus nyomás és a torlónyomás összege állandó.

$$p + \frac{1}{2} \varrho \cdot v^2 = \text{állandó}$$

Egy áramlási cső bármely két keresztmetszetére fennáll tehát, hogy:

$$p_1 + \frac{1}{2} \varrho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \varrho \cdot v_2^2$$

Minden, folyadékba merülő testre az általa kiszorított folyadék súlyával egyező nagyságú felhajtóerő hat. Ezt a törvényt felfedezőjéről **Arkhimédész törvényé**nek nevezzük.

A **torlónyomás** a folyadék sűrűségével (ϱ) és a sebesség (v) négyzetével arányos:

$$p_{\text{torló}} = \frac{1}{2} \varrho \cdot v^2.$$

Egy folyadék felszíne alatt h mélységben a ϱ sűrűségű folyadék súlyából származó nyomás minden irányban $p = \varrho \cdot g \cdot h$. Ezt **hidrosztatikai nyomás**nak nevezzük.

Abban az esetben, ha a ϱ sűrűségű nyugvó folyadék felszínére p_{k} külső nyomás hat, **a felszíntől h mélységben a nyomás:**

$$p = p_{\text{k}} + \varrho \cdot g \cdot h$$

Név- és tárgymutató